



KEMENTERIAN
PENDIDIKAN
MALAYSIA

MATEMATIK TINGKATAN 3





RUKUN NEGARA

Bahawasanya Negara Kita Malaysia mendukung cita-cita hendak;

Mencapai perpaduan yang lebih erat dalam kalangan
seluruh masyarakatnya;

Memelihara satu cara hidup demokrasi;

Mencipta satu masyarakat yang adil di mana kemakmuran negara
akan dapat dinikmati bersama secara adil dan saksama;

Menjamin satu cara yang liberal terhadap
tradisi-tradisi kebudayaannya yang kaya dan pelbagai corak;

Membina satu masyarakat progresif yang akan menggunakan
sains dan teknologi moden;

MAKA KAMI, rakyat Malaysia,
berikrar akan menumpukan
seluruh tenaga dan usaha kami untuk mencapai cita-cita tersebut
berdasarkan prinsip-prinsip yang berikut:

KEPERCAYAAN KEPADA TUHAN
KESETIAAN KEPADA RAJA DAN NEGARA
KELUHURAN DAN PERLEMBAGAAN
KEDAULATAN UNDANG-UNDANG
KESOPANAN DAN KESUSILAAN

(Sumber : Jabatan Penerangan, Kementerian Komunikasi dan Multimedia Malaysia)

KURIKULUM STANDARD SEKOLAH MENENGAH

MATEMATIK

TINGKATAN 3

Penulis

Chiu Kam Choon
Vincent De Selva A/L Santhanasamy
Punithah Krishnan
Raja Devi Raja Gopal

Editor

Premah A/P Rasamanie

Pereka Bentuk

Lim Fay Lee
Nur Syahidah Mohd Sharif

Ilustrator

Asparizal Mohamed Sudin
Mohammad Kamal B Ahmad



Pustaka Yakin Pelajar Sdn. Bhd. (10146 M)

2018



KEMENTERIAN PENDIDIKAN MALAYSIA

No. Siri Buku: FT083001

KPM2018 ISBN 978-967-490-042-7

Cetakan Pertama 2018

© Kementerian Pendidikan Malaysia

Hak Cipta Terpelihara. Mana-mana bahan dalam buku ini tidak dibenarkan diterbitkan semula, disimpan dalam cara yang boleh dipergunakan lagi, ataupun dipindahkan dalam sebarang bentuk atau cara, baik dengan cara elektronik, mekanik, penggambaran semula mahupun dengan cara perakaman tanpa kebenaran terlebih dahulu daripada Ketua Pengarah Pelajaran Malaysia, Kementerian Pendidikan Malaysia. Perundingan tertakluk kepada perkiraan royalti atau honorarium.

Diterbitkan untuk Kementerian Pendidikan Malaysia oleh:

PUSTAKA YAKIN PELAJAR SDN. BHD.

Lot 4, Lorong CJ 1/1B,

Kawasan Perindustrian Cheras,

43200 Cheras, Selangor Darul Ehsan,

Malaysia.

Reka Letak dan Atur Huruf:

PUSTAKA YAKIN PELAJAR SDN. BHD.

Muka taip teks: Times New Roman

Saiz taip teks: 11 poin

Dicetak oleh:

BHS BOOK PRINTING SDN. BHD. (95134-K)

Lot 4, Lorong CJ 1/1B, Kawasan Perindustrian

Cheras, 43200 Cheras, Selangor Darul Ehsan,

Malaysia.

PENGHARGAAN

Penerbitan buku teks ini melibatkan kerjasama banyak pihak. Sekalung penghargaan dan terima kasih ditujukan kepada semua pihak yang terlibat:

- Jawatankuasa Penambahbaikan Prof Muka Surat, Bahagian Buku Teks, Kementerian Pendidikan Malaysia.
- Jawatankuasa Penyemakan Pembedulan Prof Muka Surat, Bahagian Buku Teks, Kementerian Pendidikan Malaysia.
- Jawatankuasa Penyemakan Naskhah Sedia Kamera, Bahagian Buku Teks, Kementerian Pendidikan Malaysia.
- Pegawai-pegawai Bahagian Buku Teks dan Bahagian Pembangunan Kurikulum, Kementerian Pendidikan Malaysia.
- Ahli panel penilaian dan peningkatan mutu.
- Bahagian Editorial dan Bahagian Produksi, terutamanya pereka bentuk dan ilustrator.
- Semua pihak yang terlibat secara langsung atau tidak langsung dalam menjayakan penerbitan buku ini.

Kandungan

Pendahuluan	v	
Simbol dan Rumus	vii	
BAB 1	Indeks	1
	1.1 Tatatanda Indeks	2
	1.2 Hukum Indeks	6
BAB 2	Bentuk Piawai	30
	2.1 Angka Bererti	32
	2.2 Bentuk Piawai	37
BAB 3	Matematik Pengguna: Simpanan dan Pelaburan, Kredit dan Hutang	50
	3.1 Simpanan dan Pelaburan	52
	3.2 Pengurusan Kredit dan Hutang	73
BAB 4	Lukisan Berskala	86
	4.1 Lukisan Berskala	88
BAB 5	Nisbah Trigonometri	106
	5.1 Sinus, Kosinus dan Tangen bagi Sudut Tirus dalam Segi Tiga Bersudut Tegak	108

BAB 6	Sudut dan Tangen bagi Bulatan	128
	6.1 Sudut pada Lilitan dan Sudut Pusat yang Dicapung oleh Suatu Lengkuk	130
	6.2 Sisi Empat Kitaran	144
	6.3 Tangen kepada Bulatan	150
	6.4 Sudut dan Tangen bagi Bulatan	160
BAB 7	Pelan dan Dongakan	168
	7.1 Unjuran Ortogon	170
	7.2 Pelan dan Dongakan	182
BAB 8	Lokus dalam Dua Dimensi	198
	8.1 Lokus	200
	8.2 Lokus dalam Dua Dimensi	204
BAB 9	Garis Lurus	224
	9.1 Garis Lurus	226
	Jawapan	252
	Glosari	262
	Senarai Rujukan	263
	Indeks	264

Pendahuluan

Buku teks Matematik Tingkatan 3 ini ditulis berdasarkan Kurikulum Standard Sekolah Menengah (KSSM). Buku ini terdiri daripada 9 bab yang disusun dan dirancang secara sistematik berdasarkan Dokumen Standard Kurikulum dan Pentaksiran (DSKP) Matematik Tingkatan 3.

Pada permulaan bab, murid akan diperkenalkan kepada bahan rangsangan yang berkaitan dengan kehidupan harian untuk merangsang pemikiran murid tentang konsep sesuatu topik. Di samping itu, Standard Kandungan dan daftar kata turut disertakan untuk memberikan gambaran ringkas tentang kandungan bab.

Buku ini mengandungi ciri-ciri istimewa seperti berikut:

Penerangan	
 Apakah yang akan anda pelajari?	Mengandungi standard kandungan yang akan dipelajari dalam setiap bab.
 Kenapa Belajar Bab Ini?	Kegunaan ilmu bab ini termasuk bidang pekerjaan yang berkaitan dengan bab ini.
 Eksplorasi Zaman	Sejarah ilmuan terdahulu atau asal usul penerokaan bab ini dalam mata pelajaran Matematik.
GERBANG KATA	Daftar kata yang terkandung dalam setiap bab.
 Cetusan Minda Kendiri Berpasangan Berkumpulan	Membantu murid memahami konsep asas matematik melalui aktiviti individu, berpasangan atau kumpulan.
 BULETIN	Memberi maklumat tambahan yang menambahkan info berkaitan dengan bab yang dipelajari.
 KUIZ	Soalan untuk menguji sejauh mana kemampuan murid dalam memahami kemahiran tertentu dalam setiap bab.
 PERINGATAN	Menarik perhatian murid kepada fakta tambahan yang perlu diketahui, kesilapan yang sering dilakukan murid dan mengelakkan kecuaiannya.
 TIP	Mendedahkan murid kepada pengetahuan tambahan yang perlu diketahui.
 BIJAK MINDA	Mengemukakan soalan yang merangsang minda murid untuk berfikir secara kritis dan kreatif.

Penerangan



Mendedahkan murid terhadap penggunaan alat teknologi dalam pembelajaran matematik.



Membina kemahiran berkomunikasi secara matematik.



Membantu murid untuk mengingat kembali perkara yang telah dipelajari.



Memaparkan cara penggunaan kalkulator saintifik dalam pengiraan.



Membolehkan murid menjalankan tugas dan membentangkan hasil semasa pembelajaran.



Menguji pemahaman murid terhadap konsep yang telah dipelajari.



Soalan Kemahiran Berfikir Aras Tinggi (KBAT) untuk menguji kemahiran murid.



Memberi kepelbagaian soalan latihan yang berunsurkan KBAR, KBAT, TIMSS dan PISA.



QR Code yang boleh diimbas dengan menggunakan aplikasi dalam peranti mudah alih pintar.



Merangkumi konsep penggunaan aplikasi digital, kalkulator, *hands on* dan permainan yang bertujuan untuk memberi aktiviti tambahan kepada murid untuk mempertingkatkan pemahaman murid dengan lebih berkesan.



Rumusan keseluruhan bab yang telah dipelajari.



Melihat kembali standard pembelajaran yang telah dipelajari sama ada tercapai atau tidak.



Menyemak jawapan dengan kaedah alternatif.



Aktiviti dengan elemen *Science, Technology, Engineering and Mathematics*.

Simbol dan Rumus

SIMBOL

$\sqrt{\quad}$	punca	\geq	lebih besar daripada atau sama dengan
π	pi	$<$	kurang daripada
$a : b$	nisbah a kepada b	\leq	kurang daripada atau sama dengan
$A \times 10^n$	bentuk piawai dengan keadaan $1 \leq A < 10$ dan n ialah integer	Δ	segi tiga
$=$	sama dengan	\sphericalangle	sudut
\approx	hampir sama dengan	$^\circ$	darjah
\neq	tidak sama dengan	'	minit
$>$	lebih besar daripada	"	saat

RUMUS

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^0 = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = (a^m)^{\frac{1}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (n\sqrt{a})^m$$

$$I = Prt$$

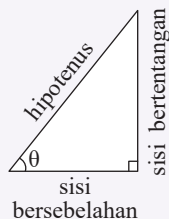
$$MV = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^n$$

$$A = P + Prt$$

$$\sin \theta = \frac{\text{sisi bertentangan}}{\text{hipotenus}}$$

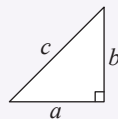
$$\cos \theta = \frac{\text{sisi bersebelahan}}{\text{hipotenus}}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{sisi bertentangan}}{\text{sisi bersebelahan}}$$



$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

Teorem Pythagoras:



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$\text{Jarak dua titik} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\text{Titik tengah} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$\text{Kecerunan, } m = \frac{\text{Jarak mencancang}}{\text{Jarak mengufuk}}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = - \frac{\text{pintasan-y}}{\text{pintasan-x}}$$



<http://yakini-pelajar.com>

Muat turun aplikasi percuma imbasan *QR Code* ke peranti mudah alih pintar anda. Imbas *QR Code* atau layari laman sesawang <http://yakini-pelajar.com> untuk memuat turun fail cetusan minda. Kemudian simpan fail yang dimuat turun untuk kegunaan luar talian.

Nota: Murid boleh muat turun perisian *GeoGebra* dan *Geometer's Sketchpad* (GSP) yang percuma untuk membuka fail yang berkenaan.

BAB 1

Indeks



Apakah yang akan anda pelajari?

1.1

Tatatanda Indeks

1.2

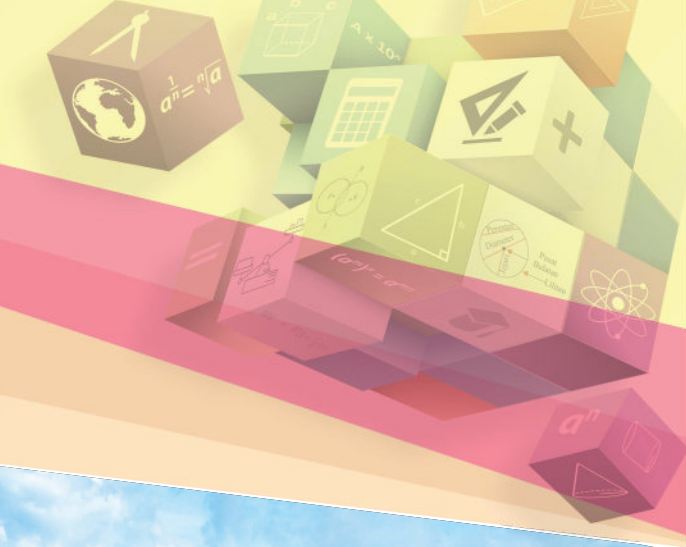
Hukum Indeks

Kenapa Belajar Bab Ini?

- Penulisan suatu nombor dalam bentuk indeks membolehkan nombor tersebut dinyatakan dalam bentuk yang ringkas dan mudah difahami. Pelbagai operasi matematik yang melibatkan nombor dalam bentuk indeks dapat dijalankan dengan menggunakan hukum-hukum indeks.
- Konsep indeks digunakan dalam bidang sains, kejuruteraan, perakaunan, kewangan, astronomi, perkomputeran dan sebagainya.

Tasik Kenyir yang terletak di daerah Hulu Terengganu, Terengganu, merupakan tasik buatan manusia yang terbesar di Asia Tenggara. Tasik Kenyir terkenal sebagai satu destinasi pelancongan dunia kerana keindahan alam semula jadi yang unik. Tasik Kenyir juga merupakan kawasan tadahan air yang penting. Empangan Kenyir yang dibina pada tahun 1985, membekalkan air kepada Stesen Jana Kuasa Sultan Mahmud. Anggaran keluasan kawasan tadahan air di empangan utama ialah 2 600 km² dengan isi padu takungan sebanyak 13 600 juta meter padu. Pada musim tengkujuh, isi padu tadahan air akan meningkat secara mendadak. Apakah tindakan yang harus diambil dalam situasi sebegini?





Eksplorasi Zaman

Tatatanda indeks merupakan elemen penting dalam perkembangan dunia matematik dan pengaturcaraan komputer. Penggunaan tatatanda bagi indeks integer positif telah diperkenalkan oleh Rene Descartes, seorang tokoh matematik berbangsa Perancis (1637). Sir Issac Newton, seorang lagi tokoh matematik berbangsa Inggeris telah memperkembangkan lagi bidang penggunaan tatatanda indeks serta memperkenalkan indeks negatif dan indeks pecahan.



<http://yakin-pelajar.com/Eksplorasi%20Zaman/Bab%201/>

GERBANG KATA

- asas
- faktor
- indeks
- indeks pecahan
- kuasa
- punca kuasa
- tatatanda indeks
- *base*
- *factor*
- *index*
- *fractional index*
- *power*
- *root*
- *index notation*

1.1 Tatatanda Indeks

Apakah itu pendaraban berulang dalam bentuk indeks?

Perkembangan bidang teknologi bukan sahaja memudahkan kebanyakan tugas harian kita, malah turut menjimatkan kos perbelanjaan dalam pelbagai bidang. Misalnya, penggunaan kad memori di dalam kamera digital membolehkan pengguna menyimpan gambar dalam bilangan yang banyak serta memadam atau mengubah suai gambar yang kurang sesuai sebelum dicetak.



STANDARD PEMBELAJARAN

Mewakilkkan pendaraban berulang dalam bentuk indeks dan menghuraikan maksudnya.

SUDUT DISKUSI

Bincang nilai kapasiti pemacu pena yang anda tahu.

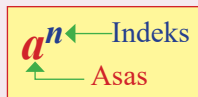
BULETIN

Penguraian nuklear bagi uranium U-320 adalah mengikut pola $3^0, 3^1, 3^2, \dots$

Pada peringkat awal, kad memori dikeluarkan dengan kapasiti 4MB. Nilai kapasiti ini ditambah mengikut peredaran zaman dan kehendak pengguna. Tahukah anda, nilai kapasiti kad memori dihitung dalam satu bentuk khas iaitu 2^n ?

Di Tingkatan 1, anda telah mempelajari bahawa $4^3 = 4 \times 4 \times 4$. Nombor 4^3 ditulis dalam **tatatanda indeks** iaitu 4 ialah **asas** dan 3 ialah **indeks** atau **eksponen**. Nombor ini dibaca sebagai '4 kuasa 3'.

Maka, nombor dalam tatatanda indeks atau bentuk indeks boleh ditulis sebagai;



Anda sedia tahu bahawa $4^2 = 4 \times 4$ dan $4^3 = 4 \times 4 \times 4$. Misalnya;

$4 \times 4 = 4^{(2)}$ → Nilai indeks ialah 2
 Berulang dua kali → Nilai indeks sama dengan bilangan kali 4 didarab secara berulang.

$4 \times 4 \times 4 = 4^{(3)}$ → Nilai indeks ialah 3
 Berulang tiga kali → Nilai indeks sama dengan bilangan kali 4 didarab secara berulang.

Contoh 1

Tulis pendaraban berulang berikut dalam bentuk indeks a^n .

- (a) $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$
- (b) $0.3 \times 0.3 \times 0.3 \times 0.3$
- (c) $(-2) \times (-2) \times (-2)$
- (d) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$
- (e) $m \times m \times m \times m \times m \times m \times m$
- (f) $n \times n \times n \times n \times n \times n \times n \times n$

PERINGATAN

$2^5 \neq 2 \times 5$ $4^3 \neq 4 \times 3$
 $a^n \neq a \times n$

Penyelesaian:

(a) $\underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}_{\text{berulang enam kali}} = 5^6$

(b) $\underbrace{0.3 \times 0.3 \times 0.3 \times 0.3}_{\text{berulang empat kali}} = (0.3)^4$

(c) $\underbrace{(-2) \times (-2) \times (-2)}_{\text{berulang tiga kali}} = (-2)^3$

(d) $\underbrace{\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}}_{\text{berulang lima kali}} = \left(\frac{1}{4}\right)^5$

(e) $\underbrace{m \times m \times m \times m \times m \times m \times m}_{\text{berulang tujuh kali}} = m^7$

(f) $\underbrace{n \times n \times n \times n \times n \times n \times n \times n}_{\text{berulang lapan kali}} = n^8$

Daripada penyelesaian Contoh 1, didapati bahawa nilai indeks dalam suatu bentuk indeks adalah sama dengan bilangan kali asas didarab secara berulang. Secara generalisasi,

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}} ; a \neq 0$$

UJI MINDA 1.1a

1. Lengkapkan jadual di bawah dengan asas atau indeks bagi nombor atau sebutan algebra yang diberi.

5^3	$(-4)^7$		Asas	Indeks
$\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$	m^6	$\left(-\frac{3}{7}\right)^4$	5	7
n^0	$(0.2)^9$		$\frac{1}{2}$	6
x^{20}	$\left(2\frac{1}{3}\right)^2$		n	9
8			x	4
			8	2

2. Nyatakan pendaraban berulang berikut dalam bentuk indeks a^n .

(a) $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$

(b) $0.5 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5$

(c) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

(d) $(-m) \times (-m) \times (-m) \times (-m) \times (-m)$

(e) $1\frac{2}{3} \times 1\frac{2}{3} \times 1\frac{2}{3}$

(f) $\left(-\frac{1}{n}\right) \times \left(-\frac{1}{n}\right) \times \left(-\frac{1}{n}\right) \times \left(-\frac{1}{n}\right) \times \left(-\frac{1}{n}\right) \times \left(-\frac{1}{n}\right)$

3. Tukarkan nombor atau sebutan algebra dalam bentuk indeks kepada pendaraban berulang.

(a) $(-3)^3$

(b) $(2.5)^4$

(c) $\left(\frac{2}{3}\right)^5$

(d) $\left(-2\frac{1}{4}\right)^3$

(e) k^6

(f) $(-p)^7$

(g) $\left(\frac{1}{m}\right)^8$

(h) $(3n)^5$

Bagaimanakah anda boleh menukar suatu nombor kepada nombor dalam bentuk indeks?

STANDARD PEMBELAJARAN

Menukar suatu nombor kepada nombor dalam bentuk indeks dan sebaliknya.

Suatu nombor boleh ditulis dalam bentuk indeks jika suatu asas yang sesuai dipilih. Anda boleh menggunakan kaedah pembahagian berulang atau kaedah pendaraban berulang untuk menukar suatu nombor kepada nombor dalam bentuk indeks.

Contoh 2

IMBAS KEMBALI

$$4 \times 4 \times 4 = 4^3$$

Tuliskan 64 dalam bentuk indeks dengan menggunakan asas 2, asas 4 dan asas 8.

Penyelesaian:

Kaedah Pembahagian Berulang

(a) Asas 2

- 64 dibahagi secara berulang dengan 2.

$$n = 6 \left\{ \begin{array}{l} 2 \overline{) 64} \\ 2 \overline{) 32} \\ 2 \overline{) 16} \\ 2 \overline{) 8} \\ 2 \overline{) 4} \\ 2 \overline{) 2} \end{array} \right.$$

Maka, $64 = 2^6$

(b) Asas 4

- 64 dibahagi secara berulang dengan 4.

$$n = 3 \left\{ \begin{array}{l} 4 \overline{) 64} \\ 4 \overline{) 16} \\ 4 \overline{) 4} \end{array} \right.$$

Maka, $64 = 4^3$

Pembahagian diteruskan sehingga mendapat nilai 1.

(c) Asas 8

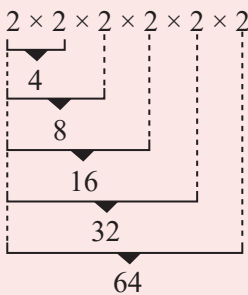
- 64 dibahagi secara berulang dengan 8.

$$n = 2 \left\{ \begin{array}{l} 8 \overline{) 64} \\ 8 \overline{) 8} \end{array} \right.$$

Maka, $64 = 8^2$

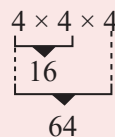
Kaedah Pendaraban Berulang

(a) Asas 2



Maka, $64 = 2^6$

(b) Asas 4



Maka, $64 = 4^3$

(c) Asas 8

$$8 \times 8 = 64$$

Maka, $64 = 8^2$

SUDUT DISKUSI

Antara kaedah pembahagian berulang dengan kaedah pendaraban berulang, kaedah manakah yang lebih mudah untuk menukar suatu nombor kepada nombor dalam bentuk indeks? Bincangkan.

Contoh 3

Tuliskan $\frac{32}{3\ 125}$ dalam bentuk indeks dengan menggunakan asas $\frac{2}{5}$.

Penyelesaian:

Kaedah Pembahagian Berulang

$$n = 5 \left\{ \begin{array}{l} 2 \overline{) 32} \\ 2 \overline{) 16} \\ 2 \overline{) 8} \\ 2 \overline{) 4} \\ 2 \overline{) 2} \\ 1 \end{array} \right. \quad n = 5 \left\{ \begin{array}{l} 5 \overline{) 3\ 125} \\ 5 \overline{) 625} \\ 5 \overline{) 125} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array} \right.$$

Maka, $\frac{32}{3\ 125} = \left(\frac{2}{5}\right)^5$

Kaedah Pendaraban Berulang

$$\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5}$$

Maka, $\frac{32}{3\ 125} = \left(\frac{2}{5}\right)^5$

UJI MINDA 1.1b

- Tuliskan setiap nombor berikut dalam bentuk indeks dengan menggunakan asas yang dinyatakan dalam kurungan.
 - (a) 81 [asas 3]
 - (b) 15 625 [asas 5]
 - (c) $\frac{64}{125}$ [asas $\frac{4}{5}$]
 - (d) 0.00032 [asas 0.2]
 - (e) -16 384 [asas (-4)]
 - (f) $\frac{1}{16}$ [asas $\left(-\frac{1}{4}\right)$]

Bagaimanakah anda boleh menentukan nilai bagi nombor dalam bentuk indeks, a^n ?

Nilai a^n boleh ditentukan dengan kaedah pendaraban berulang atau dengan menggunakan kalkulator saintifik.

Contoh 4

Hitung nilai bagi nombor dalam bentuk indeks yang diberi.

(a) 2^5

Maka, $2^5 = 32$

(b) $(0.6)^3$

Maka, $0.6^3 = 0.216$

KUIZ

$(m)^4 = 16$
Apakah nilai-nilai yang mungkin bagi m ?

Contoh 5

PINTAR JARI

- (a) $5^4 = 625$ → [5] [^] [4] [=]
- (b) $(-7)^3 = -343$ → [(] [(-)] [7] [)] [^] [3] [=]
- (c) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$ → [(] [2] [ab/c] [3] [)] [^] [4] [=]
- (d) $\left(1\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{64}{25}$ → [(] [1] [ab/c] [3] [ab/c] [5] [)] [^] [2] [=]
- (e) $(-0.5)^6 = 0.015625$ → [(] [(-)] [0] [.] [5] [)] [^] [6] [=]

PERINGATAN

Asas bernilai negatif dan pecahan mesti ditekan bersama tanda kurung semasa menggunakan kalkulator untuk menentukan nilai nombor tersebut.

SUDUT DISKUSI

Hitung soalan (c), (d) dan (e) contoh 5 tanpa menggunakan tanda kurung. Adakah jawapan sama? Bincangkan.

UJI MINDA 1.1c

1. Hitung nilai bagi setiap nombor dalam bentuk indeks di bawah.
 - (a) 9^4
 - (b) $(-4)^5$
 - (c) $(2.5)^3$
 - (d) $(-3.2)^3$
 - (e) $\left(\frac{3}{8}\right)^5$
 - (f) $\left(-\frac{1}{6}\right)^4$
 - (g) $\left(1\frac{2}{3}\right)^2$
 - (h) $\left(-2\frac{1}{3}\right)^3$

1.2 Hukum Indeks

Apakah kaitan antara pendaraban nombor dalam bentuk indeks yang mempunyai asas yang sama dengan pendaraban berulang?

STANDARD PEMBELAJARAN

Menghubung kait pendaraban nombor dalam bentuk indeks yang mempunyai asas yang sama dengan pendaraban berulang, dan seterusnya membuat generalisasi.

Cetusan Minda 1 Berpasangan

Tujuan: Mengetahui pasti hubungan antara pendaraban nombor dalam bentuk indeks yang mempunyai asas yang sama dengan pendaraban berulang.

Langkah:

1. Teliti contoh (a) dan lengkapkan contoh (b) dan (c).
2. Bincang bersama rakan anda dan nyatakan tiga contoh lain.
3. Tampil tiga contoh tersebut di sudut matematik supaya kumpulan lain dapat memberi ulasan.

Pendaraban nombor dalam bentuk indeks	Pendaraban berulang
(a) $2^3 \times 2^4$	$\overbrace{(2 \times 2 \times 2)}^{3 \text{ faktor}} \times \overbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2)}^{4 \text{ faktor}} = \overbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}^{7 \text{ faktor (keseluruhan)}} = 2^7$ $2^3 \times 2^4 = 2^{\boxed{7}}$ $2^3 \times 2^4 = 2^{\boxed{3+4}} \quad \boxed{7=3+4}$
(b) $3^2 \times 3^3$	$\overbrace{(3 \times 3)}^{2 \text{ faktor}} \times \overbrace{(3 \times 3 \times 3)}^{3 \text{ faktor}} = \overbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}^{5 \text{ faktor (keseluruhan)}} = 3^5$ $3^2 \times 3^3 = 3^{\boxed{}}$ $3^2 \times 3^3 = 3^{\boxed{}}$

Pendaraban nombor dalam bentuk indeks	Pendaraban berulang
(c) $5^4 \times 5^2$	$\overbrace{(5 \times 5 \times 5 \times 5)}^{4 \text{ faktor}} \times \overbrace{(5 \times 5)}^{2 \text{ faktor}} = \overbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}^{6 \text{ faktor (keseluruhan)}} = 5^6$ $5^4 \times 5^2 = 5^{\square}$ $5^4 \times 5^2 = 5^{\square}$

Perbincangan:

Apakah kesimpulan anda berkaitan hubungan antara pendaraban nombor dalam bentuk indeks dengan pendaraban berulang?

Hasil daripada Cetusan Minda 1, didapati bahawa;

$$2^3 \times 2^4 = 2^{3+4}$$

$$3^2 \times 3^3 = 3^{2+3}$$

$$5^4 \times 5^2 = 5^{4+2}$$

Secara generalisasi, $a^m \times a^n = a^{m+n}$

SUDUT DISKUSI

Diberi,
 $a^m \times a^n = b^m \times b^n$.
 Adakah $a = b$? Bincangkan.

Contoh 6

Ringkaskan setiap yang berikut.

- (a) $7^2 \times 7^3$ (b) $(0.2)^2 \times (0.2)^4 \times (0.2)^5$ (c) $2k^2 \times 4k^3$ (d) $3m^4 \times \frac{1}{6}m^5 \times 12m$

Penyelesaian:

(a) $7^2 \times 7^3$
 $= 7^{2+3}$
 $= 7^5$

(b) $(0.2)^2 \times (0.2)^4 \times (0.2)^5$
 $= (0.2)^{2+4+5}$
 $= (0.2)^{11}$

PERINGATAN

$a = a^1$

(c) $2k^2 \times 4k^3$
 $= (2 \times 4)(k^2 \times k^3)$
 $= 8k^{2+3}$ Operasi untuk pekali.
 $= 8k^5$

(d) $3m^4 \times \frac{1}{6}m^5 \times 12m$
 $= (3 \times \frac{1}{6} \times 12)(m^4 \times m^5 \times m^1)$
 $= 6m^{4+5+1}$
 $= 6m^{10}$

BIJAK MINDA

Jika $m^a \times m^b = m^8$, dengan keadaan $a > 0$ dan $b > 0$, apakah nilai-nilai yang mungkin bagi a dan b ?

UJI MINDA 1.2a

1. Permudahkan setiap yang berikut.

(a) $3^2 \times 3 \times 3^4$

(b) $(-0.4)^4 \times (-0.4)^3 \times (-0.4)$

(c) $\left(\frac{4}{7}\right) \times \left(\frac{4}{7}\right)^3 \times \left(\frac{4}{7}\right)^5$

(d) $\left(-1\frac{2}{5}\right)^2 \times \left(-1\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(-1\frac{2}{5}\right)^5$

(e) $4m^2 \times \frac{1}{2}m^3 \times (-3)m^4$

(f) $n^6 \times \frac{4}{25}n^2 \times \frac{5}{4}n^3 \times n$

(g) $-x^4 \times \frac{25}{4}x \times \frac{12}{5}x^2$

(h) $-\frac{1}{2}y^5 \times (-6)y^3 \times \frac{1}{3}y^4$

Bagaimanakah anda boleh permudahkan nombor atau sebutan algebra dalam bentuk indeks yang mempunyai asas yang berlainan?

TIP

Kumpulkan nombor atau sebutan algebra dengan asas yang sama terlebih dahulu. Kemudian, tambahkan indeks bagi asas yang sama.

Contoh 7

Ringkaskan setiap yang berikut.

(a) $m^3 \times n^2 \times m^4 \times n^5$

(b) $(0.3)^2 \times (0.2)^2 \times 0.3 \times (0.2)^5 \times (0.3)^3$

(c) $p^2 \times m^3 \times p^4 \times n^3 \times m^4 \times n^2$

(d) $-m^4 \times 2n^5 \times 3m \times \frac{1}{4}n^2$

Penyelesaian:

(a) $m^3 \times n^2 \times m^4 \times n^5$

$= m^3 \times m^4 \times n^2 \times n^5$ Kumpulkan asas yang sama.

$= m^{3+4} \times n^{2+5}$

$= m^7 \times n^7$ Tambahkan indeks bagi asas yang sama.

$= m^7 n^7$

(b) $(0.3)^2 \times (0.2)^2 \times 0.3 \times (0.2)^5 \times (0.3)^3$

$= (0.3)^2 \times (0.3)^1 \times (0.3)^3 \times (0.2)^2 \times (0.2)^5$

$= (0.3)^{(2+1+3)} \times (0.2)^{(2+5)}$

$= (0.3)^6 \times (0.2)^7$

(c) $p^2 \times m^3 \times p^4 \times n^3 \times m^4 \times n^2$

$= m^3 \times m^4 \times n^3 \times n^2 \times p^2 \times p^4$

$= m^{3+4} \times n^{3+2} \times p^{2+4}$

$= m^7 n^5 p^6$

(d) $-m^4 \times 2n^5 \times 3m \times \frac{1}{4}n^2$

$= (-1 \times 2 \times 3 \times \frac{1}{4}) m^4 \times m^1 \times n^5 \times n^2$

$= -\frac{3}{2} m^{4+1} n^{5+2}$

$= -\frac{3}{2} m^5 n^7$

PERINGATAN

$-a^n \neq (-a)^n$

Contoh:
 $-3^2 \neq (-3)^2$
 $-9 \neq 9$

UJI MINDA 1.2b

1. Nyatakan dalam bentuk indeks paling ringkas.

(a) $5^4 \times 9^3 \times 5 \times 9^2$

(b) $(0.4)^2 \times (1.2)^3 \times (0.4) \times (1.2)^5 \times (1.2)$

(c) $12x^5 \times y^3 \times \frac{1}{2}x \times \frac{2}{3}y^4$

(d) $-2k^5 \times p^6 \times \frac{1}{4}p^5 \times 3k$

Apakah kaitan antara pembahagian nombor dalam bentuk indeks yang mempunyai asas yang sama dengan pendaraban berulang?

STANDARD PEMBELAJARAN

Menghubung kait pembahagian nombor dalam bentuk indeks yang mempunyai asas yang sama dengan pendaraban berulang, dan seterusnya membuat generalisasi.

Cetusan Minda 2



Tujuan: Mengenal pasti hubungan antara pembahagian nombor dalam bentuk indeks yang mempunyai asas yang sama dengan pendaraban berulang.

Langkah:

1. Teliti contoh (a) dan lengkapkan contoh (b) dan (c).
2. Beri tiga contoh lain dan bentangkan hasil dapatan anda.

Pembagian nombor dalam bentuk indeks	Pendaraban berulang
<p>(a) $4^5 \div 4^2$</p>	$\frac{4^5}{4^2} = \frac{\overbrace{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}^{5 \text{ faktor}}}{\underbrace{4 \times 4}_{2 \text{ faktor}}} = \underbrace{4 \times 4 \times 4}_{3 \text{ faktor (Baki)}} = 4^3$ $4^5 \div 4^2 = 4^{\boxed{3}}$ $4^5 \div 4^2 = 4^{\boxed{5-2}} \quad \boxed{3=5-2}$
<p>(b) $2^6 \div 2^2$</p>	$\frac{2^6}{2^2} = \frac{\overbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}^{6 \text{ faktor}}}{\underbrace{2 \times 2}_{2 \text{ faktor}}} = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{4 \text{ faktor (Baki)}} = 2^4$ $2^6 \div 2^2 = 2^{\boxed{4}}$ $2^6 \div 2^2 = 2^{\boxed{6-2}}$
<p>(c) $(-3)^5 \div (-3)^3$</p>	$\frac{(-3)^5}{(-3)^3} = \frac{\overbrace{(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)}^{5 \text{ faktor}}}{\underbrace{(-3) \times (-3) \times (-3)}_{3 \text{ faktor}}} = \underbrace{(-3) \times (-3)}_{2 \text{ faktor (Baki)}} = (-3)^2$ $(-3)^5 \div (-3)^3 = (-3)^{\boxed{2}}$ $(-3)^5 \div (-3)^3 = (-3)^{\boxed{5-3}}$

Perbincangan:

Apakah perkaitan antara pembagian nombor dalam bentuk indeks dengan pendaraban berulang?

Hasil daripada Cetusan Minda 2, didapati bahawa;

$$4^5 \div 4^2 = 4^{5-2}$$

$$2^6 \div 2^2 = 2^{6-2}$$

$$(-3)^5 \div (-3)^3 = (-3)^{5-3}$$

Secara generalisasi, $a^m \div a^n = a^{m-n}$

BIJAK MINDA

Diberi $m^{a-b} = m^7$ dan $0 \leq a \leq 10$. Jika $a > b$, nyatakan nilai-nilai yang mungkin bagi a dan b .

Contoh 8

Ringkaskan setiap yang berikut.

- (a) $5^4 \div 5^2$
- (b) $(-3)^4 \div (-3)^2 \div (-3)$
- (c) $m^4 n^3 \div m^2 n$
- (d) $25x^2 y^3 \div 5xy$
- (e) $12m^{10} \div 4m^5 \div m^2$
- (f) $-16p^8 \div 2p^5 \div 4p^2$

Penyelesaian:

- (a) $5^4 \div 5^2 = 5^{4-2} = 5^2$
- (b) $(-3)^4 \div (-3)^2 \div (-3) = (-3)^4 \div (-3)^2 \div (-3)^1 = (-3)^{4-2-1} = (-3)^1 = -3$
- (c) $m^4 n^3 \div m^2 n = m^4 n^3 \div m^2 n^1 = m^{4-2} n^{3-1} = m^2 n^2$

$$\begin{aligned}
 \text{(d)} \quad & 25x^2y^3 \div 5xy \\
 & = 25x^2y^3 \div 5x^1y^1 \\
 & = \frac{25}{5}x^{2-1}y^{3-1} \\
 & = 5x^1y^2 \\
 & = 5xy^2
 \end{aligned}$$

Operasi untuk pekali.

$$\begin{aligned}
 \text{(e)} \quad & 12m^{10} \div 4m^5 \div m^2 \\
 & = \frac{12}{4}(m^{10} \div m^5 \div m^2) \\
 & = 3(m^{10-5}) \div m^2 \\
 & = 3m^{5-2} \\
 & = 3m^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(f)} \quad & -16p^8 \div 2p^5 \div 4p^2 \\
 & = \frac{-16}{2}(p^8 \div p^5) \div 4p^2 \\
 & = -8p^{8-5} \div 4p^2 \\
 & = -8p^3 \div 4p^2 \\
 & = -\frac{8}{4}(p^3 \div p^2) \\
 & = -2p^{3-2} \\
 & = -2p^1 \\
 & = -2p
 \end{aligned}$$

UJI MINDA 1.2c

1. Permudahkan setiap yang berikut.

(a) $4^5 \div 4^4$

(b) $7^{10} \div 7^6 \div 7^2$

(c) $\frac{m^8n^6}{m^4n}$

(d) $\frac{27x^4y^5}{9x^3y^2}$

(e) $m^7 \div m^2 \div m^4$

(f) $-25h^4 \div 5h^2 \div h$

2. Salin dan lengkapkan setiap persamaan di bawah.

(a) $8^{\square} \div 8^4 \div 8^3 = 8$

(b) $m^4n^{\square} \div m^{\square}n^5 = m^2n$

(c) $\frac{m^{10}n^4 \times m^{\square}n^2}{m^7n} = m^5n^{\square}$

(d) $\frac{27x^3y^6 \times xy^{\square}}{\square x^2y^3} = 3x^{\square}y^5$

3. Jika $\frac{2^x \times 3^y}{2^4 \times 3^2} = 6$, tentukan nilai $x + y$.

 **Apakah kaitan antara nombor dalam bentuk indeks yang dikuasakan dengan pendaraban berulang?**

STANDARD PEMBELAJARAN

Menghubung kait nombor dalam bentuk indeks yang dikuasakan dengan pendaraban berulang, dan seterusnya membuat generalisasi.

Cetusan Minda 3   Berpasangan

Tujuan: Mengenal pasti hubungan antara nombor dalam bentuk indeks yang dikuasakan dengan pendaraban berulang.

Langkah:

1. Teliti contoh (a) dan lengkapkan contoh (b) dan (c).
2. Nyatakan tiga contoh lain dan bentangkan hasil dapatan anda.

Bentuk indeks yang dikuasakan	Pendaraban berulang dalam bentuk indeks	Kesimpulan
(a) $(3^2)^4$	$ \begin{aligned} & \overbrace{3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2}^{4 \text{ faktor}} \\ & = \underbrace{3^{2+2+2+2}}_{4 \text{ kali}} \leftarrow 2 \text{ ditambah 4 kali} \\ & = 3^{2(4)} \end{aligned} $	$ \begin{aligned} (3^2)^4 & = 3^{2(4)} \\ & = 3^8 \end{aligned} $

Bentuk indeks yang dikuasakan	Pendaraban berulang dalam bentuk indeks	Kesimpulan
(b) $(5^4)^3$	$\begin{aligned} &\overbrace{5^4 \times 5^4 \times 5^4}^{3 \text{ faktor}} \\ &= \underbrace{5^{4+4+4}}_{3 \text{ kali}} \leftarrow \begin{array}{l} 4 \text{ ditambah } 3 \text{ kali} \end{array} \\ &= 5^{4(3)} \end{aligned}$	$\begin{aligned} (5^4)^3 &= 5^{\boxed{}} \\ &= 5^{\boxed{}} \end{aligned}$
(c) $(4^3)^6$	$\begin{aligned} &\overbrace{4^3 \times 4^3 \times 4^3 \times 4^3 \times 4^3 \times 4^3}^{6 \text{ faktor}} \\ &= \underbrace{4^{3+3+3+3+3+3}}_{6 \text{ kali}} \leftarrow \begin{array}{l} 3 \text{ ditambah } 6 \text{ kali} \end{array} \\ &= 4^{3(6)} \end{aligned}$	$\begin{aligned} (4^3)^6 &= 4^{\boxed{}} \\ &= 4^{\boxed{}} \end{aligned}$

Perbincangan:

Apakah kesimpulan anda tentang bentuk indeks yang dikuasakan dengan pendaraban berulang dalam bentuk indeks?

Kesimpulan daripada Cetusan Minda 3, boleh disemak dengan kaedah berikut.

Contoh (a)	Contoh (b)	Contoh (c)
$\begin{aligned} (3^2)^4 &= 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \\ &= 3^{2+2+2+2} \\ &= 3^8 \\ 3^{2(4)} &= 3^{2 \times 4} \\ &= 3^8 \end{aligned}$	$\begin{aligned} (5^4)^3 &= 5^4 \times 5^4 \times 5^4 \\ &= 5^{4+4+4} \\ &= 5^{12} \\ 5^{4(3)} &= 5^{4 \times 3} \\ &= 5^{12} \end{aligned}$	$\begin{aligned} (4^3)^6 &= 4^3 \times 4^3 \times 4^3 \times 4^3 \times 4^3 \times 4^3 \\ &= 4^{3+3+3+3+3+3} \\ &= 4^{18} \\ 4^{3(6)} &= 4^{3 \times 6} \\ &= 4^{18} \end{aligned}$

Daripada bahagian kesimpulan Cetusan Minda 3, kita dapati bahawa;

$$\begin{aligned} (3^2)^4 &= 3^{2(4)} \\ (5^4)^3 &= 5^{4(3)} \\ (4^3)^6 &= 4^{3(6)} \end{aligned}$$

Secara generalisasi, $(a^m)^n = a^{mn}$

BIJAK MINDA

Diberi, $m^{rt} = 3^{12}$

Apakah nilai-nilai yang mungkin bagi m , r dan t jika $r > t$?

Contoh 9

1. Permudahkan setiap yang berikut.

(a) $(3^4)^2$

(b) $(h^3)^{10}$

(c) $((-y)^6)^3$

2. Tentukan sama ada persamaan berikut **benar** atau **palsu**.

(a) $(4^2)^3 = (4^3)^2$

(b) $(2^3)^4 = (2^2)^6$

(c) $(3^2)^6 = (27^2)^4$

Penyelesaian:

1. (a) $(3^4)^2$
 $= 3^{4(2)}$
 $= 3^8$

(b) $(h^3)^{10}$
 $= h^{3(10)}$
 $= h^{30}$

(c) $((-y)^6)^3$
 $= (-y)^{6(3)}$
 $= (-y)^{18}$

2. (a) $(4^2)^3 = (4^3)^2$
 kiri kanan

Kiri:

$(4^2)^3 = 4^{2(3)} = 4^6$

Kanan:

$(4^3)^2 = 4^{3(2)} = 4^6$

Sama

Maka, $(4^2)^3 = (4^3)^2$ adalah **benar**.

(b) $(2^3)^4 = (2^2)^6$
 kiri kanan

Kiri:

$(2^3)^4 = 2^{3(4)} = 2^{12}$

Kanan:

$(2^2)^6 = 2^{2(6)} = 2^{12}$

Sama

Maka, $(2^3)^4 = (2^2)^6$ adalah **benar**.

(c) $(3^2)^6 = (27^2)^4$
 kiri kanan

Kiri:

$(3^2)^6 = 3^{2(6)} = 3^{12}$

Kanan:

$(27^2)^4 = (3^{3(2)})^4$

$= 3^{6(4)}$

$= 3^{24}$

Tidak sama

Maka, $(3^2)^6 = (27^2)^4$ adalah **palsu**.

UJI MINDA 1.2d

1. Gunakan hukum indeks untuk meringkaskan setiap pernyataan berikut.

(a) $(12^5)^2$

(b) $(3^{10})^2$

(c) $(7^2)^3$

(d) $((-4)^3)^7$

(e) $(k^8)^3$

(f) $(g^2)^{13}$

(g) $((-m)^4)^3$

(h) $((-c)^7)^3$

2. Tentukan sama ada persamaan berikut **benar** atau **palsu**.

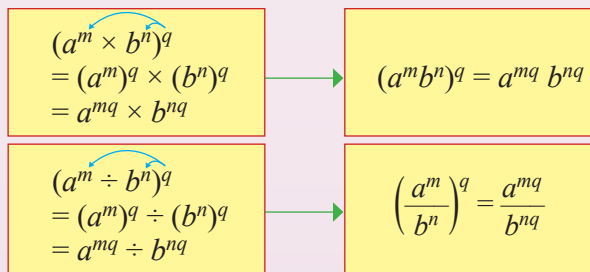
(a) $(2^4)^5 = (2^2)^{10}$

(b) $(3^3)^7 = (27^2)^4$

(c) $(5^2)^5 = (125^2)^3$

(d) $-(7^2)^4 = (-49^2)^3$

Bagaimanakah anda menggunakan hukum indeks untuk operasi pendaraban dan pembahagian?



Contoh 10

1. Permudahkan setiap yang berikut.

(a) $(7^3 \times 5^4)^3$

(b) $(2^4 \times 5^3 \times 11^2)^5$

(c) $(p^2 q^3 r)^4$

(d) $(5m^4 n^3)^2$

(e) $\left(\frac{2^5}{3^2}\right)^4$

(f) $\left(\frac{2x^3}{3y^7}\right)^4$

(g) $\frac{(3m^2 n^3)^3}{6m^3 n}$

(h) $\frac{(2x^3 y^4)^4 \times (3xy^2)^3}{36x^{10} y^{12}}$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & (7^3 \times 5^4)^3 \\ & = 7^{3(3)} \times 5^{4(3)} \\ & = 7^9 \times 5^{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad & (p^2 q^3 r)^4 \\ & = p^{2(4)} q^{3(4)} r^{1(4)} \\ & = p^8 q^{12} r^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(e)} \quad & \left(\frac{2^5}{3^2}\right)^4 \\ & = \frac{2^{5(4)}}{3^{2(4)}} \\ & = \frac{2^{20}}{3^8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(g)} \quad & \frac{(3m^2 n^3)^3}{6m^3 n} \\ & = \frac{3^3 m^{2(3)} n^{3(3)}}{6m^3 n^1} \\ & = \frac{27m^6 n^9}{6m^3 n^1} \\ & = \frac{9}{2} m^{6-3} n^{9-1} \\ & = \frac{9}{2} m^3 n^8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad & (2^4 \times 5^3 \times 11^2)^5 \\ & = 2^{4(5)} \times 5^{3(5)} \times 11^{2(5)} \\ & = 2^{20} \times 5^{15} \times 11^{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(d)} \quad & (5m^4 n^3)^2 \\ & = 5^2 m^{4(2)} n^{3(2)} \\ & = 25m^8 n^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(f)} \quad & \left(\frac{2x^3}{3y^7}\right)^4 \\ & = \frac{2^4 x^{3(4)}}{3^4 y^{7(4)}} \\ & = \frac{16x^{12}}{81y^{28}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(h)} \quad & \frac{(2x^3 y^4)^4 \times (3xy^2)^3}{36x^{10} y^{12}} \\ & = \frac{2^4 x^{3(4)} y^{4(4)} \times 3^3 x^{1(3)} y^{2(3)}}{36x^{10} y^{12}} \\ & = \frac{16x^{12} y^{16} \times 27x^3 y^6}{36x^{10} y^{12}} \\ & = \left(\frac{16 \times 27}{36}\right) x^{12+3-10} y^{16+6-12} \\ & = 12x^5 y^{10} \end{aligned}$$

IMBAS KEMBALI

$$\begin{aligned} a^m \times a^n &= a^{m+n} \\ a^m \div a^n &= a^{m-n} \\ (a^m)^n &= a^{mn} \end{aligned}$$

KUIZ

$m^m = 256$.
Berapakah nilai m ?

SUDUT DISKUSI

Mengapakah $1^n = 1$
bagi semua nilai n ?
Bincangkan.

UJI MINDA 1.2e

1. Ringkaskan setiap yang berikut.

(a) $(2 \times 3^4)^2$ (b) $(11^3 \times 9^5)^3$ (c) $(13^3 \div 7^6)^2$ (d) $(5^3 \times 3^4)^5$
 (e) $(m^3 n^4 p^2)^5$ (f) $(2w^2 x^3)^4$ (g) $\left(\frac{-3a^5}{b^4}\right)^6$ (h) $\left(\frac{2a^5}{3b^4}\right)^3$

2. Permudahkan setiap yang berikut.

(a) $\left(\frac{11^3 \times 4^2}{11^2}\right)^2$ (b) $\frac{3^3 \times (6^2)^3}{6^4}$ (c) $\left(\frac{4^2}{6^3}\right)^3 \div \frac{4^2}{6^3}$ (d) $\frac{((-4)^6)^2 \times (-5)^3}{(-4)^6 \times (-5)^2}$
 (e) $\frac{x^2 y^6 \times x^3}{xy^2}$ (f) $\frac{(h^3 k^2)^4}{(hk)^2}$ (g) $\frac{(m^5 n^7)^3}{(m^2 n^3)^2}$ (h) $\frac{(b^2 d^4)^3}{(b^2 d^3)^2}$

3. Permudahkan setiap yang berikut.

(a) $\frac{(2m^2 n^4)^3 \times (3mn^4)^2}{12m^7 n^{12}}$ (b) $\frac{(5xy^4)^2 \times 6x^{10} y}{15x^4 y^6}$ (c) $\frac{24d^3 e^5 \times (3d^3 e^4)^2}{(d^5 e^6) \times (6de^2)^3}$

📌 Bagaimanakah anda menentusahkan $a^0 = 1$ dan $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $a \neq 0$?

STANDARD PEMBELAJARAN

Menentusahkan $a^0 = 1$ dan $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $a \neq 0$.

Cetusan Minda 4 Berkumpulan

Tujuan: Menentukan nilai bagi nombor atau sebutan algebra yang mempunyai indeks sifar.

Langkah:

1. Teliti dan lengkapkan jadual di bawah.
2. Bincang dalam kumpulan berkaitan hasil dapatan anda.

Pembahagian dalam bentuk indeks	Penyelesaian		Kesimpulan daripada penyelesaian
	Hukum indeks	Pendaraban berulang	
(a) $2^3 \div 2^3$	$2^{3-3} = 2^0$	$\frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 1$	$2^0 = 1$
(d) $m^5 \div m^5$	$m^{5-5} = m^0$	$\frac{m \times m \times m \times m \times m}{m \times m \times m \times m \times m} = 1$	$m^0 = 1$
(c) $5^4 \div 5^4$			
(d) $(-7)^2 \div (-7)^2$			
(e) $n^6 \div n^6$			

Perbincangan:

1. Adakah dapatan kumpulan anda sama dengan kumpulan lain?
2. Apakah kesimpulan anda berkaitan indeks sifar?

Hasil daripada Cetusan Minda 4, didapati bahawa;

$$\begin{aligned} 2^0 &= 1 \\ m^0 &= 1 \end{aligned}$$

Iaitu suatu nombor atau sebutan algebra yang mempunyai indeks sifar akan memberi nilai 1.

Secara generalisasi, $a^0 = 1$; $a \neq 0$

📌 Bagaimanakah anda menentusahkan $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$?

Cetusan Minda 5 Berkumpulan

Tujuan: Menentusahkan $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Langkah:

1. Teliti dan lengkapkan jadual di sebelah.

Pembahagian dalam bentuk indeks	Penyelesaian		Kesimpulan daripada penyelesaian
	Hukum indeks	Pendaraban berulang	
(a) $2^3 \div 2^5$	$2^{3-5} = 2^{-2}$	$\frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2}}{2 \times 2 \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2}} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{2^2}$	$2^{-2} = \frac{1}{2^2}$
(b) $m^2 \div m^5$	$m^{2-5} = m^{-3}$	$\frac{\cancel{m} \times \cancel{m}}{m \times m \times m \times \cancel{m} \times \cancel{m}} = \frac{1}{m \times m \times m} = \frac{1}{m^3}$	$m^{-3} = \frac{1}{m^3}$
(c) $3^2 \div 3^6$			
(d) $(-4)^3 \div (-4)^7$			
(e) $p^4 \div p^8$			

Perbincangan:

- Adakah dapatan anda sama dengan kumpulan lain?
- Apakah kesimpulan anda?

Hasil daripada Cetusan Minda 5, didapati bahawa;

$$2^{-2} = \frac{1}{2^2}$$

$$m^{-3} = \frac{1}{m^3}$$

Secara generalisasi,

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}; a \neq 0$$

Contoh 11

1. Nyatakan setiap sebutan berikut dalam bentuk indeks positif.

- (a) a^{-2} (b) x^{-4} (c) $\frac{1}{8^{-5}}$
- (d) $\frac{1}{y^{-9}}$ (e) $2m^{-3}$ (f) $\frac{3}{5}n^{-8}$
- (g) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-10}$ (h) $\left(\frac{x}{y}\right)^{-7}$

2. Nyatakan setiap sebutan berikut dalam bentuk indeks negatif.

- (a) $\frac{1}{3^4}$ (b) $\frac{1}{m^5}$ (c) 7^5
- (d) n^{20} (e) $\left(\frac{4}{5}\right)^8$ (f) $\left(\frac{m}{n}\right)^{15}$

3. Permudahkan setiap yang berikut.

- (a) $3^2 \times 3^4 \div 3^8$ (b) $\frac{(2^4)^2 \times (3^5)^3}{(2^8 \times 3^6)^2}$ (c) $\frac{(4xy^2)^2 \times x^5y}{(2x^3y)^5}$



Imbas QR Code atau layari <http://youtu.be/or-mJ85J2i8> untuk menonton video yang memerihail kaedah alternatif untuk menentusahkan $a^{-1} = \frac{1}{a^n}$.

BULETIN

Indeks negatif ialah suatu nombor atau sebutan algebra yang mempunyai indeks bernilai negatif.

TIP

- ♦ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- ♦ $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$
- ♦ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

PERINGATAN

$$2a^{-n} \neq \frac{1}{2a^n}$$

BIJAK MINDA

$$\left(-\frac{4}{9}\right)^{-6} = x^y$$

Berapakah nilai x dan nilai y?

Penyelesaian:

1. (a) $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ (b) $x^{-4} = \frac{1}{x^4}$ (c) $\frac{1}{8^{-5}} = 8^5$ (d) $\frac{1}{y^{-9}} = y^9$
 (e) $2m^{-3} = \frac{2}{m^3}$ (f) $\frac{3}{5}n^{-8} = \frac{3}{5n^8}$ (g) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-10} = \left(\frac{3}{2}\right)^{10}$ (h) $\left(\frac{x}{y}\right)^{-7} = \left(\frac{y}{x}\right)^7$
2. (a) $\frac{1}{3^4} = 3^{-4}$ (b) $\frac{1}{m^5} = m^{-5}$ (c) $7^5 = \frac{1}{7^{-5}}$ (d) $n^{20} = \frac{1}{n^{-20}}$
 (e) $\left(\frac{4}{5}\right)^8 = \left(\frac{5}{4}\right)^{-8}$ (f) $\left(\frac{m}{n}\right)^{15} = \left(\frac{n}{m}\right)^{-15}$
3. (a) $3^2 \times 3^4 \div 3^8$
 $= 3^{2+4-8}$
 $= 3^{-2}$
 $= \frac{1}{3^2}$
- (b) $\frac{(2^4)^2 \times (3^5)^3}{(2^8 \times 3^6)^2}$
 $= \frac{2^8 \times 3^{15}}{2^{16} \times 3^{12}}$
 $= 2^{8-16} \times 3^{15-12}$
 $= 2^{-8} \times 3^3$
 $= \frac{3^3}{2^8}$
- (c) $\frac{(4xy^2)^2 \times x^5y}{(2x^3y)^5}$
 $= \frac{4^2x^2y^4 \times x^5y^1}{2^5x^{15}y^5}$
 $= \frac{16}{32}x^{2+5-15}y^{4+1-5}$
 $= \frac{1}{2}x^{-8}y^0$
 $= \frac{1}{2x^8}$

TIP

$y^0 = 1$

$y^1 = y$

UJI MINDA 1.2f

1. Nyatakan setiap sebutan berikut dalam bentuk indeks positif.

- (a) 5^{-3} (b) 8^{-4} (c) x^{-8} (d) y^{-16} (e) $\frac{1}{a^{-4}}$
 (f) $\frac{1}{20^{-2}}$ (g) $3n^{-4}$ (h) $-5n^{-6}$ (i) $\frac{2}{7}m^{-5}$ (j) $\left(-\frac{3}{8}\right)^{m-4}$
 (k) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-12}$ (l) $\left(-\frac{3}{7}\right)^{-14}$ (m) $\left(\frac{x}{y}\right)^{-10}$ (n) $\left(\frac{2x}{3y}\right)^{-4}$ (o) $\left(\frac{1}{2x}\right)^{-5}$

2. Nyatakan setiap sebutan berikut dalam bentuk indeks negatif.

- (a) $\frac{1}{5^4}$ (b) $\frac{1}{8^3}$ (c) $\frac{1}{m^7}$ (d) $\frac{1}{n^9}$ (e) 10^2
 (f) $(-4)^3$ (g) m^{12} (h) n^{16} (i) $\left(\frac{4}{7}\right)^9$ (j) $\left(\frac{x}{y}\right)^{10}$

3. Permudahkan setiap yang berikut.

- (a) $\frac{(4^2)^3 \times 4^5}{(4^6)^2}$ (b) $\frac{(2^3 \times 3^2)^3}{(2 \times 3^4)^5}$ (c) $\frac{(5^2)^5}{(2^3)^{-2} \times (5^4)^2}$
 (d) $\frac{3m^2n^4 \times (mn^3)^{-2}}{9m^3n^5}$ (e) $\frac{(2m^2n^2)^{-3} \times (3mn^2)^4}{(9m^3n)^2}$ (f) $\frac{(4m^2n^4)^2}{(2m^{-2}n)^5 \times (3m^4n)^2}$

Bagaimanakah anda menentu dan menyatakan hubungan antara indeks pecahan dengan punca kuasa dan kuasa?

STANDARD PEMBELAJARAN

Menentu dan menyatakan hubungan antara indeks pecahan dengan punca kuasa dan kuasa.

Hubungan antara $n\sqrt{a}$ dengan $a^{\frac{1}{n}}$

Di Tingkatan 1, anda telah belajar tentang kuasa dua dan punca kuasa dua serta kuasa tiga dan punca kuasa tiga. Tentukan nilai x bagi

(a) $x^2 = 9$

(b) $x^3 = 64$

Penyelesaian:

(a) $x^2 = 9$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{3^2}$

$x = 3$

Punca kuasa dua digunakan untuk penghapusan kuasa dua.

(b) $x^3 = 64$

$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{4^3}$

$x = 4$

Punca kuasa tiga digunakan untuk penghapusan kuasa tiga.

TIP

◆ $9 = 3^2$ ◆ $64 = 4^3$

Tahukah anda, nilai bagi x dalam contoh (a) dan (b) di atas boleh ditentukan dengan indeks yang dikuasakan dengan nilai salingannya?

(a) $x^2 = 9$

$x^{2(\frac{1}{2})} = 9^{\frac{1}{2}}$

$x^1 = 3^2(\frac{1}{2})$

$x = 3$

Salingan bagi 2 ialah $\frac{1}{2}$.

(b) $x^3 = 64$

$x^{3(\frac{1}{3})} = 64^{\frac{1}{3}}$

$x^1 = 4^3(\frac{1}{3})$

$x = 4$

Salingan bagi 3 ialah $\frac{1}{3}$.

BULETIN

$\frac{1}{a}$ merupakan salingan untuk a .

Daripada dua kaedah penyelesaian bagi menentu nilai x pada contoh di atas didapati bahawa;

$2\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$
 $3\sqrt{x} = x^{\frac{1}{3}}$

Secara generalisasi, $n\sqrt{a} = a^{\frac{1}{n}}; a \neq 0$

BIJAK MINDA

Apakah penyelesaian untuk $\sqrt{-4}$? Bincangkan.

Contoh 12

1. Tukarkan setiap sebutan berikut kepada bentuk $a^{\frac{1}{n}}$.

(a) $2\sqrt{36}$

(b) $3\sqrt{-27}$

(c) $5\sqrt{m}$

(d) $7\sqrt{n}$

2. Tukarkan setiap sebutan berikut kepada bentuk $n\sqrt{a}$.

(a) $125^{\frac{1}{5}}$

(b) $256^{\frac{1}{8}}$

(c) $(-1\ 000)^{\frac{1}{3}}$

(d) $n^{\frac{1}{12}}$

3. Hitung nilai setiap sebutan berikut.

(a) $5\sqrt{-32}$

(b) $6\sqrt{729}$

(c) $512^{\frac{1}{3}}$

(d) $(-243)^{\frac{1}{5}}$

Penyelesaian:

1. (a) $2\sqrt{36} = 36^{\frac{1}{2}}$

(b) $3\sqrt{-27} = (-27)^{\frac{1}{3}}$

(c) $5\sqrt{m} = m^{\frac{1}{5}}$

(d) $7\sqrt{n} = n^{\frac{1}{7}}$

2. (a) $125^{\frac{1}{5}} = 5\sqrt{125}$

(b) $256^{\frac{1}{8}} = 8\sqrt{256}$

(c) $(-1\ 000)^{\frac{1}{3}} = 3\sqrt{(-1\ 000)}$

(d) $n^{\frac{1}{12}} = 12\sqrt{n}$

3. (a) ${}^5\sqrt{-32} = (-32)^{\frac{1}{5}}$ (b) ${}^6\sqrt{729} = 729^{\frac{1}{6}}$ (c) $512^{\frac{1}{3}} = 8^{\frac{1}{3}}$ (d) $(-243)^{\frac{1}{5}} = (-3)^{\frac{1}{5}}$
 $= (-2)^{\frac{1}{5}}$ $= 3^{\frac{1}{6}}$ $= 8^1$ $= (-3)^1$
 $= (-2)^1$ $= 3^1$ $= 8$ $= -3$
 $= -2$ $= 3$

UJI MINDA 1.2g

TIP
 Anda boleh menggunakan kalkulator saintifik untuk menyemak jawapan.

- Tukarkan setiap sebutan berikut kepada bentuk $a^{\frac{1}{n}}$.
 (a) ${}^3\sqrt{125}$ (b) ${}^7\sqrt{2\ 187}$ (c) ${}^5\sqrt{-1\ 024}$ (d) ${}^{10}\sqrt{n}$
- Tukarkan setiap sebutan berikut kepada bentuk ${}^n\sqrt{a}$.
 (a) $4^{\frac{1}{2}}$ (b) $32^{\frac{1}{5}}$ (c) $(-729)^{\frac{1}{3}}$ (d) $n^{\frac{1}{15}}$
- Hitung nilai setiap sebutan berikut.
 (a) ${}^3\sqrt{343}$ (b) ${}^5\sqrt{-7\ 776}$ (c) $262\ 144^{\frac{1}{6}}$ (d) $(-32\ 768)^{\frac{1}{5}}$

Apakah hubungan antara $a^{\frac{m}{n}}$ dengan $(a^m)^{\frac{1}{n}}$, $(a^{\frac{1}{n}})^m$, ${}^n\sqrt{a^m}$ dan $({}^n\sqrt{a})^m$?

Anda telah pelajari bahawa;

$$a^{mn} = (a^m)^n \text{ dan } {}^n\sqrt{a^1} = a^{\frac{1}{n}}$$

Daripada dua hukum di atas, kita boleh menukarkan $a^{\frac{m}{n}}$ kepada $(a^m)^{\frac{1}{n}}$, $(a^{\frac{1}{n}})^m$, ${}^n\sqrt{a^m}$ dan $({}^n\sqrt{a})^m$. Hitung nilai setiap yang berikut. Lengkapkan jadual seperti contoh (a).

	$a^{\frac{m}{n}}$	$(a^m)^{\frac{1}{n}}$	$(a^{\frac{1}{n}})^m$	${}^n\sqrt{a^m}$	$({}^n\sqrt{a})^m$
(a)	$64^{\frac{2}{3}}$	$(64^2)^{\frac{1}{3}}$ $= 4\ 096^{\frac{1}{3}}$ $= 16^{\frac{1}{3}}$ $= 16$	$(64^{\frac{1}{3}})^2$ $= 4^{\frac{1}{3}(2)}$ $= 4^2$ $= 16$	${}^3\sqrt{64^2}$ $= {}^3\sqrt{4\ 096}$ $= 16$	$({}^3\sqrt{64})^2$ $= 4^2$ $= 16$
(b)	$16^{\frac{3}{4}}$				
(c)	$243^{\frac{2}{5}}$				

Adakah jawapan anda untuk contoh (b) dan (c) sama dengan menggunakan kaedah yang berlainan? Bincangkan.

Daripada aktiviti di atas, didapati bahawa;

$$a^{\frac{m}{n}} = (a^m)^{\frac{1}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m$$

$$a^{\frac{m}{n}} = {}^n\sqrt{a^m} = ({}^n\sqrt{a})^m$$

Contoh 13

- Tukarkan setiap sebutan berikut kepada bentuk $(a^m)^{\frac{1}{n}}$ dan $(a^{\frac{1}{n}})^m$.
 (a) $81^{\frac{3}{2}}$ (b) $27^{\frac{2}{3}}$ (c) $h^{\frac{3}{5}}$
- Tukarkan setiap sebutan berikut kepada bentuk ${}^n\sqrt{a^m}$ dan $({}^n\sqrt{a})^m$.
 (a) $343^{\frac{2}{3}}$ (b) $4\,096^{\frac{5}{6}}$ (c) $m^{\frac{2}{5}}$

Penyelesaian:

- (a) $81^{\frac{3}{2}} = (81^3)^{\frac{1}{2}}$ (b) $27^{\frac{2}{3}} = (27^2)^{\frac{1}{3}}$ (c) $h^{\frac{3}{5}} = (h^3)^{\frac{1}{5}}$
 $81^{\frac{3}{2}} = (81^{\frac{1}{2}})^3$ $27^{\frac{2}{3}} = (27^{\frac{1}{3}})^2$ $h^{\frac{3}{5}} = (h^{\frac{1}{5}})^3$
- (a) $343^{\frac{2}{3}} = {}^3\sqrt{343^2}$ (b) $4\,096^{\frac{5}{6}} = {}^6\sqrt{4\,096^5}$ (c) $m^{\frac{2}{5}} = {}^5\sqrt{m^2}$
 $343^{\frac{2}{3}} = ({}^3\sqrt{343})^2$ $4\,096^{\frac{5}{6}} = ({}^6\sqrt{4\,096})^5$ $m^{\frac{2}{5}} = ({}^5\sqrt{m})^2$

UJI MINDA 1.2h

- Lengkapkan jadual di bawah.

$a^{\frac{m}{n}}$	$729^{\frac{5}{6}}$	$121^{\frac{3}{2}}$	$w^{\frac{3}{7}}$	$x^{\frac{2}{5}}$	$\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{3}{4}}$	$\left(\frac{h}{k}\right)^{\frac{2}{3}}$
$(a^m)^{\frac{1}{n}}$						
$(a^{\frac{1}{n}})^m$						
${}^n\sqrt{a^m}$						
$({}^n\sqrt{a})^m$						

Contoh 14

- Hitung nilai setiap sebutan berikut.
 (a) $9^{\frac{5}{2}}$ (b) $16^{\frac{5}{4}}$

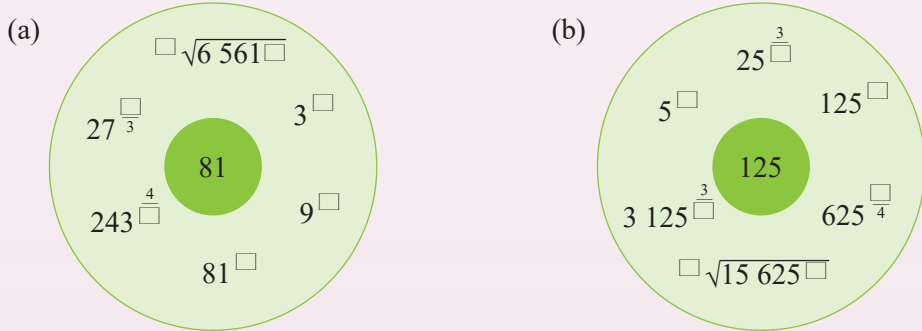
Penyelesaian:

- (a) $9^{\frac{5}{2}}$ (b) $16^{\frac{5}{4}}$
Kaedah 1 $9^{\frac{5}{2}} = (\sqrt{9})^5 = (3)^5 = 243$ **Kaedah 1** $16^{\frac{5}{4}} = ({}^4\sqrt{16})^5 = 2^5 = 32$
Kaedah 2 $9^{\frac{5}{2}} = \sqrt{9^5} = \sqrt{59\,049} = 243$ **Kaedah 2** $16^{\frac{5}{4}} = {}^4\sqrt{16^5} = {}^4\sqrt{1\,048\,576} = 32$

1. Hitung nilai setiap yang berikut.

- (a) $27^{\frac{2}{3}}$ (b) $32^{\frac{2}{5}}$ (c) $128^{\frac{2}{7}}$ (d) $256^{\frac{3}{8}}$
 (e) $64^{\frac{4}{3}}$ (f) $1\,024^{\frac{2}{5}}$ (g) $1\,296^{\frac{3}{4}}$ (h) $49^{\frac{3}{2}}$
 (i) $2\,401^{\frac{1}{4}}$ (j) $121^{\frac{3}{2}}$ (k) $2\,197^{\frac{2}{3}}$ (l) $10\,000^{\frac{3}{4}}$

2. Lengkapkan rajah berikut dengan nilai yang betul.



Bagaimanakah anda melaksanakan operasi yang melibatkan hukum indeks?

STANDARD PEMBELAJARAN

Melaksanakan operasi yang melibatkan hukum indeks.

Hukum Indeks		
$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$a^0 = 1$	$a^{\frac{1}{n}} = n\sqrt{a}$
$a^m \div a^n = a^{m-n}$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$a^{\frac{m}{n}} = a^{m(\frac{1}{n})} = (a^{\frac{1}{n}})^m$
$(a^m)^n = a^{mn}$		$a^{\frac{m}{n}} = n\sqrt[n]{a^m} = (n\sqrt{a})^m$

Contoh 15

1. Permudahkan setiap yang berikut.

- (a) $\frac{(-3x)^3 \times (2x^3y^{-4})^2}{108x^4y^3}$ (b) $\frac{\sqrt{m}n^{\frac{3}{4}} \times (mn^3)^{\frac{1}{3}}}{(m^{-1}\sqrt{n^3})^{\frac{1}{6}}}$ (c) $\frac{(2h)^2 \times (16h^8)^{\frac{1}{4}}}{(8^{\frac{1}{3}}h)^{-2}}$

Penyelesaian:

(a)
$$\begin{aligned} & \frac{(-3x)^3 \times (2x^3y^{-4})^2}{108x^4y^3} \\ &= \frac{(-3)^3x^3 \times 2^2x^3(2)y^{-4(2)}}{108x^4y^3} \\ &= \frac{-27x^3 \times 4x^6y^{-8}}{108x^4y^3} \\ &= \left(\frac{-27 \times 4}{108}\right)x^{3+6-4}y^{-8-3} \\ &= -1x^5y^{-11} \\ &= -\frac{x^5}{y^{11}} \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{m}n^{\frac{3}{4}} \times (mn^3)^{\frac{1}{3}}}{(m^{-1}\sqrt{n^3})^{\frac{1}{6}}} \\ &= \frac{m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{3}{4}} \times m^{\frac{1}{3}}n^{3(\frac{1}{3})}}{m^{-1(\frac{1}{6})}n^{\frac{3(\frac{1}{6})}} \\ &= \frac{m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{3}{4}} \times m^{\frac{1}{3}}n^1}{m^{-\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{4}}} \\ &= m^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - (-\frac{1}{6})}n^{\frac{3}{4} + 1 - \frac{1}{4}} \\ &= m^1n^{\frac{3}{2}} \\ &= mn^{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

(c)
$$\begin{aligned} & \frac{(2h)^2 \times (16h^8)^{\frac{1}{4}}}{(8^{\frac{1}{3}}h)^{-2}} \\ &= \frac{2^2h^2 \times 16^{\frac{1}{4}}h^{8(\frac{1}{4})}}{8^{\frac{1}{3}(-2)}h^{(-2)}} \\ &= \frac{2^2h^2 \times 2^{4(\frac{1}{4})}h^{8(\frac{1}{4})}}{2^{\frac{2}{3}(-2)}(-2)h^{(-2)}} \\ &= \frac{2^2h^2 \times 2^1h^2}{2^{-2}h^{-2}} \\ &= 2^{2+1-(-2)}h^{2+2-(-2)} \\ &= 2^5h^6 \\ &= 32h^6 \end{aligned}$$

Contoh 16

1. Hitung nilai setiap yang berikut.

$$(a) \frac{49^{\frac{1}{2}} \times 125^{-\frac{1}{3}}}{4\sqrt{2} 401 \times 5\sqrt{3} 125}$$

$$(b) \frac{16^{\frac{3}{4}} \times 81^{-\frac{1}{4}}}{(2^6 \times 3^4)^{\frac{1}{2}}}$$

$$(c) \frac{(243^{\frac{4}{5}} \times 5^{\frac{3}{2}})^2}{4\sqrt{81} \times \sqrt{25^4}}$$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} (a) \frac{49^{\frac{1}{2}} \times 125^{-\frac{1}{3}}}{4\sqrt{2} 401 \times 5\sqrt{3} 125} &= \frac{7^{2(\frac{1}{2})} \times 5^{3(-\frac{1}{3})}}{(7^4)^{\frac{1}{4}} \times (5^5)^{\frac{1}{5}}} \\ &= \frac{7^1 \times 5^{-1}}{7^1 \times 5^1} \\ &= 7^{1-1} \times 5^{-1-1} \\ &= 7^0 \times 5^{-2} \\ &= 1 \times \frac{1}{5^2} \\ &= \frac{1}{25} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b) \frac{16^{\frac{3}{4}} \times 81^{-\frac{1}{4}}}{(2^6 \times 3^4)^{\frac{1}{2}}} &= \frac{2^{4(\frac{3}{4})} \times 3^{4(-\frac{1}{4})}}{2^{6(\frac{1}{2})} \times 3^{4(\frac{1}{2})}} \\ &= \frac{2^3 \times 3^{-1}}{2^3 \times 3^2} \\ &= 2^{3-3} \times 3^{-1-2} \\ &= 2^0 \times 3^{-3} \\ &= 1 \times \frac{1}{3^3} \\ &= \frac{1}{27} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (c) \frac{(243^{\frac{4}{5}} \times 5^{\frac{3}{2}})^2}{4\sqrt{81} \times \sqrt{25^4}} &= \frac{243^{\frac{4}{5}(2)} \times 5^{\frac{3}{2}(2)}}{81^{\frac{1}{4}} \times 25^{\frac{4}{2}}} \\ &= \frac{3^{8(\frac{4}{5})} \times 5^3}{3^{4(\frac{1}{4})} \times 5^{2(\frac{4}{2})}} \\ &= \frac{3^8 \times 5^3}{3^1 \times 5^4} \\ &= 3^{8-1} \times 5^{3-4} \\ &= 3^7 \times 5^{-1} \\ &= \frac{3^7}{5} \\ &= \frac{2187}{5} \\ &= 437 \frac{2}{5} \end{aligned}$$

UJI MINDA 1.2j

1. Permudahkan setiap yang berikut.

$$(a) \frac{3\sqrt{c^2d^3e} \times c^{\frac{1}{3}}d^2e^{\frac{2}{3}}}{(c^{-3}d^2e)^2}$$

$$(b) \frac{(mn^2)^3 \times (\sqrt{mn})^4}{(m^6n^3)^{\frac{2}{3}}}$$

$$(c) \frac{\sqrt{25x^3yz^2} \times 4x^2z}{\sqrt{36x^5yz^8}}$$

2. Hitung nilai setiap yang berikut.

$$(a) \frac{\sqrt{7^{-4} \times 11^4}}{49 \times 121}$$

$$(b) \frac{(5^{-3} \times 3^6)^{\frac{1}{3}} \times 4\sqrt{16}}{(125 \times 729 \times 64)^{-\frac{1}{3}}}$$

$$(c) \frac{(2^6 \times 3^4 \times 5^2)^{\frac{3}{2}}}{4\sqrt{256} \times \sqrt{729} \times 3\sqrt{125}}$$

$$(d) \frac{9\sqrt{512} \times 3\sqrt{343} \times \sqrt{121}}{(64)^{\frac{1}{3}} \times (81)^{\frac{3}{4}} \times (14\ 641)^{\frac{1}{4}}}$$

$$(e) \frac{(2^4 \times 3^6)^{\frac{1}{2}} \times 3\sqrt{8} \times \sqrt{81}}{16^{\frac{3}{4}} \times 27^{\frac{1}{3}}}$$

$$(f) \frac{64^{\frac{2}{3}} \times 3\sqrt{125} \times (2 \times \frac{1}{5})^{-3}}{4^2 \times 4\sqrt{625}}$$

3. Diberi bahawa $m = 2$ dan $n = -3$. Hitung nilai bagi $64^{\frac{m}{3}} \times 512^{(-\frac{1}{n})} \div 81^{\frac{n}{2m}}$.

4. Diberi bahawa $a = \frac{1}{2}$ dan $b = \frac{2}{3}$. Hitung nilai bagi $144^a \div 64^b \times 256^{\frac{a}{b}}$.

Bagaimanakah anda boleh menyelesaikan masalah yang melibatkan hukum indeks?

STANDARD PEMBELAJARAN
Menyelesaikan masalah yang melibatkan hukum indeks.

IMBAS KEMBALI
Faktor perdana sepunya 6 dan 12 ialah 2 dan 3.

Contoh 17

Hitung nilai bagi $\sqrt{3} \times 12^{\frac{3}{2}} \div 6$ tanpa menggunakan kalkulator.

<p>Memahami masalah</p> <p>Menghitung nilai bagi nombor dalam bentuk indeks yang diberi dalam asas yang berlainan.</p>	<p>Merancang strategi</p> <p>Tukar setiap asas kepada faktor perdana dan hitung nilai dengan mengaplikasi hukum indeks.</p>	<p>Melaksanakan strategi</p> $\begin{aligned} &\sqrt{3} \times 12^{\frac{3}{2}} \div 6 \\ &= 3^{\frac{1}{2}} \times (2 \times 2 \times 3)^{\frac{3}{2}} \div (2 \times 3) \\ &= 3^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{3}{2}} \times 2^{\frac{3}{2}} \times 3^{\frac{3}{2}} \div (2^1 \times 3^1) \\ &= 3^{\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - 1} \times 2^{\frac{3}{2} + \frac{3}{2} - 1} \\ &= 3^1 \times 2^2 \\ &= 12 \end{aligned}$
<p>Membuat kesimpulan</p> $\sqrt{3} \times 12^{\frac{3}{2}} \div 6 = 12$		

Contoh 18

Hitung nilai x bagi persamaan $3^x \times 9^{x+5} \div 3^4 = 1$.

<p>Memahami masalah</p> <p>Menghitung nilai bagi pemboleh ubah x yang merupakan sebahagian daripada indeks.</p>	<p>Merancang strategi</p> <p>Soalan ini merupakan satu persamaan. Maka, nilai di kiri persamaan akan sama dengan nilai di kanan persamaan. Tukarkan semua sebutan kepada bentuk indeks dengan asas 3.</p>
<p>Melaksanakan strategi</p> $\begin{aligned} 3^x \times 9^{x+5} \div 3^4 &= 1 & 3x + 6 &= 0 \\ 3^x \times 3^{2(x+5)} \div 3^4 &= 3^0 & 3x &= -6 \\ 3^{x+2(x+5)-4} &= 3^0 & x &= \frac{-6}{3} \\ 3^{x+2x+10-4} &= 3^0 & x &= -2 \\ 3^{3x+6} &= 3^0 & & \end{aligned}$ <p>$\xrightarrow{\text{hukum indeks}} a^m = a^n$ $m = n$</p>	<p>Membuat kesimpulan</p> <p>Jika $3^x \times 9^{x+5} \div 3^4 = 1$, maka, $x = -2$</p>

PERINGATAN

- ◆ Jika $a^m = a^n$ maka, $m = n$
- ◆ Jika $a^m = b^m$ maka, $a = b$

Semak Jawapan

Anda boleh semak jawapan dengan menggantikan nilai x ke dalam persamaan asal.

$$\underbrace{3^x}_{\text{Kiri}} \times \underbrace{9^{x+5}}_{\text{Kanan}} \div 3^4 = 1$$

Gantikan $x = -2$ pada bahagian kiri persamaan

$$\begin{aligned} &3^{-2} \times 9^{-2+5} \div 3^4 \\ &= 3^{-2} \times 9^3 \div 3^4 \\ &= 3^{-2} \times 3^{2(3)} \div 3^4 \\ &= 3^{-2+6-4} \\ &= 3^0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

Nilai yang sama dengan bahagian kanan persamaan.

Contoh 19

Hitung nilai-nilai x yang mungkin bagi persamaan $3^{x^2} \times 3^{2x} = 3^{15}$.

Memahami masalah

Menghitung nilai x yang merupakan sebahagian daripada indeks.

Merancang strategi

Semua asas yang terlibat dalam persamaan adalah sama.

Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned}
 3^{x^2} \times 3^{2x} &= 3^{15} && \text{Jika } a^m = a^n, \text{ maka, } m = n. \\
 3^{x^2+2x} &= 3^{15} \\
 x^2 + 2x &= 15 && \text{Selesaikan persamaan kuadratik dengan kaedah pemfaktoran.} \\
 x^2 + 2x - 15 &= 0 \\
 (x-3)(x+5) &= 0 \\
 x-3 = 0 \text{ atau } x+5 &= 0 \\
 x = 0 + 3 & \quad x = 0 - 5 \\
 x = 3 & \quad x = -5
 \end{aligned}$$

Membuat kesimpulan

Nilai-nilai x yang mungkin bagi persamaan $3^{x^2} \times 3^{2x} = 3^{15}$ ialah 3 dan -5 .

Contoh 20

Selesaikan persamaan serentak berikut.

$$25^m \times 5^n = 5^8 \text{ dan } 2^m \times \frac{1}{2^n} = 2$$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
 25^m \times 5^n &= 5^8 && 2^m \times \frac{1}{2^n} = 2 \\
 5^{2(m)} \times 5^n &= 5^8 && 2^m \times 2^{-n} = 2^1 \\
 5^{2m+n} &= 5^8 && 2^{m+(-n)} = 2^1 \\
 2m + n = 8 &\rightarrow \textcircled{1} && m - n = 1 \rightarrow \textcircled{2}
 \end{aligned}$$

Persamaan $\textcircled{1}$ dan $\textcircled{2}$ boleh diselesaikan melalui kaedah penggantian.

Daripada $\textcircled{1}$:

$$\begin{aligned}
 2m + n &= 8 \\
 n &= 8 - 2m \rightarrow \textcircled{3}
 \end{aligned}$$

Gantikan $\textcircled{3}$ ke dalam $\textcircled{2}$

$$\begin{aligned}
 m - n &= 1 \\
 m - (8 - 2m) &= 1 \\
 m - 8 + 2m &= 1 \\
 m + 2m &= 1 + 8 \\
 3m &= 9 \\
 m &= \frac{9}{3} \\
 m &= 3
 \end{aligned}$$

Gantikan $m = 3$ ke dalam $\textcircled{1}$

$$\begin{aligned}
 2m + n &= 8 \\
 2(3) + n &= 8 \\
 6 + n &= 8 \\
 n &= 8 - 6 \\
 n &= 2
 \end{aligned}$$

Anda juga boleh gantikan $m = 3$ ke dalam persamaan $\textcircled{2}$ atau $\textcircled{3}$.

Maka, $m = 3$ dan $n = 2$.

Semak Jawapan

Gantikan nilai-nilai x ke dalam persamaan asal.

$$\underbrace{3^{x^2}}_{\text{Kiri}} \times \underbrace{3^{2x}}_{\text{Kanan}} = 3^{15}$$

Gantikan $x = 3$

$$\begin{aligned}
 \text{Kiri: } & 3(3)^2 \times 3^{2(3)} \\
 &= 3^9 \times 3^6 \\
 &= 3^{9+6} \\
 &= 3^{15} \leftarrow \text{Sama}
 \end{aligned}$$

Gantikan $x = -5$

$$\begin{aligned}
 \text{Kiri: } & 3^{(-5)^2} \times 3^{2(-5)} \\
 &= 3^{25} \times 3^{-10} \\
 &= 3^{25+(-10)} \\
 &= 3^{15} \leftarrow \text{Sama}
 \end{aligned}$$



IMBAS KEMBALI

Persamaan linear serentak dalam dua pemboleh ubah boleh diselesaikan dengan kaedah penggantian atau kaedah penghapusan.

Semak Jawapan

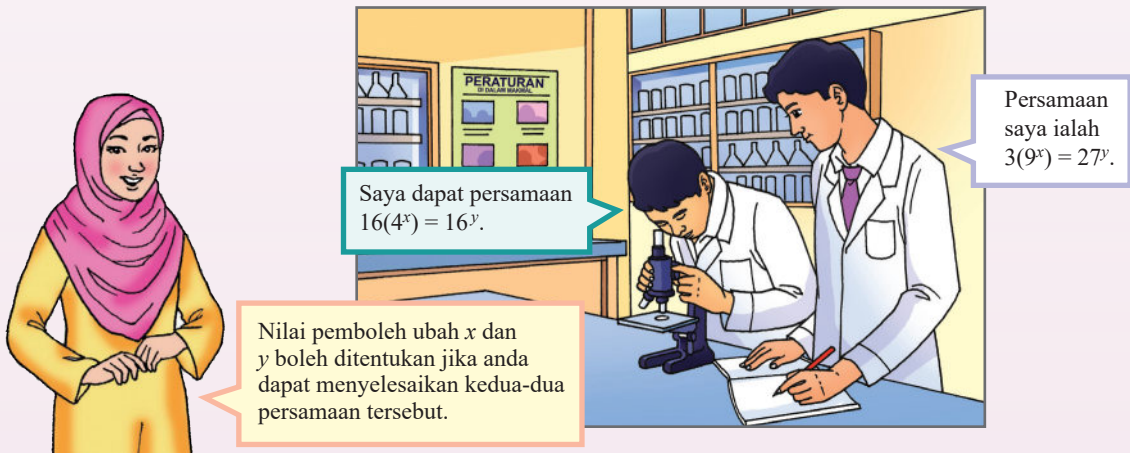
Gantikan $m = 3$ dan $n = 2$ ke dalam persamaan serentak yang asal.

$$\underbrace{25^m}_{\text{Kiri}} \times \underbrace{5^n}_{\text{Kanan}} = 5^8$$

$$\begin{aligned}
 \text{Kiri: } & 25^m \times 5^n \\
 &= 5^{2(m)} \times 5^n \\
 &= 5^{2(3)} \times 5^2 \\
 &= 5^{6+2} \\
 &= 5^8 \leftarrow \text{Sama}
 \end{aligned}$$

$$\underbrace{2^m}_{\text{Kiri}} \times \underbrace{\frac{1}{2^n}}_{\text{Kanan}} = 2$$

$$\begin{aligned}
 \text{Kiri: } & 2^m \times \frac{1}{2^n} \\
 &= 2^3 \times \frac{1}{2^2} \\
 &= 2^3 \times 2^{-2} \\
 &= 2^{3+(-2)} \\
 &= 2^1 \\
 &= 2 \leftarrow \text{Sama}
 \end{aligned}$$



Chong dan Navin menjalankan dua uji kaji untuk menentukan hubungan antara pemboleh ubah x dan y . Persamaan yang diperolehi oleh Chong ialah $16(4^x) = 16^y$, sementara Navin mendapat $3(9^x) = 27^y$ sebagai dapatan uji kaji yang dijalankan. Hitung nilai x dan nilai y yang dapat memuaskan kedua-dua uji kaji yang telah dijalankan oleh Chong dan Navin.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
 16(4^x) &= 16^y & 3(9^x) &= 27^y \\
 4^2(4^x) &= 4^{2y} & 3(3^{2x}) &= 3^{3y} \\
 4^{2+x} &= 4^{2y} & 3^{1+2x} &= 3^{3y} \\
 2+x &= 2y \rightarrow \textcircled{1} & 1+2x &= 3y \rightarrow \textcircled{2}
 \end{aligned}$$

Anda juga boleh gantikan $y = 3$ dalam persamaan $\textcircled{2}$ atau $\textcircled{3}$.

Persamaan $\textcircled{1}$ dan $\textcircled{2}$ boleh diselesaikan dengan kaedah penghapusan.

Darabkan persamaan $\textcircled{1}$ dengan 2 untuk menyamakan nilai pekali pemboleh ubah x .

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \times 2 &: 4 + 2x = 4y \rightarrow \textcircled{3} \\
 \textcircled{2} &: 1 + 2x = 3y \\
 \textcircled{3} - \textcircled{2} &: \\
 3 + 0 &= y \\
 y &= 3
 \end{aligned}$$

Gantikan $y = 3$ dalam persamaan $\textcircled{1}$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} &: 2 + x = 2y \\
 &2 + x = 2(3) \\
 &x = 6 - 2 \\
 &x = 4
 \end{aligned}$$

Maka, $x = 4, y = 3$

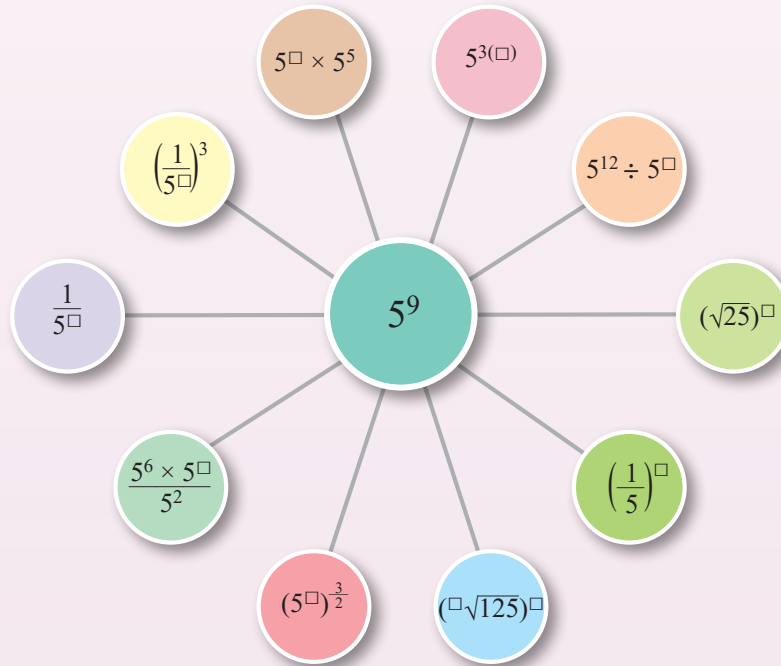
Cabaran Dinamis

Uji Diri

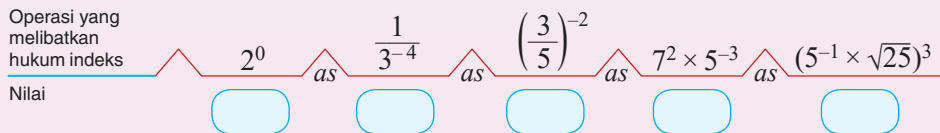
- Nyatakan sama ada operasi yang melibatkan hukum indeks berikut **benar** atau **palsu**. Jika palsu, nyatakan jawapan yang betul.

(a) $a^5 = a \times a \times a \times a \times a$	(b) $5^2 = 10$	(c) $3^0 = 0$
(d) $(2x^3)^5 = 2x^{15}$	(e) $m^0 n^0 = 1$	(f) $2a^{-4} = \frac{1}{2a^4}$
(g) $32^{\frac{2}{5}} = (2\sqrt{32})^5$	(h) $\left(\frac{m}{n}\right)^{-4} = \left(\frac{n}{m}\right)^4$	(i) $(5m^{\frac{1}{4}})^{-4} = \frac{625}{m}$

2. Salin dan lengkapi rajah di bawah dengan nilai yang sesuai.



3. Salin dan lengkapi rajah di bawah.



Mahir Diri

1. Ringkaskan setiap yang berikut.

(a) $(mn^4)^3 \div m^4n^5$ (b) $3x \times \frac{1}{6}y^4 \times (xy)^3$ (c) $\sqrt{xy} \times 3\sqrt{xy^2} \times 6\sqrt{xy^5}$

2. Hitung nilai setiap yang berikut.

(a) $64^{\frac{1}{3}} \times 5^{-3}$ (b) $7^{-1} \times 125^{\frac{2}{3}}$ (c) $(256)^{\frac{3}{8}} \times 2^{-3}$
 (d) $2^4 \times 16^{-\frac{3}{4}}$ (e) $\sqrt{49} \times 3^{-2} \div (\sqrt{81})^{-1}$ (f) $(125)^{\frac{2}{3}} \times (25)^{-\frac{3}{2}} \div (625)^{-\frac{1}{4}}$

3. Hitung nilai x bagi setiap persamaan berikut.

(a) $2^6 \div 2^x = 8$ (b) $3^{-4} \times 81 = 3^x$ (c) $a^x a^8 = 1$
 (d) $4 \times 8^{x+1} = 2^{2x}$ (e) $(a^x)^2 \times a^5 = a^{3x}$ (f) $2^x = \frac{2^{10}}{16^x}$
 (g) $3^6 \div 3^x = 81^{(x-1)}$ (h) $(m^2)^x \times m^{(x+1)} = m^{-2}$ (i) $25^x \div 125 = \frac{1}{5^x}$

Masteri Kendiri

1. Hitung nilai setiap yang berikut tanpa menggunakan kalkulator.

(a) $4^{\frac{1}{3}} \times 50^{\frac{2}{3}} \times 10^{\frac{5}{3}}$

(b) $5^{\frac{5}{2}} \times 20^{\frac{3}{2}} \div 10^{-2}$

(c) $60^{\frac{1}{2}} \times 125^{\frac{2}{3}} \div \sqrt{15}$

2. Hitung nilai x bagi setiap persamaan berikut.

(a) $64x^{\frac{1}{2}} = 27x^{-\frac{5}{2}}$

(b) $3x^{\frac{2}{3}} = \frac{27}{4}x^{-\frac{4}{3}}$

(c) $25x^{-\frac{2}{3}} - \frac{5}{3}x^{\frac{1}{3}} = 0$

3. Hitung nilai-nilai x yang mungkin bagi setiap persamaan berikut.

(a) $a^{x^2} \div a^{5x} = a^6$

(b) $2^{x^2} \times 2^{6x} = 2^7$

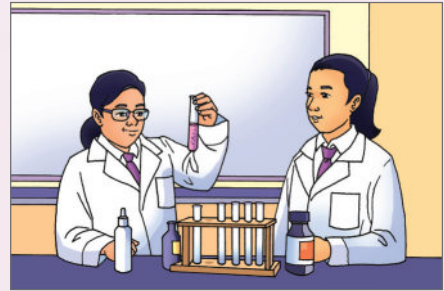
(c) $5^{x^2} \div 5^{3x} = 625$

4. Selesaikan persamaan serentak berikut.

(a) $81^{(x+1)} \times 9^x = 3^5$ dan $8^{2x} \times 4(2^{2y}) = 128$

(b) $4(4^x) = 8^{y+2}$ dan $9^x \times 27^y = 1$

5. Dalam satu eksperimen yang dijalankan oleh Susan, didapati suhu sejenis logam meningkat daripada 25°C kepada $T^\circ\text{C}$ mengikut persamaan $T = 25(1.2)^m$ apabila logam tersebut dipanaskan selama m saat. Hitung beza suhu di antara saat kelima dengan saat keenam, dalam darjah Celsius terdekat.



6. Encik Azmi membeli sebuah kereta buatan tempatan dengan harga RM55 000. Selepas 6 tahun Encik Azmi ingin menjual kereta tersebut. Berdasarkan penerangan pihak pembeli kereta terpakai, harga kereta Encik Azmi akan dihitung dengan formula $\text{RM}55\,000 \left(\frac{8}{9}\right)^n$. Dalam situasi ini, n ialah bilangan tahun yang dihitung selepas sebuah kereta dibeli. Berapakah nilai pasaran kereta Encik Azmi? Nyatakan jawapan anda dalam RM yang terdekat.



7. Puan Kiran Kaur menyimpan RM50 000 pada 1 Mac 2019 di sebuah bank tempatan dengan faedah 3.5% setahun. Selepas t tahun, jumlah simpanan Puan Kiran Kaur dalam RM ialah 50 000 $(1.035)^t$. Hitung jumlah simpanan pada 1 Mac 2025, jika Puan Kiran Kaur tidak pernah mengeluarkan wang simpanannya.



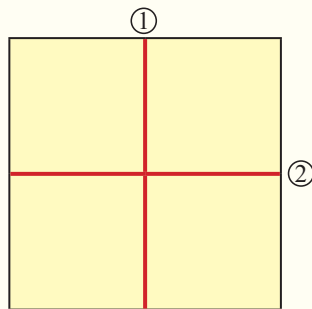
PROJEK 

Bahan: Kertas A4, gunting, pembaris panjang, pensel.

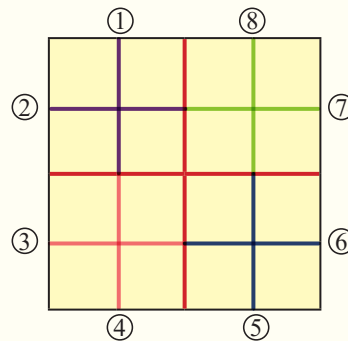
Arahan: (a) Lakukan projek ini dalam kumpulan kecil.
 (b) Gunting kertas A4 untuk menghasilkan kertas berbentuk segi empat sama. (Sebesar yang mungkin)

Langkah:

1. Lukis paksi simetri (menegak dan mengufuk sahaja) seperti Rajah 1.
2. Hitung bilangan segi empat sama yang terbentuk. Tuliskan jawapan anda di dalam ruangan yang disediakan pada Lembaran A.
3. Lukis paksi simetri menegak dan mengufuk bagi setiap segi empat sama seperti Rajah 2.
4. Hitung bilangan segi empat sama yang terbentuk. Tuliskan jawapan anda di dalam Lembaran A.
5. Ulangi langkah 3 dan langkah 4 sebanyak yang mungkin.



Rajah 1



Rajah 2

6. Bandingkan dapatan anda dengan kumpulan lain.
7. Apakah yang anda boleh nyatakan tentang pola pada ruangan 'bentuk indeks' dari Lembaran A?
8. Bincang pola yang anda kenal pasti.

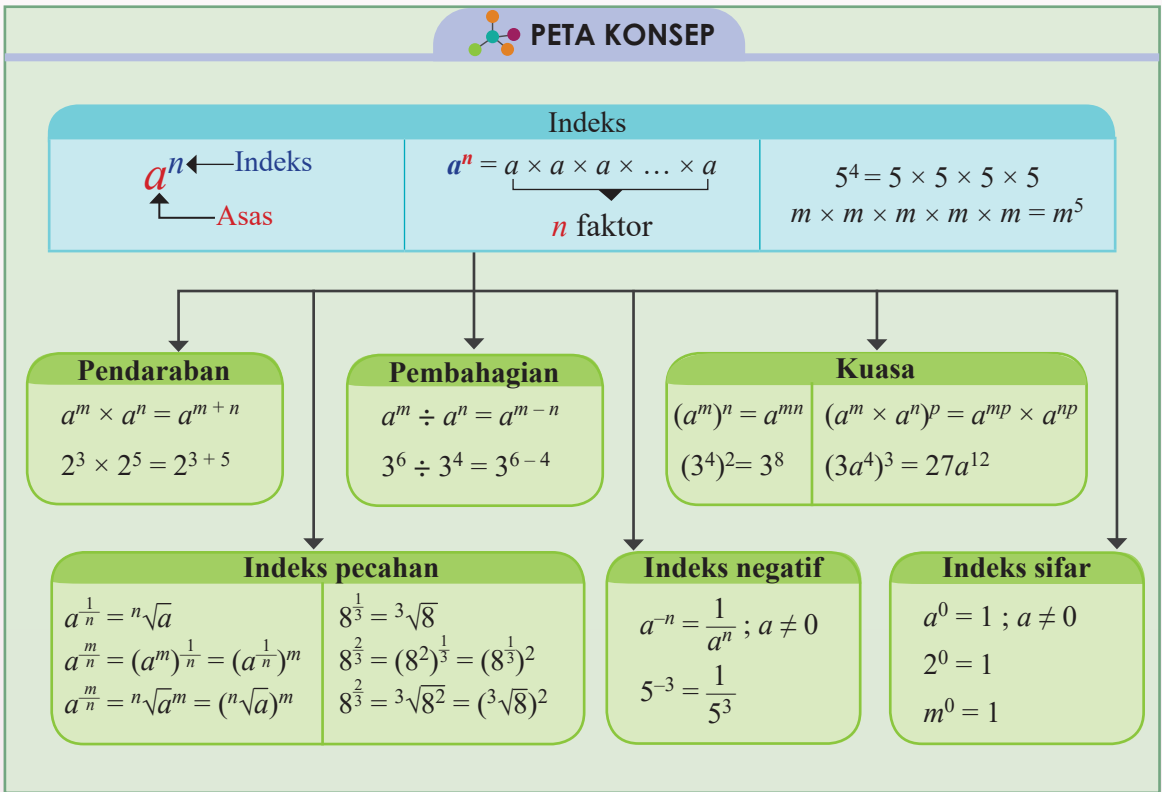


Imbas QR Code atau layari <http://yakin-pelajar.com/Bab%201/lembaran%20A/Bab%201%20lembaran%20A.pdf> untuk memuat turun Lembaran A.

Lembaran A

Bilangan paksi simetri	Bentuk indeks	Bilangan segi empat sama	Bentuk indeks
0	–	1	2^0
2	2^1	4	2^2
8		16	

PETA KONSEP



(IMBAS KENDIRI)

Pada akhir bab ini, saya dapat:



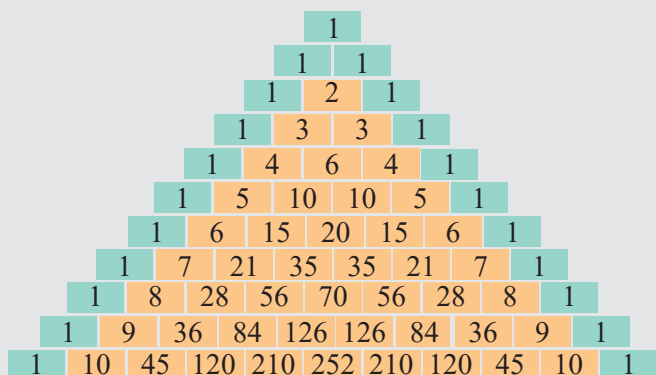
1. Mewakili pendaraban berulang dalam bentuk indeks dan menghuraikan maksudnya.		
2. Menukar suatu nombor kepada nombor dalam bentuk indeks dan sebaliknya.		
3. Menghubung kait pendaraban nombor dalam bentuk indeks yang mempunyai asas yang sama dengan pendaraban berulang, dan seterusnya membuat generalisasi.		
4. Menghubung kait pembahagian nombor dalam bentuk indeks yang mempunyai asas yang sama dengan pendaraban berulang, dan seterusnya membuat generalisasi.		
5. Menghubung kait nombor dalam bentuk indeks yang dikuasakan dengan pendaraban berulang, dan seterusnya membuat generalisasi.		
6. Menentusahkan $a^0 = 1$ dan $a^{-n} = \frac{1}{a^n}; a \neq 0$.		
7. Menentu dan menyatakan hubungan antara indeks pecahan dengan punca kuasa dan kuasa.		
8. Melaksanakan operasi yang melibatkan hukum indeks.		
9. Menyelesaikan masalah yang melibatkan hukum indeks.		

JELAJAH MATEMATIK

Adakah anda masih ingat tentang Segi Tiga Pascal yang dipelajari dalam bab Pola dan Jujukan di Tingkatan 2?

Segi Tiga Pascal yang dicipta oleh *Blaise Pascal*, seorang ahli matematik Perancis mempunyai banyak keunikan. Mari kita jelajah dua keunikan yang terdapat dalam Segi Tiga Pascal.

Aktiviti 1



Lembaran 1

Hasil tambah	Bentuk indeks
1	2^0
2	2^1
4	2^2

Lembaran 1(a)

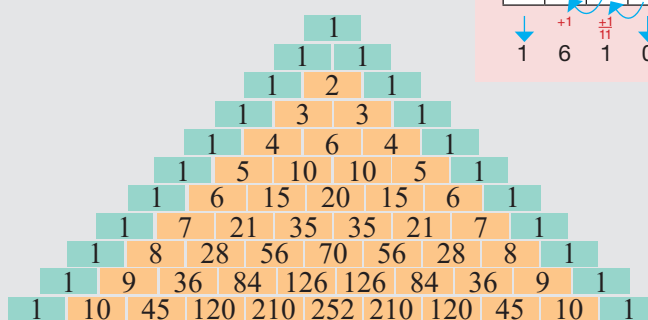
Arahan:

- Lakukan aktiviti ini secara berpasangan.
- Bina satu Segi Tiga Pascal seperti di Lembaran 1.
- Hitung hasil tambah nombor-nombor pada setiap baris. Tuliskan hasil tambah tersebut dalam tatatanda indeks dengan asas 2.
- Lengkapkan Lembaran 1(a). Bincang dengan rakan anda tentang pola jawapan yang wujud.
- Kemukakan ulasan anda.

Aktiviti 2

11^n	Nilai
11^0	1
11^1	11
11^2	121
11^3	1 331
11^4	
11^5	
11^6	
11^7	
11^8	
11^9	
11^{10}	

Lembaran 2(a)



Lembaran 2

TIP

$11^5 = 161\ 051$

1	5	10	10	5	1
↓	+1	+11	↓	↓	↓
1	6	1	0	5	1

Arahan:

- Lakukan aktiviti ini dalam kumpulan kecil.
- Bina satu Segi Tiga Pascal seperti di Lembaran 2.
- Perhatikan nombor pada setiap baris. Ia merupakan nilai indeks asas 11.
- Lengkapkan lembaran 2(a) dengan nilai indeks asas 11 tanpa menggunakan kalkulator.
- Bentang hasil dapatan kumpulan anda.
- Adakah jawapan anda sama dengan kumpulan lain?

BAB 2

Bentuk Piawai



Apakah yang akan anda pelajari?

2.1

Angka Bererti

2.2

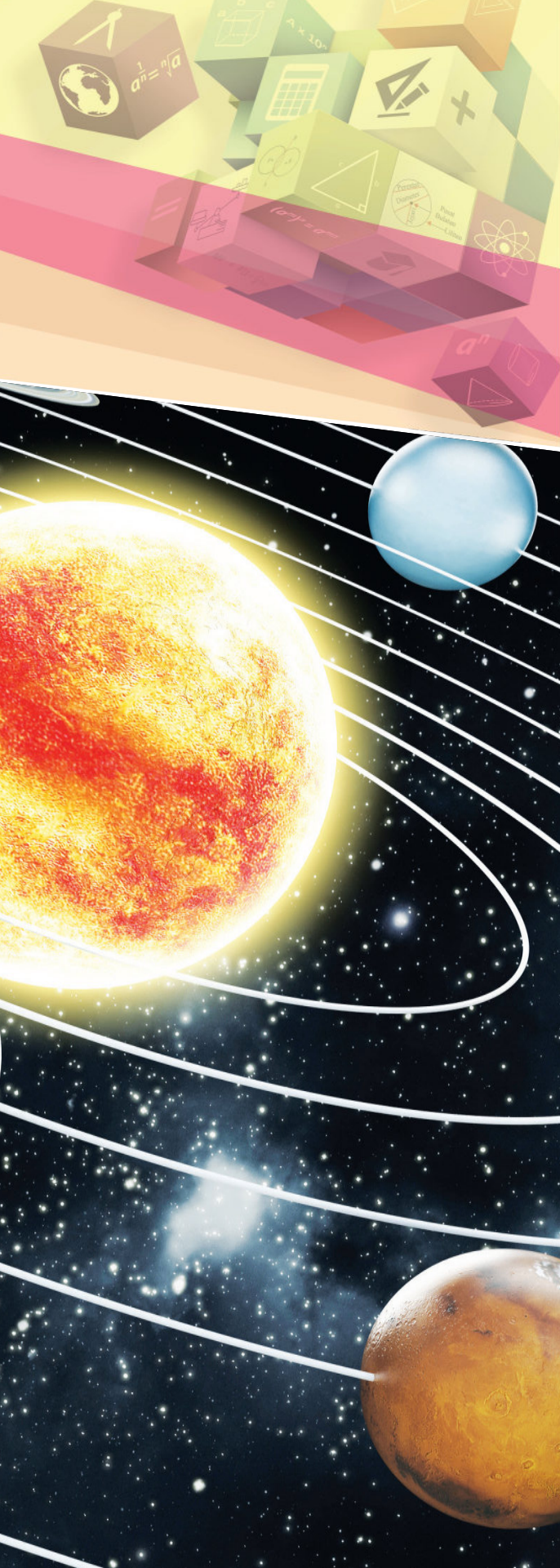
Bentuk Piawai

Kenapa Belajar Bab Ini?

- Dalam maklumat saintifik, nombor yang sangat besar atau sangat kecil nilainya sering digunakan. Misalnya, dalam astronomi, jarak di antara dua bintang biasanya berjuta-juta kilometer manakala dalam kajian jirim, jarak di antara atom amat kecil.
- Penulisan nombor dalam bentuk piawai digunakan secara meluas dalam bidang kajian saintifik, kejuruteraan, astronomi dan sebagainya.

Jarak di angkasa lepas, misalnya jarak di antara dua bintang di cakerawala, diukur dengan unit tahun cahaya. Tahun cahaya ialah jarak yang dilalui cahaya dalam satu tahun. Satu tahun cahaya adalah sama dengan 9 500 000 000 000 km iaitu 9.5 juta kilometer. Unit kecil seperti nano meter digunakan untuk jarak yang menghampiri 9.5 juta kilometer. Tahukah anda, 1 nano meter bersamaan dengan 0.000 000 001 meter?





Eksplorasi Zaman

Orang Yunani pada zaman purba menggunakan satu sistem berasaskan myriad iaitu sepuluh ribu. Satu myriad sama dengan seratus ribu.

Archimedes (287 SM – 212 SM) membentuk satu sistem nombor besar sehingga $10^8 \times 10^{16}$.



<http://yakini-pelajar.com/Eksplorasi%20Zaman/Bab%202/>

GERBANG KATA

- anggaran
- angka bererti
- bentuk piawai
- kejituan
- nombor tunggal
- pembundaran
- penghampiran
- *estimation*
- *significant figure*
- *standard form*
- *accuracy*
- *single number*
- *round off*
- *approximation*

2.1 Angka Bererti

Apakah maksud angka bererti dan bagaimanakah anda boleh menentukan bilangan angka bererti suatu nombor?

STANDARD PEMBELAJARAN

Menerangkan maksud angka bererti dan seterusnya menentukan bilangan angka bererti suatu nombor.

Dalam kehidupan seharian, kita menggunakan ukuran dalam pelbagai situasi. Jenis-jenis ukuran yang sering digunakan adalah seperti panjang, jarak, jisim, suhu, luas, kelajuan dan sebagainya.



Bumi

384 400 km



Bulan

Anggaran suatu ukuran boleh dibuat dengan menggunakan **penghampiran**. Misalnya jarak di antara bumi dengan bulan ialah 384 400 km. Nilai jarak ini merupakan satu anggaran yang dihitung dengan menggunakan kaedah tertentu dan diberi dalam bentuk penghampiran.

Darjah penghampiran suatu ukuran kepada **nilai sebenar** menunjukkan tahap ketepatan atau **kejituan** ukuran tersebut. Kemahiran membuat anggaran dan penghampiran boleh membantu anda dalam pelbagai situasi harian.

Cetusan Minda 1



Berpasangan

Tujuan: Mengenal pasti kepentingan membuat anggaran dan penghampiran dalam kehidupan seharian.

Langkah:

1. Baca dan fahami situasi-situasi berikut.

Situasi 1

Hashim tertarik dengan sehelai kemeja yang dijual dengan diskaun 50% di sebuah pasar raya. Harga asal kemeja itu ialah RM47.90. Hashim menganggarkan harga kemeja tersebut selepas diskaun dan membawanya ke kaunter bayaran. Juruwang memberitahu harga kemeja itu ialah RM28.70. Hashim memberitahu juruwang tersebut bahawa anggaran harga kemeja itu adalah tidak melebihi RM25. Adakah pernyataan Hashim benar?



Situasi 2

Puan Tan ingin membeli 30 meter kain yang berharga RM5.85 semeter untuk menjahit langsir. Beliau membuat anggaran jumlah harga kain itu dan menyediakan RM180. Adakah jumlah wang yang disediakan oleh Puan Tan mencukupi?

Perbincangan:

1. Dalam kedua-dua situasi di atas, bagaimanakah Hashim dan Puan Tan dapat membuat anggaran jumlah bayaran?
2. Bincang dengan rakan anda tentang kepentingan membuat anggaran dan penghampiran.
3. Nyatakan dua situasi lain yang memerlukan anda membuat anggaran dan penghampiran.

Hasil daripada Cetusan Minda 1, didapati bahawa;

Penghampiran suatu nilai kepada angka bererti tertentu membolehkan kita membuat anggaran dengan tepat.

Anda telah memahami kepentingan membuat anggaran bagi tujuan mendapatkan nilai yang hampir kepada nilai tepat. Angka bererti digunakan untuk mendapatkan nilai penghampiran tersebut.

Angka bererti suatu integer atau perpuluhan merujuk kepada digit-digit dalam nombor tersebut yang dinyatakan tepat kepada suatu darjah ketepatan yang dikehendaki. Bilangan angka bererti dihitung bermula daripada suatu digit bukan sifar.

Cetusan Minda 2 Berpasangan

Tujuan: Mengenal pasti kesan kedudukan digit sifar dalam integer dan perpuluhan.

Langkah:

1. Perhatikan kad-kad integer di bawah.

3 210	3 201	3 021	0 321
Kad 1	Kad 2	Kad 3	Kad 4

Adakah kedudukan digit sifar memberi kesan kepada nilai digit 3?

2. Perhatikan kad-kad perpuluhan di bawah.

3.210	3.201	3.021	0.321
Kad 5	Kad 6	Kad 7	Kad 8

Adakah kedudukan digit sifar memberi kesan kepada nilai digit 3?

3. Perhatikan kad-kad perpuluhan di bawah.

3.210	3.2100	3.21000	3.210000
Kad 9	Kad 10	Kad 11	Kad 12

Adakah bilangan digit sifar memberi kesan kepada nilai digit 2?

4. Bincang bersama rakan anda, tentang kesan kedudukan digit sifar kepada nilai digit bagi digit 3 pada kad 1 hingga kad 8 dan kesan penambahan digit sifar terhadap nilai digit bagi digit 2 pada kad 9 hingga kad 12.

5. Bentangkan hasil dapatan anda. Bandingkan hasil dapatan anda dengan kumpulan lain.

Perbincangan:

Apakah kesimpulan anda tentang kedudukan digit sifar dalam suatu integer atau perpuluhan?

Hasil daripada Cetusan Minda 2, didapati bahawa;

- Kad 1, Kad 2, Kad 3, Kad 5, Kad 6 dan Kad 7
 - Kedudukan digit sifar yang terletak di antara atau di bahagian akhir nombor, mengekalkan nilai tempat digit 3.
- Kad 4 dan Kad 8
 - Kedudukan digit sifar sebagai digit pertama telah mengubah nilai tempat digit 3.
- Kad 9, Kad 10, Kad 11 dan Kad 12
 - Kedudukan digit sifar di bahagian akhir perpuluhan tidak mengubah nilai tempat digit 2.



IMBAS KEMBALI

- Bagi digit 9 dalam nombor 5 9 2 7;
- ◆ Nilai tempat – ratus
 - ◆ Nilai digit – 900

Secara generalisasi,

- Semua digit bukan sifar ialah angka bererti.
- Digit sifar antara digit bukan sifar ialah angka bererti.
- Digit sifar di bahagian akhir suatu integer ialah angka bererti mengikut tahap kejituan yang dikehendaki.
- Digit sifar di bahagian akhir suatu perpuluhan ialah angka bererti kerana menentukan tahap kejituan perpuluhan tersebut.
- Digit sifar sebelum digit bukan sifar yang pertama bukan angka bererti.

Bagaimanakah anda menentukan bilangan angka bererti?

Perpuluhan

Bukan angka bererti:
Hanya digunakan untuk menentukan nilai tempat bagi digit 5.

Angka bererti:
Digit sifar di antara atau di bahagian akhir perpuluhan ialah angka bererti.

0.00501400

Angka bererti:
Semua digit bukan sifar ialah angka bererti.

Integer

803 000

Angka bererti.

Angka bererti mengikut tahap kejituan yang dikehendaki.

Contoh 1

Tentukan bilangan angka bererti bagi nombor-nombor berikut.

- (a) 2 763 (b) 5 008 (c) 7 409 (d) 15 000
 (e) 0.7803 (f) 0.0809 (g) 12.051 (h) 1.2700

Penyelesaian:

- (a) 2 763 [4 a.b.]
 (b) 5 008 [4 a.b.] → Digit sifar antara digit bukan sifar ialah angka bererti.
 (c) 7 409 [4 a.b.] → Digit sifar antara digit bukan sifar ialah angka bererti.
 (d) (i) 15 000 [2 a.b.] → Jika tahap kejituan ialah ribu terhampir.
 (ii) 15 000 [3 a.b.] → Jika tahap kejituan ialah ratus terhampir.
 (iii) 15 000 [4 a.b.] → Jika tahap kejituan ialah puluh terhampir.
 (iv) 15 000 [5 a.b.] → Jika tahap kejituan ialah sa terhampir.
 (e) 0.7803 [4 a.b.]
 (f) 0.0809 [3 a.b.] } Digit sifar sebelum digit bukan sifar yang pertama ialah bukan angka bererti.
 (g) 12.051 [5 a.b.]
 (h) 1.2700 [5 a.b.] → Semua digit sifar selepas digit bukan sifar di akhir perpuluhan ialah angka bererti.

TIP

- ♦ Sifar yang berada di antara digit-digit bukan sifar ialah angka bererti. Misalnya, (a) 60 007 (5 angka bererti). (b) 50.0042 (6 angka bererti).
- ♦ Bagi suatu perpuluhan, semua digit sebelum digit bukan sifar bukan angka bererti. Misalnya, (a) 0.007 (1 angka bererti). (b) 0.005020 (4 angka bererti).
- ♦ Bagi suatu nombor bulat, sifar yang berada di hujung nombor itu tidak dianggap sebagai angka bererti melainkan dinyatakan. Misalnya, (a) 8 750 = 8 800 (Dibundarkan kepada 2 angka bererti). (b) 8 750 = 9 000 (Dibundarkan kepada 1 angka bererti).

TIP

Angka bererti boleh ditulis sebagai a.b.

1. Nyatakan bilangan angka bererti bagi nombor-nombor berikut.

- (a) 2 600 (b) 30 004 (c) 4 000 600 (d) 0.5003
 (e) 0.080 (f) 9.0070 (g) 0.002000 (h) 30.0002

Bagaimanakah anda boleh membundarkan suatu nombor kepada bilangan angka bererti yang tertentu?

STANDARD PEMBELAJARAN

Membundarkan suatu nombor kepada bilangan angka bererti yang tertentu.

Masihkah anda ingat bagaimana untuk membundarkan suatu nombor kepada nilai tempat tertentu? Konsep dan kaedah yang sama digunakan untuk membundarkan suatu nombor kepada bilangan angka bererti yang tertentu.

Contoh 2

Bundarkan setiap nombor yang berikut kepada 2 angka bererti.

- (a) 63 479 (b) 2 476 (c) 6 953

Penyelesaian:

(a)

4 < 5, maka digit 3 tidak berubah.

4, 7 dan 9 terletak sebelum titik perpuluhan. Maka, gantikan 4, 7 dan 9 dengan sifar.

Digit yang ingin dibundarkan.

Maka, 63 479 = 63 000 (2 a.b.)

(b)

7 > 5, maka tambah 1 kepada 4.

7 dan 6 terletak sebelum titik perpuluhan. Oleh itu, gantikan 7 dan 6 dengan sifar.

Digit yang ingin dibundarkan.

Maka, 2 476 = 2 500 (2 a.b.)

(c)

5 = 5, maka tambah 1 kepada 9.

5 dan 3 terletak sebelum titik perpuluhan. Oleh itu, gantikan 5 dan 3 dengan sifar.

Digit yang ingin dibundarkan.

Maka, 6 953 = 7 000 (2 a.b.)

Contoh 3

Bundarkan 68.79 kepada

- (a) 3 angka bererti (b) 1 angka bererti

Penyelesaian:

(a)

9 > 5, maka tambah 1 kepada 7.

Digit 9 terletak selepas titik perpuluhan. Maka, 9 digugurkan.

Digit yang ingin dibundarkan.

Maka, 68.79 = 68.8 (3 a.b.)

TIP

Bagi integer, titik perpuluhan terletak di belakang digit terakhir.



IMBAS KEMBALI

Bundarkan 38 279 kepada
(a) ratus terhampir.
(b) ribu terhampir.

Penyelesaian:

- (a) 38 279
 $\begin{array}{r} +1 (7 > 5) \\ \hline = 38\ 300 \end{array}$
 (b) 38 279
 (tiada perubahan)
 = 38 000

TIP

Bagi integer, digit bukan sifar yang pertama ialah angka bererti.

KUIZ

Mengapakah digit-digit selepas digit yang dibundarkan bagi suatu perpuluhan harus digugurkan?

(b)

68.79
 ①
 Digit yang ingin dibundarkan.

$8 > 5$, maka tambah 1 kepada 6.

Digit 8 terletak sebelum titik perpuluhan. Maka, 8 digantikan dengan sifar. 7 dan 9 digugurkan.

Maka, $68.79 = 70$ (1 a.b.)

Contoh 4

Bundarkan 0.008025 kepada

- (a) 3 angka bererti (b) 2 angka bererti

KUIZ ✓

Bundarkan 10.09 kepada 1 angka bererti dan 2 angka bererti.

Penyelesaian:

(a)

0.008025
 ① ② ③
 Digit yang ingin dibundarkan.

$5 = 5$ maka, tambah 1 kepada 2.

Digit 5 digugurkan kerana digit tersebut terletak selepas titik perpuluhan.

Maka, $0.008025 = 0.00803$ (3 a.b.)

(b)

0.008025
 ① ②
 Digit yang ingin dibundarkan.

$2 < 5$ maka, digit 0 tidak berubah.

Digit 2 dan 5 digugurkan kerana digit tersebut terletak selepas titik perpuluhan.

Maka, $0.008025 = 0.0080$ (2 a.b.)

UJI MINDA 2.1b

1. Lengkapkan jadual berikut dengan membundarkan setiap nombor berikut betul kepada angka bererti yang diberi.

Nombor	3 angka bererti	2 angka bererti	1 angka bererti
(a) 47 193			
(b) 5 261			
(c) 305.72			
(d) 20.68			
(e) 8.595			
(f) 5.9			
(g) 0.6937			
(h) 0.09184			
(i) 0.005709			

2. Hitung setiap operasi berikut. Nyatakan jawapan betul kepada angka bererti yang dinyatakan dalam kurungan.

- | | |
|--|--|
| (a) $2.57 \times 4.5 + 0.45$ [4] | (b) $8.59 \div 2.1 - 1.26$ [3] |
| (c) $14.23 - 2.6 \times 1.2$ [3] | (d) $15.74 + 20.3 \div 2.5$ [2] |
| (e) $7.63 \times 0.5 \div 4.2 + 5.7$ [3] | (f) $10.25 \div 0.75 - 4.2 \times 0.2$ [2] |
| (g) $15.62 - 1.72 \times 0.2 + 6.3$ [1] | (h) $4.94 + 5.76 \div 0.26 \times 1.4$ [3] |

2.2 Bentuk Piawai

 **Bagaimanakah anda boleh mengenal dan menulis nombor dalam bentuk piawai?**

STANDARD PEMBELAJARAN
 Mengenal dan menulis nombor dalam bentuk piawai.

Pelbagai bidang sains seperti astronomi, biologi, fizik dan kejuruteraan sering menggunakan nombor bernilai terlalu besar atau terlalu kecil dalam kajian mereka. Nombor-nombor tersebut ditulis dalam bentuk piawai untuk memudahkan cara penulisan.

Bentuk piawai ialah cara menulis suatu **nombor tunggal** dalam bentuk

$$A \times 10^n$$

dengan keadaan $1 \leq A < 10$ dan n ialah integer.

Misalnya, keluasan negara Malaysia ialah $330\,803\,000\,000\text{ m}^2$. Nilai ini boleh ditulis sebagai $3.308 \times 10^{11}\text{ m}^2$ atau $3.30803 \times 10^{11}\text{ m}^2$ atau mengikut bilangan angka bererti yang dikehendaki.

 **Bagaimanakah anda menukar nombor tunggal kepada bentuk piawai?**

Apabila suatu nombor tunggal ditukar kepada bentuk piawai;

- Nombor bernilai lebih daripada 1 akan memberi indeks positif.
- Nombor bernilai kurang daripada 1 akan memberi indeks negatif.

IMBAS KEMBALI
 ♦ a^n , n ialah indeks positif.
 ♦ a^{-n} , $-n$ ialah indeks negatif.

Contoh 5

Tuliskan nombor tunggal berikut dalam bentuk piawai.

(a) 28

(b) 280

(c) 2 805.3

Penyelesaian:

(a) $28 = 2.8 \times 10$

Nilai tempat ialah **puhuh**

Titik perpuluhan selepas digit bukan sifar yang pertama.

(b) $280 = 2.80 \times 100$
 $= 2.8 \times 10^2$

Nilai tempat ialah **ratus**

(c) $2\,805.3 = 2.8053 \times 1\,000$
 $= 2.8053 \times 10^3$

Nilai tempat ialah **ribu**

Contoh 6

Tuliskan perpuluhan berikut dalam bentuk piawai.

(a) 0.325

(b) 0.00325

(c) 0.03025

(d) 0.003005

Penyelesaian:

(a) $0.325 = 3.25 \times \frac{1}{10}$
 $= 3.25 \times 10^{-1}$

Nilai tempat ialah **per sepuluh**

(b) $0.00325 = 3.25 \times \frac{1}{1\,000}$
 $= 3.25 \times \frac{1}{10^3}$
 $= 3.25 \times 10^{-3}$

Nilai tempat ialah **per seribu**

IMBAS KEMBALI
 $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

SUDUT DISKUSI
 Adakah 5.1×10^0 suatu nombor dalam bentuk piawai? Bincangkan.

$$\begin{aligned} \text{(c) } 0.03025 &= 3.025 \times \frac{1}{100} \\ &= 3.025 \times \frac{1}{10^2} \\ &= 3.025 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

Nilai tempat ialah **per seratus**

$$\begin{aligned} \text{(d) } 0.003005 &= 3.005 \times \frac{1}{1\,000} \\ &= 3.005 \times \frac{1}{10^3} \\ &= 3.005 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

Nilai tempat ialah **per seribu**

Bagaimanakah anda menukar nombor dalam bentuk piawai kepada nombor tunggal?

Apabila suatu nombor dalam bentuk piawai ditukar kepada nombor tunggal;

- Nombor itu bernilai sama atau lebih daripada 10 jika indeksnya positif.
- Nombor itu bernilai kurang daripada 1 jika indeksnya negatif.

Contoh 7

Tuliskan 4.17×10^5 sebagai nombor tunggal.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} 4.17 \times 10^5 &= 4.17 \times 100\,000 \\ &= 417\,000 \end{aligned}$$

Contoh 8

Tuliskan 8.063×10^{-5} sebagai nombor tunggal.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} 8.063 \times 10^{-5} &= 8.063 \times \frac{1}{100\,000} \\ &= 0.00008063 \end{aligned}$$

Contoh 9

Tentukan 3 050 terabait dalam bait. Nyatakan jawapan dalam bentuk piawai.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} 3\,050 \text{ terabait} &= 3\,050 \times 10^{12} \text{ bait} \\ &= (3.05 \times 10^3) \times 10^{12} \text{ bait} \\ &= (3.05 \times 10^{3+12}) \text{ bait} \\ &= 3.05 \times 10^{15} \text{ bait} \end{aligned}$$

Gunakan hukum indeks $a^m \times a^n = a^{m+n}$

Contoh 10

Tentukan 0.0057 nanometer dalam meter. Nyatakan jawapan dalam bentuk piawai.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} 0.0057 \text{ nanometer} &= 0.0057 \times 10^{-9} \text{ meter.} \\ &= (5.7 \times 10^{-3}) \times 10^{-9} \text{ meter} \\ &= (5.7 \times 10^{-3+(-9)}) \text{ meter} \\ &= (5.7 \times 10^{-3-9}) \text{ meter} \\ &= 5.7 \times 10^{-12} \text{ meter} \end{aligned}$$

Gunakan hukum indeks $a^m \times a^n = a^{m+n}$



IMBAS KEMBALI

$$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$$

$$10^{-5} = \frac{1}{10^5}$$

BULETIN

1 tera = 1 000 000 000 000

1 nano = 0.000 000 001



BIJAK MINDA

Berapakah nilai 1 tera dalam nano?

Cetusan Minda 3



Berpasangan

Tujuan: Menulis sistem metrik bagi ukuran dalam bentuk piawai.

Langkah:

- Lengkapkan jadual di bawah dengan menulis nombor tunggal bagi nilai ukuran sistem metrik dalam bentuk piawai.

Awalan	Simbol	Nilai	
		Nombor tunggal	Bentuk piawai
eksa	E	1 000 000 000 000 000 000	1×10^{18}
peta	P	1 000 000 000 000 000	
tera	T	1 000 000 000 000	
giga	G	1 000 000 000	
mega	M	1 000 000	
kilo	k	1 000	
hekto	h	100	
deka	da	10	
–	–	1	1×10^0
desi	d	0.1	1×10^{-1}
centi	c	0.01	
mili	m	0.001	
mikro	μ	0.000 001	
nano	n	0.000 000 001	
piko	p	0.000 000 000 001	
femto	f	0.000 000 000 000 001	
atto	a	0.000 000 000 000 000 001	

Perbincangan:

Suatu nombor yang terlalu besar atau terlalu kecil nilainya boleh ditulis dalam bentuk nombor tunggal atau dalam bentuk piawai. Bentuk manakah yang anda akan pilih untuk suatu operasi pengiraan? Nyatakan alasan anda.

Hasil daripada Cetusan Minda 3, didapati bahawa;

Bentuk piawai memudahkan penulisan nombor yang bernilai besar dan nombor yang bernilai kecil dalam bentuk yang ringkas dan mudah difahami.

UJI MINDA 2.2a

- Tuliskan nombor tunggal berikut dalam bentuk piawai.

(a) 35	(b) 481	(c) 5 075	(d) 97.25
(e) 3 124.3	(f) 0.9	(g) 0.23	(h) 0.0375
- Tukarkan nombor dalam bentuk piawai kepada nombor tunggal.

(a) 2.5×10^0	(b) 3.75×10^1	(c) 4.23×10^2
(d) 5.07×10^3	(e) 9.1×10^4	(f) 6.2×10^{-1}
(g) 7.29×10^{-2}	(h) 1.034×10^{-3}	(i) 8.504×10^{-4}
- Tukarkan ukuran dalam sistem metrik berikut kepada unit yang diberikan dalam kurungan. Nyatakan jawapan anda dalam bentuk piawai.

(a) 1 050 kilometer [meter]	(b) 216 gigabait [bait]
(c) 0.75 teraliter [liter]	(d) 95 mikrometer [meter]
(e) 123 nanometer [meter]	(f) 0.089 femtometer [meter]

TIP

Gunakan data daripada Cetusan Minda 3 untuk menyelesaikan soalan 3.

Bagaimanakah operasi asas aritmetik yang melibatkan nombor dalam bentuk piawai boleh dilaksanakan?

STANDARD PEMBELAJARAN

Melaksanakan operasi asas aritmetik yang melibatkan nombor dalam bentuk piawai.

Operasi Tambah dan Tolak

Contoh 11

Hitung nilai setiap operasi berikut. Nyatakan jawapan dalam bentuk piawai.

- (a) $2.73 \times 10^3 + 5.92 \times 10^3$
- (b) $4.27 \times 10^5 + 9.35 \times 10^5$
- (c) $7.02 \times 10^4 + 2.17 \times 10^5$
- (d) $9.45 \times 10^6 - 3.24 \times 10^5$

Penyelesaian:

(a) $2.73 \times 10^3 + 5.92 \times 10^3$
 $= (2.73 + 5.92) \times 10^3$
 $= 8.65 \times 10^3$

Faktorkan 10^3

(b) $4.27 \times 10^5 + 9.35 \times 10^5$
 $= (4.27 + 9.35) \times 10^5$
 $= 13.62 \times 10^5$
 $= (1.362 \times 10) \times 10^5$
 $= 1.362 \times 10^1 \times 10^5$
 $= 1.362 \times 10^{1+5}$
 $= 1.362 \times 10^6$

IMBAS KEMBALI

- ◆ $5a^n + 7a^n$
 $= (5 + 7)a^n$
 $= 12a^n$
- ◆ $5 \times 10^n + 7 \times 10^n$
 $= (5 + 7)10^n$
 $= 12(10^n)$

(c) **Kaedah 1**
 $7.02 \times 10^4 + 2.17 \times 10^5$
 $= 7.02 \times 10^4 + 2.17 \times 10^1 \times 10^4$
 $= 7.02 \times 10^4 + 21.7 \times 10^4$
 $= (7.02 + 21.7) \times 10^4$
 $= 28.72 \times 10^4$
 $= 2.872 \times 10^1 \times 10^4$
 $= 2.872 \times 10^{1+4}$
 $= 2.872 \times 10^5$

10^5 ditukarkan kepada $10^1 \times 10^4$ untuk memudahkan pengiraan.

Kaedah 2
 $7.02 \times 10^4 + 2.17 \times 10^5$
 $= 7.02 \times 10^{-1} \times 10^5 + 2.17 \times 10^5$
 $= 0.702 \times 10^5 + 2.17 \times 10^5$
 $= (0.702 + 2.17) \times 10^5$
 $= 2.872 \times 10^5$

TIP

Bagi operasi tambah dan tolak, tukarkan indeks bernilai kecil kepada indeks bernilai besar seperti kaedah 2 contoh (c) dan contoh (d).

(d) **Kaedah 1**
 $9.45 \times 10^6 - 3.24 \times 10^5$
 $= 9.45 \times 10^1 \times 10^5 - 3.24 \times 10^5$
 $= 94.5 \times 10^5 - 3.24 \times 10^5$
 $= (94.5 - 3.24) \times 10^5$
 $= 91.26 \times 10^5$
 $= 9.126 \times 10^1 \times 10^5$
 $= 9.126 \times 10^{1+5}$
 $= 9.126 \times 10^6$

Kaedah 2
 $9.45 \times 10^6 - 3.24 \times 10^5$
 $= 9.45 \times 10^6 - 3.24 \times 10^{-1} \times 10^6$
 $= 9.45 \times 10^6 - 0.324 \times 10^6$
 $= (9.45 - 0.324) \times 10^6$
 $= 9.126 \times 10^6$

BIJAK MINDA

Hitung nilai operasi berikut tanpa menggunakan kalkulator.
 ◆ $2.4 \times 10^3 + 1.3 \times 10^5$
 ◆ $8.5 \times 10^4 - 1.2 \times 10^2$

Contoh 12

Hitung nilai setiap operasi berikut. Nyatakan jawapan dalam bentuk piawai.

- (a) $3.58 \times 10^{-3} + 9.24 \times 10^{-3}$ (b) $8.21 \times 10^{-4} + 1.49 \times 10^{-5}$
 (c) $2.3 \times 10^{-5} - 4.6 \times 10^{-6}$

Penyelesaian:

(a) $3.58 \times 10^{-3} + 9.24 \times 10^{-3} = (3.58 + 9.24) \times 10^{-3}$
 $= 12.82 \times 10^{-3}$
 $= 1.282 \times 10^1 \times 10^{-3}$
 $= 1.282 \times 10^{1+(-3)}$
 $= 1.282 \times 10^{-2}$

(b) **Kaedah 1**

$$\begin{aligned} & 8.21 \times 10^{-4} + 1.49 \times 10^{-5} \\ &= \underbrace{8.21 \times 10^1 \times 10^{-5}} + 1.49 \times 10^{-5} \\ &= \underbrace{82.1 \times 10^{-5} + 1.49 \times 10^{-5}} \\ &= (82.1 + 1.49) \times 10^{-5} \\ &= \underbrace{83.59 \times 10^{-5}} \\ &= \underbrace{8.359 \times 10^1 \times 10^{-5}} \\ &= 8.359 \times 10^{1+(-5)} \\ &= 8.359 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

Kaedah 2

$$\begin{aligned} & 8.21 \times 10^{-4} + 1.49 \times 10^{-5} \\ &= 8.21 \times 10^{-4} + \underbrace{1.49 \times 10^{-1} \times 10^{-4}} \\ &= 8.21 \times 10^{-4} + \underbrace{0.149 \times 10^{-4}} \\ &= (8.21 + 0.149) \times 10^{-4} \\ &= 8.359 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

(c) **Kaedah 1**

$$\begin{aligned} & 2.3 \times 10^{-5} - 4.6 \times 10^{-6} \\ &= \underbrace{2.3 \times 10^1 \times 10^{-6}} - 4.6 \times 10^{-6} \\ &= \underbrace{23 \times 10^{-6} - 4.6 \times 10^{-6}} \\ &= (23 - 4.6) \times 10^{-6} \\ &= \underbrace{18.4 \times 10^{-6}} \\ &= \underbrace{1.84 \times 10^1 \times 10^{-6}} \\ &= 1.84 \times 10^{1+(-6)} \\ &= 1.84 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

Kaedah 2

$$\begin{aligned} & 2.3 \times 10^{-5} - 4.6 \times 10^{-6} \\ &= 2.3 \times 10^{-5} - \underbrace{4.6 \times 10^{-1} \times 10^{-5}} \\ &= 2.3 \times 10^{-5} - \underbrace{0.46 \times 10^{-5}} \\ &= (2.3 - 0.46) \times 10^{-5} \\ &= 1.84 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

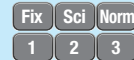
UJI MINDA 2.2b

1. Hitung nilai setiap operasi berikut. Nyatakan jawapan dalam bentuk piawai.

- (a) $2.4 \times 10^4 + 3.57 \times 10^4$ (b) $8.2 \times 10^6 - 4.27 \times 10^6$
 (c) $5.23 \times 10^7 + 4.98 \times 10^7$ (d) $1.2 \times 10^5 + 3.74 \times 10^4$
 (e) $5.7 \times 10^8 - 2.4 \times 10^7$ (f) $5.7 \times 10^3 + 8.02 \times 10^4$
 (g) $6.5 \times 10^4 - 7.3 \times 10^3$ (h) $5.2 \times 10^{-3} - 4.12 \times 10^{-3}$
 (i) $8.74 \times 10^{-5} - 2.65 \times 10^{-5}$ (j) $4.1 \times 10^{-4} + 9.5 \times 10^{-3}$
 (k) $8.3 \times 10^{-4} - 6.2 \times 10^{-5}$ (l) $9.42 \times 10^{-6} - 7.35 \times 10^{-7}$

BIJAK TEKNOLOGI

1. Tekan kekunci **Mode** beberapa kali sehingga mendapat paparan seperti berikut:



2. Tekan **2** untuk memilih **Sci**, iaitu bentuk piawai.
 3. Masukkan bilangan angka bererti (a.b) yang diperlukan, misalnya 9.

4. Masukkan operasi yang diperlukan.
 ♦ $3.2 \times 10^5 - 4.2 \times 10^4$
 Tekan **3.2** **Exp** **5** **-** **4.2** **Exp** **4**.

Paparan skrin:
 3.2 E5 - 4.2 E4
 Tekan **=** 2.78×10^5 .

♦ $4 \times 10^5 \times 3.7 \times 10^4$
 Tekan **4** **Exp** **5** ***** **3.7** **Exp** **4**.

Paparan skrin:
 4 **Exp** 5 * 3.7 **Exp** 4
 Tekan **=** 1.48×10^{10} .

5. Lanjutkan penerokaan anda untuk operasi-operasi lain yang melibatkan bentuk piawai yang lain.

6. Bandingkan keputusan yang dipaparkan oleh kalkulator dan jawapan yang dihitung secara manual.

Contoh 13

Selesaikan setiap operasi berikut. Nyatakan jawapan dalam bentuk piawai.

- (a) $3 \times 10^5 \times 4.9 \times 10^2$ (b) $7.5 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^{-6}$
 (c) $\frac{5.9 \times 10^5}{2 \times 10^2}$ (d) $\frac{6.8 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-6}}$

Penyelesaian:

- (a) $3 \times 10^5 \times 4.9 \times 10^2$ (b) $7.5 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^{-6}$ (c) $\frac{5.9 \times 10^5}{2 \times 10^2}$ (d) $\frac{6.8 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-6}}$
 $= (3 \times 4.9) \times 10^{5+2}$ $= (7.5 \times 5) \times 10^{-3+(-6)}$
 $= 14.7 \times 10^7$ $= 37.5 \times 10^{-9}$
 $= 1.47 \times 10^1 \times 10^7$ $= 3.75 \times 10^1 \times 10^{-9}$
 $= 1.47 \times 10^{1+7}$ $= 3.75 \times 10^{1+(-9)}$
 $= 1.47 \times 10^8$ $= 3.75 \times 10^{-8}$
 $= \frac{5.9}{2} \times 10^{5-2}$ $= \frac{6.8}{4} \times 10^{-3-(-6)}$
 $= 2.95 \times 10^3$ $= 1.7 \times 10^3$

UJI MINDA 2.2c

1. Hitung nilai setiap operasi berikut. Nyatakan jawapan dalam bentuk piawai.

- (a) $4 \times 10^5 \times 3.7 \times 10^2$ (b) $7.5 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^{-6}$
 (c) $6.3 \times 10^5 \times 4.0 \times 10^2$ (d) $5.3 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^5$
 (e) $(1.08 \times 10^2) \div (2.4 \times 10^4)$ (f) $(9.6 \times 10^{-2}) \div (1.5 \times 10^{-5})$
 (g) $(5.9 \times 10^5) \div (2 \times 10^2)$ (h) $(2.58 \times 10^4) \div (0.3 \times 10^{-4})$

2. Sebuah kolam renang mudah alih berukuran $305 \text{ cm} \times 183 \text{ cm} \times 56 \text{ cm}$. Hitung isi padu maksimum air yang boleh diisi dalam liter. Nyatakan jawapan dalam bentuk piawai dan betul kepada empat angka bererti.

3. Syazwani ingin memindahkan data berkapasiti 2 terabait kepada pemacu pena yang berkapasiti 32 gigabait. Berapakah bilangan minimum pemacu pena berkapasiti 32 gigabait yang diperlukan?



4. Diberi 1 milimeter = 10^{-3} meter dan 1 mikrometer = 10^{-6} meter. Hitung nilai 1 milimeter dalam unit mikrometer.

TIP

Hukum Indeks

- ◆ Operasi darab
 $(A \times 10^m) \times (B \times 10^n)$
 $= (A \times B) \times 10^{m+n}$
- ◆ Operasi bahagi
 $(A \times 10^m) \div (B \times 10^n)$
 $= (A \div B) \times 10^{m-n}$

BULETIN

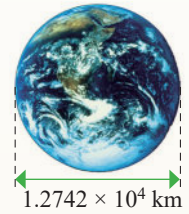
- 1 liter = 1 000 cm^3
- 1 liter = 0.001 m^3

SUDUT DISKUSI

Antara operasi tambah atau tolak dan operasi darab atau bahagi yang melibatkan bentuk piawai, operasi yang manakah mudah untuk diselesaikan? Mengapa?

Contoh 16

Gambar rajah menunjukkan bumi dengan diameter 1.2742×10^4 km. Hitung luas permukaan bumi, dalam km^2 . Nyatakan jawapan anda dalam bentuk piawai, betul kepada empat angka bererti. [Luas permukaan sfera = $4\pi j^2$ dan $\pi = 3.142$]



Penyelesaian:

Memahami masalah

- Bumi berbentuk sfera.
- Diameter bumi ialah 1.2742×10^4 km.
- Jawapan dalam bentuk piawai betul kepada empat angka bererti.

Merancang strategi

- $\text{Jejari} = \frac{\text{diameter}}{2}$.
- Menggunakan rumus luas permukaan sfera untuk menghitung luas permukaan bumi.

Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned}\text{Jejari bumi} &= \left(\frac{1.2742 \times 10^4}{2}\right) \text{ km} \\ &= 6.371 \times 10^3 \text{ km}\end{aligned}$$

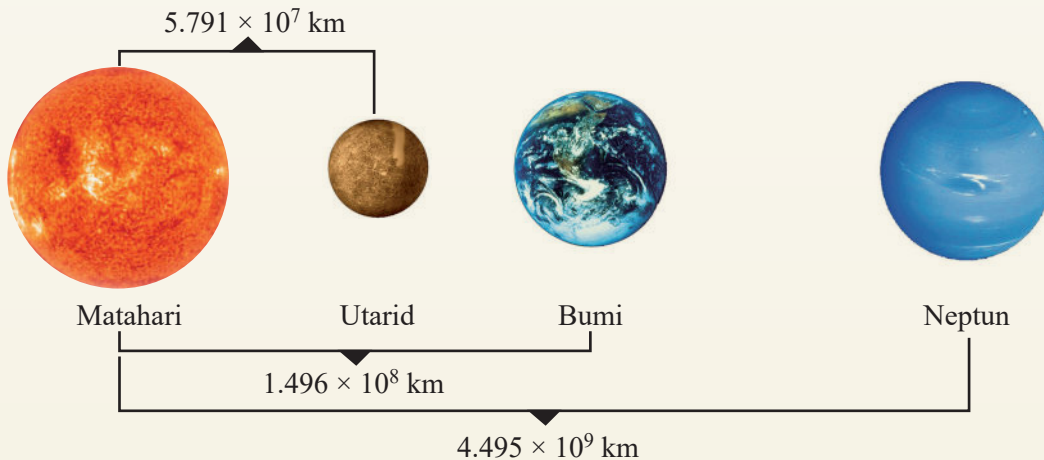
$$\begin{aligned}\text{Luas permukaan bumi} &= 4\pi j^2 \\ &= [4(3.142)(6.371 \times 10^3)^2] \text{ km}^2 \\ &= 510\,130\,608.1 \text{ km}^2 \\ &= 5.101 \times 10^8 \text{ km}^2 \text{ (4 a.b.)}\end{aligned}$$

Membuat kesimpulan

Luas permukaan bumi ialah $5.101 \times 10^8 \text{ km}^2$

UJI MINDA 2.2d

1. Purata penggunaan air sehari di sebuah kawasan perumahan ialah $6\,950 \text{ m}^3$. Hitung jumlah penggunaan air, dalam meter padu, di kawasan perumahan tersebut pada bulan Februari 2016. Nyatakan jawapan dalam bentuk piawai betul kepada tiga angka bererti.
- 2.



Gambar rajah di atas menunjukkan anggaran jarak di antara tiga planet dalam sistem Suria dari matahari pada suatu hari tertentu. Hitung beza jarak, dalam km, di antara

- (a) Utarid dengan Bumi (b) Utarid dengan Neptun (c) Bumi dengan Neptun

Nyatakan jawapan dalam bentuk piawai dan betul kepada tiga angka bererti.

Cabaran Dinamis 

Uji Diri

1. Bundarkan nombor dan perpuluhan berikut kepada angka bererti yang dinyatakan dalam kurungan.

- | | | | |
|-----------------|----------------|----------------|-----------------|
| (a) 23 725 [2] | (b) 54 299 [4] | (c) 8 999 [2] | (d) 295 197 [2] |
| (e) 4 854 [1] | (f) 5 [3] | (g) 0.2763 [2] | (h) 35.074 [1] |
| (i) 423.575 [2] | (j) 10.234 [1] | (k) 1.0372 [3] | (l) 501.724 [3] |

2. Diberi $m = 3.2 \times 10^3$ dan $n = 5.43 \times 10^4$. Hitung nilai operasi berikut. Nyatakan jawapan anda dalam bentuk piawai dan betul kepada tiga angka bererti.

- | | | | |
|---------------------|----------------------|-----------------------|------------------|
| (a) $2mn$ | (b) $m + n$ | (c) $n - m$ | (d) $m^2 + n^2$ |
| (e) $\frac{3m}{2n}$ | (f) $\frac{m+n}{mn}$ | (g) $m^{-2} + n^{-3}$ | (h) $n - m^{-3}$ |

3. Lengkapkan langkah penyelesaian bagi operasi berikut.

- | | |
|---|--|
| (a) $2.5 \times 10^2 + 1.35 \times 10^4$
$= 2.5 \times 10^{\square} \times 10^4 + 1.35 \times 10^4$
$= \square \times 10^4 + 1.35 \times 10^4$
$= (\square + \square) \times 10^4$
$= \square \times 10^4$ | (b) $5.74 \times 10^{-3} + 3.4 \times 10^{-6}$
$= 5.74 \times 10^{-3} + 3.4 \times 10^{\square} \times 10^{-3}$
$= 5.74 \times 10^{-3} + \square \times 10^{-3}$
$= (\square + \square) \times 10^{-3}$
$= \square \times 10^{-3}$ |
| (c) $1.75 \times 10^2 - 4.2 \times 10^{-1}$
$= 1.75 \times 10^2 - 4.2 \times 10^{\square} \times 10^2$
$= 1.75 \times 10^2 - \square \times 10^2$
$= (\square - \square) \times 10^2$
$= \square \times 10^2$ | (d) $3.7 \times 10^{-2} - 4.3 \times 10^{-5}$
$= 3.7 \times 10^{-2} - 4.3 \times 10^{\square} \times 10^{-2}$
$= 3.7 \times 10^{-2} - \square \times 10^{-2}$
$= (\square - \square) \times 10^{-2}$
$= \square \times 10^{-2}$ |

4. Sebuah kilang mengeluarkan 72 ribu paket kerepek setiap minggu. Jika kilang itu beroperasi 6 hari seminggu dan 18 jam sehari, hitung

- (a) bilangan paket kerepek yang dihasilkan setiap hari. Nyatakan jawapan anda dalam bentuk piawai.
- (b) keuntungan purata per jam jika untung bersih satu paket kerepek ialah 32 sen. Nyatakan jawapan dalam RM terdekat.



5. Anggaran jumlah penduduk Malaysia pada tahun 2018 ialah 32 juta orang. Diberi keluasan Malaysia ialah $330\,803\text{ km}^2$. Hitung kepadatan penduduk Malaysia bagi setiap kilometer persegi pada tahun 2018.

Nyatakan jawapan tepat kepada integer terdekat.



Mahir Diri

1. Sebuah dewan orang ramai yang baharu dibina memerlukan 6 185 keping jubin berukuran $30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ untuk lantai.
- Hitung luas lantai dewan dalam meter persegi. Nyatakan jawapan anda dalam bentuk piawai betul kepada tiga angka bererti.
 - Diberi kos sekeping jubin ialah RM1.75. Hitung jumlah kos jubin dalam RM terdekat.

2. Encik Hanif memandu kereta dari Kota Bharu ke Kuala Terengganu untuk melawat anaknya. Dalam perjalanan balik ke Kota Bharu, Encik Hanif singgah di bandar Setiu. Peta menunjukkan jarak dan masa perjalanan Encik Hanif.

- Hitung purata laju, dalam km j^{-1} , kereta Encik Hanif bagi perjalanan
 - dari Kota Bharu ke Kuala Terengganu
 - dari Kuala Terengganu ke Setiu.
 - dari Setiu ke Kota Bharu.

Nyatakan jawapan anda betul kepada tiga angka bererti.

- Encik Hanif merupakan seorang pemandu yang mengutamakan keselamatan dan menepati had laju pemanduan. Adakah pernyataan ini benar? Nyatakan alasan anda.



Masteri Kendiri

1. Gambar rajah menunjukkan tiga planet dalam Sistem Suria.



Utarid
[Diameter = 4 879 km]



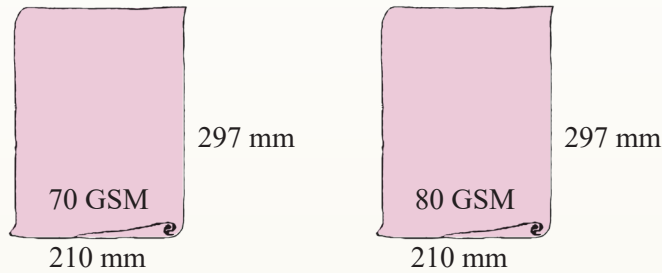
Neptun
[Diameter = 49 244 km]



Musyteri
[Diameter = 139 822 km]

- Hitung luas permukaan, dalam km^2 , ketiga-tiga planet di atas. Nyatakan jawapan dalam bentuk piawai, betul kepada tiga angka bererti.
[Luas permukaan sfera = $4\pi r^2$ dan $\pi = 3.142$]
- Berdasarkan jawapan anda di (a), hitung beza luas permukaan antara planet terbesar dan planet terkecil dalam Sistem Suria. Nyatakan jawapan betul kepada empat angka bererti.

2.



Rajah di atas menunjukkan dua jenis kertas bersaiz A4 dengan jisim yang berlainan. GSM bermaksud *Grams per square meter*, iaitu gram per meter persegi.

Hitung jisim sehelai kertas A4, dalam gram bagi

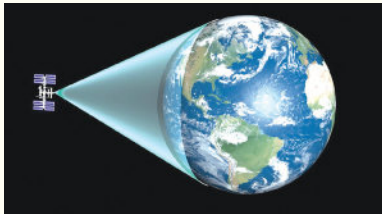
(a) 70 GSM

(b) 80 GSM

Nyatakan jawapan dalam bentuk piawai dan betul kepada tiga angka bererti.

PROJEK

- Perhatikan gambar-gambar di bawah. Dapatkan data berkaitan ukuran yang dikehendaki. Jawapan anda hendaklah dalam bentuk piawai.
- Anda boleh melayari laman web atau merujuk buku rujukan untuk mendapatkan data yang menarik berkenaan gambar-gambar di bawah.
 - Jisim
 - Bilangan penduduk



(c) Jarak

(d) Magnitud



- Dapatkan fakta lain yang menarik yang menggunakan pengiraan dalam bentuk piawai.
- Bentangkan hasil dapatan anda dengan menggunakan multimedia.


PETA KONSEP
Bentuk Piawai

Angka bererti menunjukkan tahap **kejituan** suatu ukuran.

Semua digit ialah angka bererti kecuali sifar sebelum digit bukan sifar yang pertama.

- (a) 0.023 (2 a.b.) (b) 0.102 (3 a.b.)
 (c) 1.200 (4 a.b.) (d) 10 518 (5 a.b.)

Bagi **integer**, nilai angka bererti bagi sifar sebagai digit terakhir bergantung pada **tahap kejituan** dikehendaki.

- (a) 93 000 – 5 a.b. (sa terhampir)
 (b) 93 000 – 4 a.b. (puluh terhampir)
 (c) 93 000 – 3 a.b. (ratus terhampir)
 (d) 93 000 – 2 a.b. (ribu terhampir)

Membundarkan suatu nombor kepada bilangan angka bererti yang tertentu.

- (a) 2 853
 3 000 (1 a.b.)
 2 900 (2 a.b.)
 2 850 (3 a.b.)
 (b) 62.54
 60 (1 a.b.)
 63 (2 a.b.)
 62.5 (3 a.b.)
 (c) 0.02704
 0.03 (1 a.b.)
 0.027 (2 a.b.)
 0.0270 (3 a.b.)

Bentuk piawai ditulis sebagai $A \times 10^n$ dengan keadaan $1 \leq A < 10$ dan n ialah integer.

Menukarkan **nombor tunggal** kepada **bentuk piawai** dan sebaliknya.

- (a) $534\ 000 = 5.34 \times 10^5$
 (b) $0.000\ 534 = 5.34 \times 10^{-4}$
 (c) $2.763 \times 10^4 = 27\ 630$
 (d) $2.763 \times 10^{-4} = 0.0\ 002\ 763$

Operasi asas (+, −, ×, ÷) yang melibatkan nombor dalam bentuk piawai.

- (a) $S \times 10^n + T \times 10^n$
 $= (S + T) \times 10^n$
 (b) $S \times 10^n - T \times 10^n$
 $= (S - T) \times 10^n$
 (c) $(S \times 10^m) \times (T \times 10^n)$
 $= (S \times T) \times 10^{m+n}$
 (d) $(S \times 10^m) \div (T \times 10^n)$
 $= (S \div T) \times 10^{m-n}$

(IMBAS KENDIRI)

Pada akhir bab ini, saya dapat:



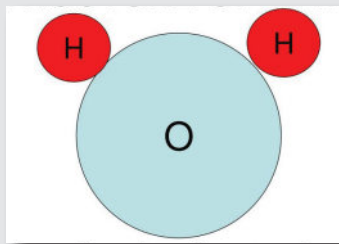
1.	Menerangkan maksud angka bererti dan seterusnya menentukan bilangan angka bererti suatu nombor.		
2.	Membundarkan suatu nombor kepada bilangan angka bererti yang tertentu.		
3.	Mengenal dan menulis nombor dalam bentuk piawai.		
4.	Melaksanakan operasi asas aritmetik yang melibatkan nombor dalam bentuk piawai.		
5.	Menyelesaikan masalah yang melibatkan nombor dalam bentuk piawai.		

JELAJAH MATEMATIK

1. Bahagikan kelas kepada beberapa kumpulan.
2. Dengan menggunakan pelbagai sumber yang ada, kenal pasti beberapa nilai ukuran yang sangat kecil atau yang sangat besar dalam kehidupan seharian. Contohnya,



Cakera keras
(1 terabait)



Satu molekul air
(0.1 nanometer)



Satu virus
(1 mikrometer)

3. Sediakan satu laporan dengan menggunakan multimedia berkaitan dapatan anda.
4. Bentangkan laporan anda.
5. Dapatkan maklumat tambahan daripada pembentangan kumpulan lain.
6. Bincangkan kelebihan penggunaan nombor dalam bentuk piawai dalam pelbagai bidang.

BAB 3

Matematik Pengguna: Simpanan dan Pelaburan, Kredit dan Hutang



Apakah yang akan anda pelajari?

3.1

Simpanan dan Pelaburan

3.2

Pengurusan Kredit dan Hutang

Kenapa Belajar Bab Ini?

- Pengetahuan tentang simpanan dan pelaburan dapat membantu seseorang merancang kewangan.
- Konsep simpanan dan pelaburan digunakan dalam bidang perbankan, saham, hartanah, perniagaan, kewangan, perakaunan dan sebagainya.

“Sedikit-sedikit, lama-lama menjadi bukit”.
Sbak peribahasa di atas, amalan menabung merupakan satu tabiat menyimpan duit untuk kegunaan pada masa depan. Sikap menabung yang diamalkan sejak kecil membantu seseorang menghadapi sebarang waktu kecemasan. Pelaburan yang dilakukan oleh seseorang individu haruslah tepat pada masanya mengikut pasaran semasa.





Eksplorasi Zaman

Sistem barter diamalkan sebelum penggunaan wang wujud dalam ekonomi dan merupakan suatu bentuk perniagaan yang paling awal di dunia.

Sejarah perkembangan wang bermula dengan evolusi tamadun manusia itu sendiri iaitu kira-kira 2 000 SM.



<http://yakin-pelajar.com/Eksplorasi%20Zaman/Bab%203/>

GERBANG KATA

- aspek kecairan
- faedah
- hutang
- kadar faedah
- kredit
- pelaburan
- pinjaman
- pinjaman peribadi
- pulangan
- simpanan
- *liquidity*
- *interest*
- *debt*
- *interest rate*
- *credit*
- *investment*
- *loan*
- *personal loan*
- *return*
- *saving*

Apakah yang dimaksudkan dengan simpanan dan pelaburan?

Simpanan merujuk kepada wang lebihan yang disimpan di dalam peti besi, tabung atau laci. Wang lebihan juga boleh disimpan di bank yang akan memberi pulangan mengikut kadar faedah dan tempoh simpanan. Terdapat beberapa jenis cara simpanan yang lazim di bank.

STANDARD PEMBELAJARAN

Mengenal pelbagai jenis simpanan dan pelaburan.

BULETIN

Agensi kaunseling dan pengurusan kredit menggalakkan setiap individu menabung 10% daripada pendapatan bulanan mereka.

Akaun Simpanan



- Pemegang akaun simpanan boleh menyimpan sebarang amaun mengikut kemampuannya.
- Pemegang akaun menerima kadar faedah berdasarkan jumlah simpanan dan tempoh simpanan.
- Kadar faedah adalah lebih rendah berbanding dengan akaun simpanan tetap.
- Pemegang akaun boleh mengeluarkan wang simpanan pada bila-bila masa.
- Wang simpanan boleh dikeluarkan dengan menggunakan kad debit melalui mesin teler automatik (ATM).

Akaun Simpanan Tetap



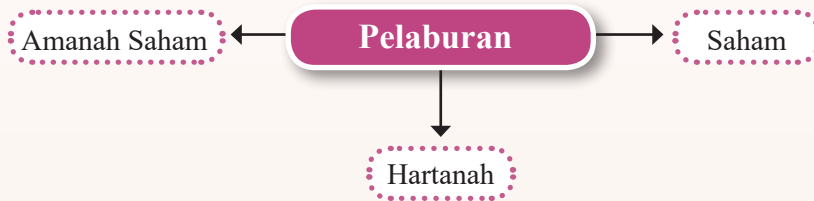
- Menyimpan sejumlah wang tertentu untuk satu tempoh masa tertentu seperti 3 bulan, 9 bulan atau 1 tahun.
- Pemegang akaun akan ditawarkan kadar faedah yang lebih kompetitif berbanding dengan akaun simpanan.
- Wang simpanan tidak boleh dikeluarkan sehingga tempoh matang.
- Sekiranya wang dikeluarkan sebelum tempoh matang, maka kadar faedah yang sepatutnya diterima akan dikurangkan dan akan dibatalkan pada suatu masa.
- Sijil simpanan akan dikeluarkan kepada pemegang akaun.

Akaun Semasa



- Simpanan dalam akaun semasa boleh digunakan untuk tujuan peribadi atau perniagaan.
- Pemegang akaun boleh melakukan pembayaran kepada pihak lain melalui cek.
- Simpanan dalam akaun tidak dibayar faedah sebaliknya dikenakan caj perkhidmatan. Namun terdapat juga bank yang membayar faedah kepada pemegang akaun semasa. Hal ini tertakluk kepada pihak bank.
- Pemohon akaun semasa perlu mengemukakan seorang perujuk iaitu pemegang akaun semasa di cawangan bank yang sama untuk membuka akaun.
- Selain cek, pengeluaran biasanya dibenarkan melalui kad debit dan saluran lain seperti perbankan internet, perbankan telefon dan sebagainya.
- Pemegang akaun boleh menikmati kemudahan overdraf iaitu pengeluaran wang yang melebihi baki simpanan, tetapi dengan caj faedah.

Pelaburan ialah langkah alternatif untuk mendapatkan pulangan pada masa hadapan dalam bentuk pendapatan semasa dan keuntungan modal. Jenis-jenis pelaburan adalah seperti berikut:



Saham

Sesebuah syarikat akan menerbitkan saham bagi tujuan mengumpulkan modal. Individu yang membeli saham daripada sebuah syarikat merupakan pemilik syarikat dengan syarat tertentu. Pemegang saham akan menerima pulangan dalam bentuk dividen dan keuntungan modal.

Amanah Saham

Amanah saham dikendalikan oleh syarikat unit amanah yang diuruskan oleh pengurus profesional yang bertauliah dalam bidang pelaburan. Mereka yang tidak mempunyai pengetahuan tentang pembelian saham boleh mendapatkan bantuan dari syarikat unit amanah untuk menguruskan wang mereka. Syarikat unit amanah mengumpulkan wang daripada para pelabur dan wang itu dilaburkan dalam pelbagai syarikat yang berpotensi dengan tujuan memberikan pulangan yang menguntungkan para pelabur.

Hartanah

Pelaburan atas aset tidak alih seperti rumah kediaman, kedai, tanah dan sebagainya merupakan pelaburan dalam hartanah. Pelabur perlu mengambil kira pelbagai aspek sebelum melabur.

Faktor-faktor yang akan dipertimbangkan dalam pelaburan hartanah adalah seperti keadaan ekonomi, keupayaan menjana pendapatan iaitu sewa, lokasi serta prospek hartanah pada masa akan datang. Individu yang melabur dalam hartanah akan menerima pulangan pelaburan dalam bentuk sewa dan keuntungan modal.

BULETIN

Terdapat dua jenis pelabur iaitu pelabur agresif dan sederhana

- ♦ **Pelabur agresif**
 - melabur di pasaran saham.
- ♦ **Pelabur sederhana**
 - membeli amanah saham, bon dan dana ekuiti.

TIP

Saham Mewah (Saham Blue Chips) ialah saham syarikat-syarikat besar yang mempunyai rekod pencapaian perniagaan yang cemerlang seperti Maybank, TNB dan Petronas.

BULETIN

- ♦ Pulangan pelaburan terdiri daripada pendapatan semasa dan keuntungan modal.
- ♦ Pulangan pendapatan semasa – sewa, dividen, saham bonus.
- ♦ Keuntungan modal – pertambahan atau peningkatan nilai pelaburan daripada jumlah asalnya. Contohnya, harga saham meningkat daripada RM2.00 kepada RM2.20, maka peningkatan RM0.20 merupakan peningkatan nilai pelaburan.

KUIZ

Adakah pembelian insurans nyawa dan insurans kesihatan merupakan pelaburan atau simpanan?



Tujuan: Mengenal pasti jenis simpanan dan pelaburan.

Langkah:

1. Bahagikan kelas kepada kumpulan yang terdiri daripada lima atau enam orang murid. Setiap kumpulan harus menyatakan jenis simpanan dan pelaburan mengikut pernyataan yang diberikan serta jelaskan ciri-ciri simpanan dan pelaburan yang dinyatakan.
2. Maklumat yang dikumpul harus dibentangkan dalam bentuk laporan seperti di bawah.

	Jenis simpanan	Jenis pelaburan	Penerangan
1. Encik Rizal menyimpan sejumlah RM300 di dalam bank.	Simpanan		Akaun simpanan – jumlah wang yang disimpan adalah kecil dan akan dikeluarkan pada bila-bila masa.
2. Cik Zeti merupakan seorang peniaga yang menyimpan sejumlah wang di dalam bank dengan tujuan untuk mengeluarkan cek apabila hendak membayar kepada pemiutang.			
3. Puan Rani menggunakan wang yang diterima daripada bapanya untuk membeli satu lot kedai.			
4. Puan Faridah menyimpan sejumlah wang sebanyak RM20 000 di dalam bank untuk membiayai pendidikan anak-anaknya pada masa hadapan.			
5. Encik Lee membeli 1 000 unit amanah saham.			
6. Cik Sharon membeli 4 000 unit syer Bank Orkid Berhad yang bernilai RM1.00 sesyer di Bursa Saham Kuala Lumpur.			

Perbincangan:

Nyatakan kelebihan dan kekurangan bagi setiap jenis simpanan dan pelaburan yang dinyatakan.

Hasil daripada Cetusan Minda 1, didapati bahawa simpanan dan pelaburan adalah berbeza.

UJI MINDA 3.1a

1. Apakah tujuan seseorang individu melakukan simpanan?
2. Bapa anda mempunyai RM5 000 dan tidak menggunakannya untuk satu jangka masa panjang. Apakah nasihat anda kepada beliau? Jelaskan jawapan anda.
3. Mengapakah kebanyakan orang tidak berminat untuk membuka akaun semasa selain para peniaga?

 **Apakah yang anda faham tentang faedah simpanan?**

Faedah simpanan merupakan ganjaran yang dibayar oleh institusi kewangan seperti bank kepada penyimpan. Faedah boleh dibahagi kepada dua jenis iaitu **faedah mudah** dan **faedah kompaun**.

 **Faedah mudah**

Faedah mudah ialah ganjaran yang diberikan kepada penyimpan mengikut suatu kadar tertentu ke atas jumlah wang simpanan (prinsipal) untuk suatu tempoh masa (dalam tahun) yang tertentu.

STANDARD PEMBELAJARAN

Membuat pengiraan yang melibatkan faedah mudah dan faedah kompaun bagi simpanan, dan seterusnya menerangkan kesan perubahan tempoh, kadar faedah atau pulangan dan kekerapan pengkompaunan terhadap nilai masa hadapan simpanan.

Contoh 1

Encik Zainal menyimpan sebanyak RM4 000 di Bank Bunga Raya dengan kadar faedah 2% untuk setahun. Berapakah faedah yang diperolehi Encik Zainal selepas 1 tahun?

Penyelesaian:

Prinsipal yang disimpan oleh Encik Zainal ialah RM4 000. Maka, 2% daripada RM4 000 ialah

$$RM4\ 000 \times \frac{2}{100} = RM80$$

Selepas 1 tahun, faedah yang diperolehi Encik Zainal ialah

$$\begin{aligned} \text{Faedah} &= RM80 \times 1 \\ &= RM80 \end{aligned}$$

Faedah mudah boleh dihitung dengan menggunakan formula berikut:

$$I = Prt$$

I ialah faedah (*interest*), P ialah prinsipal (*principal*), r ialah kadar faedah (*rate*) dan t ialah masa (*time*) dalam tahun.

Contoh 2

Encik Badrul menyimpan sebanyak RM5 000 di bank dengan kadar faedah 3% setahun bagi tempoh 2 tahun. Hitung jumlah faedah yang akan diperolehi Encik Badrul bagi tempoh 2 tahun tersebut.

Penyelesaian:

$$P = 5\ 000 \quad r = 3\% = \frac{3}{100} = 0.03 \quad t = 2$$

$$\begin{aligned} \text{Maka, faedah } I &= Prt \\ &= RM5\ 000 \times \frac{3}{100} \times 2 \\ &= RM300 \end{aligned}$$

TIP

Kadar diberi dalam bentuk peratus. Jadi, kita mesti bahagi kadar dengan seratus. Jika masa diberi dalam bulan, jangan lupa tukar kepada tahun dengan bahagi dengan 12 bulan.

Contoh 3

Jenis-jenis Faedah

Cik Wong menyimpan sebanyak RM10 000 di Bank Murni dengan kadar faedah 4% setahun. Hitung jumlah faedah yang diperolehi Cik Wong selepas 6 bulan?

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} I &= Prt \\ &= \text{RM}10\,000 \times \frac{4}{100} \times \frac{6}{12} \\ &= \text{RM}200 \end{aligned}$$

 **Apakah kesan terhadap faedah mudah akibat perubahan tempoh simpanan?**

Perubahan dalam tempoh simpanan di bank membawa pulangan yang berbeza.

Contoh 4

Encik Nazrin menyimpan sebanyak RM8 000 di Bank Desa dengan kadar faedah 3% setahun. Hitung jumlah simpanan Encik Nazrin selepas beliau menyimpan selama

(a) 2 tahun

(b) 3 tahun

Penyelesaian:

Rumus untuk mengira faedah, $I = Prt$

Prinsipal = RM8 000

Kadar faedah = 3%

(a) 2 tahun

$$\text{Faedah} = \text{RM}8\,000 \times \frac{3}{100} \times 2 = \text{RM}480$$

$$\begin{aligned} \text{Jumlah simpanan pada akhir tahun kedua} \\ &= \text{RM}8\,000 + \text{RM}480 \\ &= \text{RM}8\,480 \end{aligned}$$

(b) 3 tahun

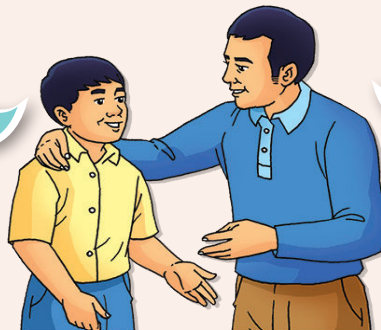
$$\text{Faedah} = \text{RM}8\,000 \times \frac{3}{100} \times 3 = \text{RM}720$$

$$\begin{aligned} \text{Jumlah simpanan pada akhir tahun ketiga} \\ &= \text{RM}8\,000 + \text{RM}720 \\ &= \text{RM}8\,720 \end{aligned}$$

Berdasarkan contoh di atas, didapati bahawa semakin lama tempoh penyimpanan (di bank), maka semakin tinggi jumlah faedah yang diperolehi. Dengan ini secara langsung jumlah akhir simpanan juga bertambah.

 **Apakah kesan jika kadar faedah yang diberi berbeza bagi prinsipal yang sama?**

Ayah, apakah kesan kepada jumlah pulangan tahunan jika kadar faedah adalah berbeza bagi prinsipal yang sama?



Sudah tentu jumlah pulangan tahunan yang akan diterima adalah berbeza.

Contoh 5

Puan Vanmathy menyimpan sebanyak RM5 000 di sebuah bank. Berapakah jumlah simpanan Puan Vanmathy selepas 1 tahun jika kadar faedah yang diberikan ialah

- (a) 5% setahun (b) 6% setahun

KUIZ ✓
Mengapakah akaun simpanan tetap diberikan faedah yang tinggi berbanding akaun simpanan?

Apakah beza jumlah faedah yang diperolehi Puan Vanmathy dalam kedua-dua situasi di atas?

Penyelesaian:

Jumlah simpanan	Kadar faedah	Tempoh simpanan (tahun)	Jumlah Faedah	Jumlah simpanan selepas 1 tahun
RM5 000	5%	1	$RM5\,000 \times \frac{5}{100} \times 1 = RM250$	$RM5\,000 + RM250 = RM5\,250$
RM5 000	6%	1	$RM5\,000 \times \frac{6}{100} \times 1 = RM300$	$RM5\,000 + RM300 = RM5\,300$

Beza jumlah faedah yang diterima ialah $RM300 - RM250 = RM50$.

Berdasarkan Contoh 5, bagi prinsipal yang sama, apabila kadar faedah bertambah, maka jumlah simpanan akhir tahun juga bertambah.

TIP 📢

↑ kadar faedah ↑ semakin tinggi pulangan
↓ kadar faedah ↓ semakin rendah pulangan

Faedah kompaun

Faedah kompaun ialah faedah yang dihitung berdasarkan prinsipal asal dan juga faedah yang terkumpul daripada tempoh penyimpanan sebelumnya.

Faedah kompaun berbeza daripada faedah mudah dari segi jumlah simpanan yang akan digunakan untuk penghitungan faedah.

Bagi faedah kompaun, kekerapan pengkompaunan ke atas prinsipal boleh berbeza. Contohnya, dikompaun setahun sekali ataupun 3 bulan sekali dan sebagainya.

Merujuk kepada Contoh 4(a), sekiranya Encik Nazrin diberikan faedah kompaun dengan pengkompaunan sekali setahun, apakah jumlah simpanan beliau pada akhir tahun kedua?

Pada tahun pertama, jumlah faedah yang diterima ialah


$$RM8\,000 \times \frac{3}{100} = RM240.$$

Maka, jumlah simpanan pada akhir tahun pertama ialah RM8 240.

Bagi tahun kedua, jumlah simpanan yang digunakan untuk penghitungan faedah ialah RM8 240 (prinsipal + faedah tahun pertama). Maka, faedah pada akhir tahun kedua ialah

$$RM8\,240 \times \frac{3}{100} = RM247.20.$$

Dengan ini, jumlah simpanan Encik Nazrin pada akhir tahun kedua ialah $RM8\,240 + RM247.20 = RM8\,487.20$.



Imbas QR Code atau layari <http://yakini-pelajar.com/Bab%203%20Kompaun/Kompaun%20Bab%203.pdf> untuk mendapatkan maklumat lebih lanjut tentang faedah kompaun.

Secara umum, rumus penghitungan yang melibatkan faedah kompaun ialah:

$$MV = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

MV = nilai matang (*matured value*)

P = prinsipal (*principal*)

r = kadar faedah tahunan (*the yearly interest rate*)

n = bilangan kali faedah dikompaun dalam setahun (*number of periods the interest is compound per year*)
 t = tempoh dalam tahun (*term in years*)

Berdasarkan contoh Encik Nazrin, didapati bahawa;

$$P = 8\,000, \quad r = 0.03, \quad n = 1, \quad t = 2.$$

Maka, jumlah simpanan pada akhir tahun kedua untuk Encik Nazrin ialah

$$\begin{aligned} MV &= P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt} \\ &= \text{RM}8\,000 \left(1 + \frac{0.03}{1} \right)^{(1)(2)} \\ &= \text{RM}8\,000 (1.0609) \\ &= \text{RM}8\,487.20 \end{aligned}$$

Contoh / 6

Pada awal suatu tahun, Puan Liew Foong menyimpan RM15 000 dalam akaun simpanan dengan kadar 4% setahun dan pengkompaunan setiap 6 bulan. Berapakah jumlah wang simpanan Puan Liew Foong pada akhir tahun ketiga?

Penyelesaian:

$$P = 15\,000 \quad r = \frac{4}{100} = 0.04 \quad n = 2 \quad t = 3$$

$$\begin{aligned} MV &= P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt} \\ &= 15\,000 \left(1 + \frac{0.04}{2} \right)^{(2)(3)} \\ &= 15\,000 (1.1262) \\ &= \text{RM}16\,892.44 \end{aligned}$$

KUIZ

Apakah kesan kepada jumlah pulangan terkumpul, jika kadar pengkompaunan dalam setahun meningkat?

Contoh / 7

Sebuah bank menawarkan kadar faedah 5% setahun untuk simpanan dalam akaun simpanan tetap. Jika Puan Wahidah menyimpan RM10 000 pada awal tahun, berapakah jumlah wang dalam akaun simpanan tetap beliau pada akhir tahun jika faedah dikompaunkan

(a) 3 bulan sekali

(b) sebulan sekali

Penyelesaian:

$$P = 10\,000 \quad r = \frac{5}{100} = 0.05 \quad t = 1$$

$$MV = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

BULETIN

Faktor inflasi juga mempengaruhi nilai mata wang. Sekiranya kadar inflasi meningkat, kuasa membeli yang diperoleh daripada RM1 akan berkurangan.

<p>(a) $n = 4$ Maka, $MV = 10\,000 \left(1 + \frac{0.05}{4}\right)^{(4)(1)}$ $= \text{RM}10\,509.45$</p>	<p>(b) $n = 12$ Maka, $MV = 10\,000 \left(1 + \frac{0.05}{12}\right)^{(12)(1)}$ $= \text{RM}10\,511.62$</p>
--	---

Daripada Contoh 7, didapati bahawa apabila kekerapan pengkompaunan bertambah, nilai masa hadapan simpanan juga bertambah.

Contoh 8

Encik Charles menyimpan wang sebanyak RM6 000 dalam akaun simpanan tetap di Bank Berjaya selama 2 tahun dengan kadar faedah 6% setahun. Apakah perbezaan di antara jumlah faedah yang diperoleh Encik Charles jika beliau diberikan faedah kompaun (dengan pengkompaunan 4 bulan sekali) berbanding dengan faedah mudah?

Penyelesaian:

Faedah mudah	Faedah kompaun
<p>Faedah, $I = Prt$ $= \text{RM}6\,000 \times \frac{6}{100} \times 2$ $= \text{RM}720$</p>	<p>$MV = P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$ $= 6\,000 \left(1 + \frac{0.06}{3}\right)^{(3)(2)}$ $= \text{RM}6\,756.97$ <p>Jumlah faedah yang terkumpul $\text{RM}6\,756.97 - \text{RM}6\,000 = \text{RM}756.97$</p> </p>

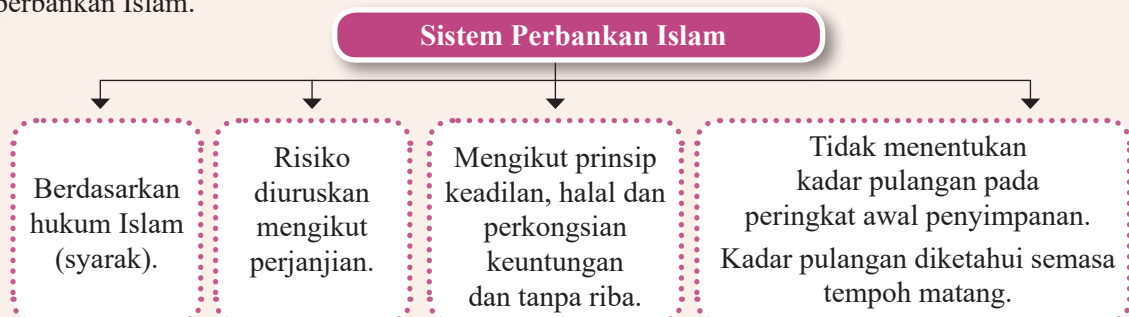
Maka, perbezaan jumlah di antara faedah mudah dengan faedah kompaun (dengan kekerapan 4 bulan sekali) ialah

$$\text{RM}756.97 - \text{RM}720 = \text{RM}36.97$$

Berdasarkan Contoh 8, adalah jelas bahawa simpanan dengan faedah kompaun membawa pulangan yang lebih tinggi berbanding simpanan dengan faedah mudah.

Perbankan Islam

Malaysia mengamalkan perbankan dwisistem iaitu sistem perbankan konvensional dan sistem perbankan Islam.



Contoh 9

Encik Osman menyimpan RM20 000 dalam akaun simpanan di sebuah bank Islam, mengikut prinsip wadiah selama 1 tahun. Pada akhir tahun tersebut, beliau menerima sebanyak RM20 500 sebagai pulangan daripada simpanan tersebut. Tambahan RM500 merupakan hibah (hadiah) dari bank. Hitung peratus hibah yang diperoleh Encik Osman.

Penyelesaian:

$$\text{Peratus hibah} = \frac{\text{RM500}}{\text{RM20 000}} \times 100\% = 2.5\%$$

2.5% ini sebagai rujukan sahaja pada masa akan datang bagi penyimpanan dan bukannya tetap.

BULETIN

Prinsip wadiah

Harta atau wang tunai yang diterima dengan persetujuan pelanggan untuk disimpan di dalam bank. Pihak bank bertanggungjawab atas keselamatan harta atau wang itu.

UJI MINDA 3.1b

1. Puan Nathania mendeposit RM500 ke dalam akaun simpanannya yang memberikan kadar faedah 4% setahun dan dikompaun setiap suku tahun. Berapakah jumlah wang simpanan Puan Nathania pada akhir tahun kelima?
2. Encik Chong mendeposit RM1 000 ke dalam akaun simpanannya yang memberi kadar faedah 5% setahun dan dikompaun setiap setengah tahun. Berapakah jumlah wang simpanan Encik Chong pada akhir tahun ketiga?
3. Puan Aminah mendeposit RM100 ke dalam akaun simpanannya yang memberi kadar faedah 3% setahun dan dikompaun setiap bulan. Berapakah jumlah wang simpanan Puan Aminah pada akhir tahun kedua?

Apakah yang anda faham tentang nilai pulangan pelaburan (ROI) ?

Nilai pulangan pelaburan merujuk kepada nilai pulangan atas setiap ringgit yang dilaburkan oleh pelabur. Dalam erti kata lain, nilai pulangan pelaburan juga merupakan nisbah keuntungan atau kerugian yang diperoleh daripada suatu pelaburan.

Secara umumnya, pelabur lebih gemar menilai pulangan pelaburan dalam bentuk peratus. Nilai pulangan pelaburan akan menggambarkan keuntungan atau kerugian yang dicapai oleh seseorang pelabur dalam pelaburannya.

Sesuatu pelaburan dianggap sebagai menguntungkan (pelaburan yang bijak) apabila nilai pelaburan semasa dan jumlah pulangan yang diterima adalah melebihi nilai pelaburan asal.

Begitu juga, apabila jumlah pulangan dan nilai pulangan semasa kurang daripada nilai pelaburan asal maka pelaburan itu tidak menguntungkan.

Formula untuk menghitung nilai pulangan pelaburan ialah

$$\text{Nilai pulangan pelaburan} = \frac{\text{Jumlah pulangan}}{\text{Nilai pelaburan awal}} \times 100\%$$

STANDARD PEMBELAJARAN

Membuat pengiraan yang melibatkan nilai pulangan pelaburan, dan seterusnya menerangkan faktor yang mempengaruhi pulangan pelaburan serta kesannya.

BULETIN

Koperasi sekolah mengisytiharkan dividen pada akhir tahun kewangan bagi setiap tahun. Dividen yang diisytiharkan menentukan nilai pulangan atas saham yang dibeli oleh setiap ahli koperasi.

Selain itu, pelabur juga mempunyai jangkaan kadar pulangan daripada sesuatu pelaburan yang dilabur. Contohnya jika seseorang pelabur menjangkakan kadar pulangan sebanyak 10% daripada pelaburan mereka, namun belum pasti kadar pulangan sebenar yang akan diterima pada akhir sesuatu pelaburan adalah sama seperti yang dijangkakan.

Instrumen pelaburan terdiri daripada amanah saham, saham, hartanah dan sebagainya. Setiap instrumen pelaburan ini akan membawa pulangan.

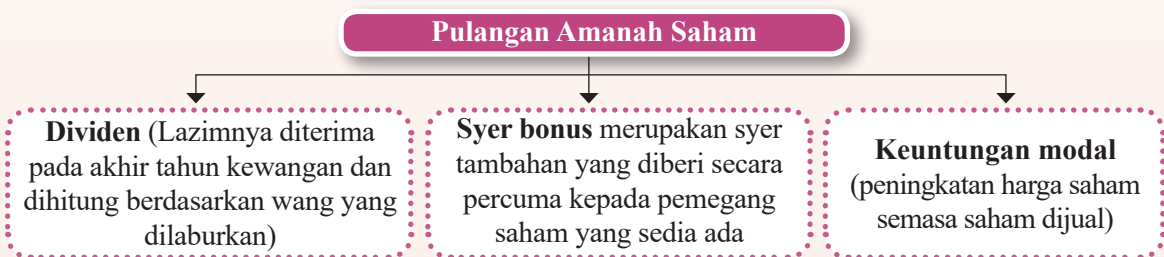
Amanah Saham

Amanah saham adalah antara alternatif pelaburan yang baik untuk pelaburan jangka masa sederhana (3 ke 5 tahun) dan jangka panjang (lebih daripada 5 tahun).

Pelaburan dalam amanah saham adalah berisiko rendah kerana diuruskan oleh pengurus dana profesional yang dikawal selia oleh suruhanjaya sekuriti dan juga dipantau oleh Bank Negara Malaysia.

Pelaburan dalam amanah saham membolehkan pelabur mempelbagaikan pelaburan mereka dengan modal yang kecil.

Berikut merupakan pulangan untuk amanah saham.



Contoh 10

Pada 1 Januari 2018, Puan Siti melabur dalam Amanah Saham Bumiputera (ASB) sebanyak 3 000 unit yang bernilai RM2.00 seunit. Bagi tahun kewangan berakhir pada 31 Disember 2018, Amanah Saham Bumiputera membayar dividen sebanyak 5%. Pada 1 Januari 2019 Puan Siti menjual semua saham yang dimiliki dengan harga RM2.20 seunit. Berapakah nilai pulangan pelaburan bagi Puan Siti?

Penyelesaian:

Langkah pengiraan dividen

$$\begin{aligned} \text{Modal awal} &= 3\,000 \times \text{RM}2.00 \\ &= \text{RM}6\,000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Dividen} &= \frac{5}{100} \times (3\,000 \text{ unit} \times \text{RM}2.00) \\ &= \text{RM}300 \end{aligned}$$

$$\text{Peningkatan harga saham} = \text{RM}2.20 - \text{RM}2.00 = \text{RM}0.20$$

$$\begin{aligned} \text{Keuntungan modal} &= \text{RM}0.20 \times 3\,000 \text{ unit} \\ &= \text{RM}600 \end{aligned}$$

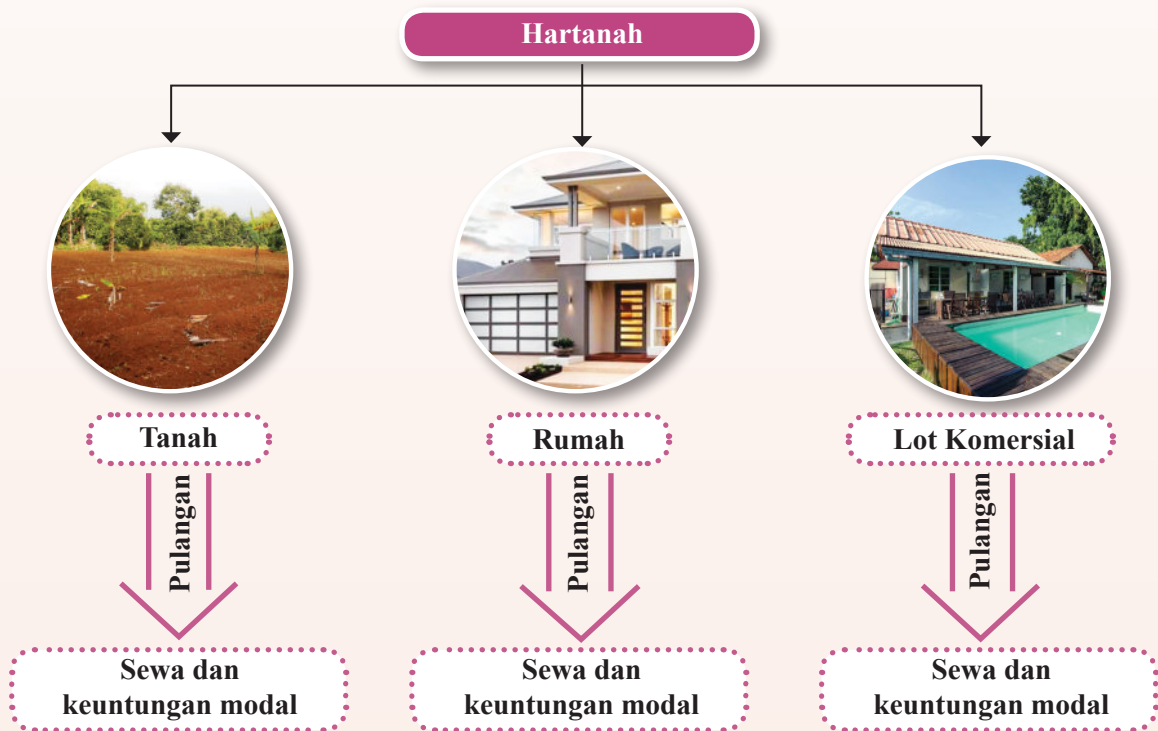
$$\text{Jumlah pulangan} = \text{RM}300 + \text{RM}600 = \text{RM}900$$

$$\text{Nilai pulangan pelaburan} = \frac{\text{RM}900}{\text{RM}6\,000} \times 100\% = 15\%$$

Nilai pulangan pelaburan ini menguntungkan Puan Siti kerana beliau memperoleh dua jenis pulangan iaitu dividen dan keuntungan modal daripada peningkatan nilai saham daripada RM2.00 kepada RM2.20.

Apakah yang anda faham tentang pulangan atas pelaburan bagi hartanah?

Pelaburan atas hartanah merupakan salah satu pelaburan yang membawa pulangan dalam bentuk sewa dan keuntungan modal. Apabila suatu hartanah disewakan, pemilik (pelabur) hartanah tersebut akan menerima pulangan dalam bentuk sewa. Jika hartanah tersebut dijual, pemilik (pelabur) akan menerima keuntungan modal atau kerugian modal.



Contoh / 11

Encik Yusuf membeli satu lot kedai dengan harga RM600 000 pada 1 Januari 2017 di Bangi. Beliau telah membayar 10% daripada nilai belian lot kedai tersebut, iaitu sebanyak RM60 000. Lot kedai tersebut disewakan mulai 1 Januari 2017. Pada 31 Disember 2026 beliau menjual lot kedai tersebut dengan harga RM1 300 000. Jumlah pinjaman masih berhutang kepada pihak bank berjumlah RM486 000. Manakala, jumlah ansuran bulanan yang telah dilunaskan kepada pihak bank berjumlah RM450 000. Caj-caj lain yang terlibat dalam urusan jual beli adalah seperti berikut:

Kos guaman	RM15 000
Duti setem (semasa urusan jual beli)	RM15 000
Komisen ejen	RM18 000

BULETIN

Duti setem

Cukai yang dikenakan atas dokumen atau surat yang mempunyai kesan perundangan, komersial atau kewangan seperti di bawah Jadual Pertama, Akta Setem 1949.

Kos guaman

Bayaran kepada peguam untuk melakukan kerja pindah milik harta bagi pihak pembeli.

Komisen

Fee dibayar oleh penjual hartanah kepada ejen bagi urusan jualan hartanah.

Jumlah sewa yang diperoleh sepanjang pegangan lot kedai tersebut ialah sebanyak RM200 000. Hitung nilai pulangan pelaburan yang diperoleh Encik Yusuf .

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Jumlah sewa} &= \text{RM}200\,000 \\ \text{Keuntungan modal} &= \text{RM}1\,300\,000 - \text{RM}486\,000 - \text{RM}60\,000 - \text{RM}15\,000 - \text{RM}15\,000 \\ &\quad - \text{RM}18\,000 - \text{RM}450\,000 \\ &= \text{RM}256\,000 \\ \text{Jumlah pulangan} &= \text{RM}200\,000 + \text{RM}256\,000 \\ &= \text{RM}456\,000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Nilai pulangan pelaburan} &= \frac{\text{RM}456\,000}{\text{RM}600\,000} \times 100\% \\ &= 76\% \end{aligned}$$

Contoh 12

Encik Hussein membeli sebuah rumah pada 1 Januari 2015 di Cheras dengan harga RM300 000 dan menjejaskan 10% wang pendahuluan sebanyak RM30 000. Beliau mengharapkan pulangan sebanyak 30% dalam tempoh 20 tahun.



Encik Hussein menjual rumah tersebut pada harga RM600 000 setelah genap memiliki rumah tersebut selama 20 tahun. Jumlah pinjaman yang telah dilunaskan kepada pihak bank berjumlah RM475 000. Dalam tempoh tersebut, beliau berjaya memperoleh sewa sebanyak RM60 000. Perbelanjaan-perbelanjaan lain yang terlibat adalah seperti berikut:

Duti setem (semasa urusan jual beli)	RM4 000
Komisen ejen	RM2 000
Kos guaman semasa urusan jual beli	RM4 000

Apakah nilai pulangan pelaburan bagi Encik Hussein selama 20 tahun? Adakah beliau mencapai hasratnya untuk mendapatkan pulangan sebanyak 30%?

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Jumlah pulangan pelaburan} &= \text{Sewa} + \text{Keuntungan modal} \\ &= \text{RM}60\,000 + (\text{RM}600\,000 - \text{RM}30\,000 - \text{RM}475\,000 - \text{RM}4\,000 - \text{RM}2\,000 - \text{RM}4\,000) \\ &= \text{RM}60\,000 + \text{RM}85\,000 \\ &= \text{RM}145\,000 \end{aligned}$$

$$\text{Nilai pulangan pelaburan} = \frac{\text{RM}145\,000}{\text{RM}300\,000} \times 100\%$$

$$= 48.33\%$$

Encik Hussein berjaya memperoleh kadar pulangan sebanyak 48.33%. Kadar ini melebihi kadar pulangan yang diharapkan iaitu 30%.

Dalam pelaburan atas hartanah terdapat faktor yang mempengaruhi nilai pulangan pelaburan. Antara faktor-faktor yang mempengaruhi nilai pulangan pelaburan adalah seperti berikut:



UJI MINDA 3.1c

1. Apakah yang dimaksudkan dengan nilai pulangan pelaburan atau ROI?

2.



Pada 1 Januari 2019, Encik Moses membeli sebuah inap desa dengan harga RM250 000.

Kadar sewa sehari ialah RM100.

Secara purata 20 hari dalam sebulan inap desa tersebut akan diinap oleh penghuni.

(a) Hitung sewa bulanan.

(b) Hitung jumlah pulangan pelaburan jika inap desa ini dijual dengan harga RM480 000 pada akhir tahun tersebut.

3. Pada 1 Januari 2018, Rahim melabur dalam Amanah Saham Bumiputera (ASB) sebanyak 4 000 unit bernilai RM1 seunit. Bagi tahun kewangan berakhir 31 Disember 2018, ASB membayar dividen sebanyak 8%.

Berapakah dividen yang diterima oleh Rahim pada tahun tersebut?

Apakah faktor yang perlu diambil kira sebelum seseorang membuat pelaburan?

STANDARD PEMBELAJARAN

Membanding dan membeza potensi risiko, pulangan dan kecairan pelbagai jenis simpanan dan pelaburan.

Tiga faktor yang harus diambil kira oleh seseorang pelabur sebelum membuat pelaburan adalah seperti berikut:

Potensi risiko pelaburan	Kemungkinan sesuatu ketidakpastian yang mungkin dialami daripada pelaburan yang dilakukan.
Tahap pulangan	Keuntungan yang dinikmati oleh pelabur daripada aktiviti pelaburan yang dilakukan.
Aspek kecairan	Berkaitan seberapa segera boleh ditunaikan daripada sesuatu pelaburan atau simpanan tersebut.

Jadual di bawah menunjukkan perbandingan pelbagai jenis simpanan dan pelaburan oleh individu dari segi tahap risiko, tahap pulangan dan tahap kecairan.

Jenis pelaburan	Tahap risiko	Tahap pulangan	Tahap kecairan
Simpanan	Bebas risiko	Rendah	Tinggi
Simpanan tetap	Bebas risiko	Rendah	Tinggi
Saham syarikat	Tinggi	Tinggi	Sederhana
Hartanah	Rendah	Tinggi	Rendah
Unit amanah	Rendah	Sederhana	Tinggi

TIP

Cara yang boleh digunakan untuk mengurangkan risiko pelaburan adalah dengan mempelbagaikan portfolio pelaburan. Ini membantu mengimbangi risiko antara satu sama lain dan seterusnya boleh mengurangkan risiko dalam portfolio pelaburan.

BULETIN

Portfolio
Pelbagai tahap jenis pelaburan.

UJI MINDA 3.1d

1. Jelaskan hubungan antara risiko dengan pulangan dalam pelaburan.
2. Potensi risiko dalam simpanan di bank adalah sifar berbanding dengan pelaburan. Jelaskan pernyataan ini.
3. Mengapakah amanah saham mempunyai tahap kecairan tinggi?
4. Hartanah mempunyai potensi risiko yang rendah. Jelaskan.
- 5.



Encik Osman mendirikan sebuah inap desa di atas lot tanah yang dibeli dengan harga RM250 000. Kos keseluruhan bagi mewujudkan inap desa ini berjumlah RM500 000.

- (a) Apakah jenis pelaburan yang dilakukan oleh Encik Osman?
- (b) Nyatakan potensi risiko, pulangan dan kecairan atas pelaburan yang dilakukan oleh Encik Osman.
- (c) Pada pendapat anda, adakah pelaburan yang dilakukan oleh Encik Osman merupakan satu langkah bijak? Berikan justifikasi jawapan anda.

Apakah yang anda faham tentang strategi pemurataan?

STANDARD PEMBELAJARAN

Mengira purata kos sesyer bagi pelaburan saham menggunakan strategi pemurataan kos ringgit dan menjelaskan manfaat strategi ini.

Strategi pemurataan merupakan satu teknik yang biasa diamalkan oleh pelabur yang melabur dalam saham dengan amaun yang tetap untuk tempoh yang tertentu seperti bulanan, suku bulanan, atau tahunan tanpa mengambil kira keadaan pasaran saham.

Strategi pemurataan boleh membantu pelabur membeli saham dengan kos purata yang lebih rendah dan jumlah saham yang dimiliki juga lebih banyak dalam tempoh masa pelaburan yang sama berbanding dengan pembelian sekali gus atau dengan pembelian secara tunggal.

Contohnya Puan Hasniza mempunyai RM12 000 dan membeli saham sekali gus dari Syarikat Sempurna dengan harga RM2.00 seunit saham. Dengan cara ini, Puan Hasniza hanya akan memiliki 6 000 unit saham (6 000 unit saham × RM2.00 = RM12 000). Namun keadaan akan berbeza jika Puan Hasniza membeli saham mengikut strategi pemurataan.

Jadual di bawah menunjukkan carta pelaburan Puan Hasniza dalam tempoh 1 tahun mengikut strategi pemurataan iaitu pembelian saham mengikut setiap bulan.

Bulan	Jumlah pelaburan (RM)	Harga seunit (RM)	Bilangan unit = $\frac{\text{Jumlah pelaburan}}{\text{Harga seunit}}$
Januari	1 000	2.00	500
Februari	1 000	1.80	555
Mac	1 000	1.80	555
April	1 000	1.70	588
Mei	1 000	1.70	588
Jun	1 000	1.60	625
Julai	1 000	1.60	625
Ogos	1 000	1.50	666
September	1 000	1.60	625
Oktober	1 000	2.20	454
November	1 000	2.30	434
Disember	1 000	1.90	526
	12 000	1.78 (kos purata seunit syer)	6 741 (bilangan unit yang dimiliki)

Dengan strategi pemurataan seperti di atas, Puan Hasniza memperoleh 6 741 unit dengan menggunakan RM12 000.

Strategi pemurataan

$$\text{Kos Purata} = \frac{\text{Jumlah pelaburan}}{\text{Bilangan unit saham yang dimiliki}}$$

$$\text{Kos purata seunit saham} = \frac{\text{RM12 000}}{6 741} = \text{RM1.78}$$

TIP

Strategi pemurataan membolehkan seseorang supaya tidak membeli saham pada harga yang tinggi ataupun membeli unit saham sebelum mencapai harga yang paling rendah.

Contoh 13

Berikut ialah dua orang pelabur yang melabur dengan cara yang berbeza.



Puan Esther Wong

Saya mempunyai RM20 000 dan ingin melabur dalam saham mengikut bulan-bulan tertentu dalam amaun yang sama.

Saya pula ingin melabur RM20 000 secara sekali gus dengan membeli saham Syarikat Pelita yang berharga RM2.00 seunit.



Puan Linda

Pembelian saham oleh Puan Esther Wong mengikut bulan-bulan tertentu:

Bulan	Januari	Mac	Mei	Ogos	Disember
Harga saham seunit (RM)	2.00	1.80	1.60	2.10	2.00

- Kenal pasti kos purata seunit dan jumlah saham yang dimiliki oleh Puan Linda dan Puan Esther Wong.
- Siapakah pelabur yang bijak? Berikan justifikasi anda.

Penyelesaian:

- Puan Linda

$$\text{Jumlah saham} = \frac{\text{RM20 000}}{\text{RM2.00}} = 10\,000 \text{ unit saham}$$

$$\begin{aligned} \text{Kos purata seunit saham} &= \frac{\text{RM20 000}}{10\,000 \text{ unit saham}} \\ &= \text{RM2.00} \end{aligned}$$

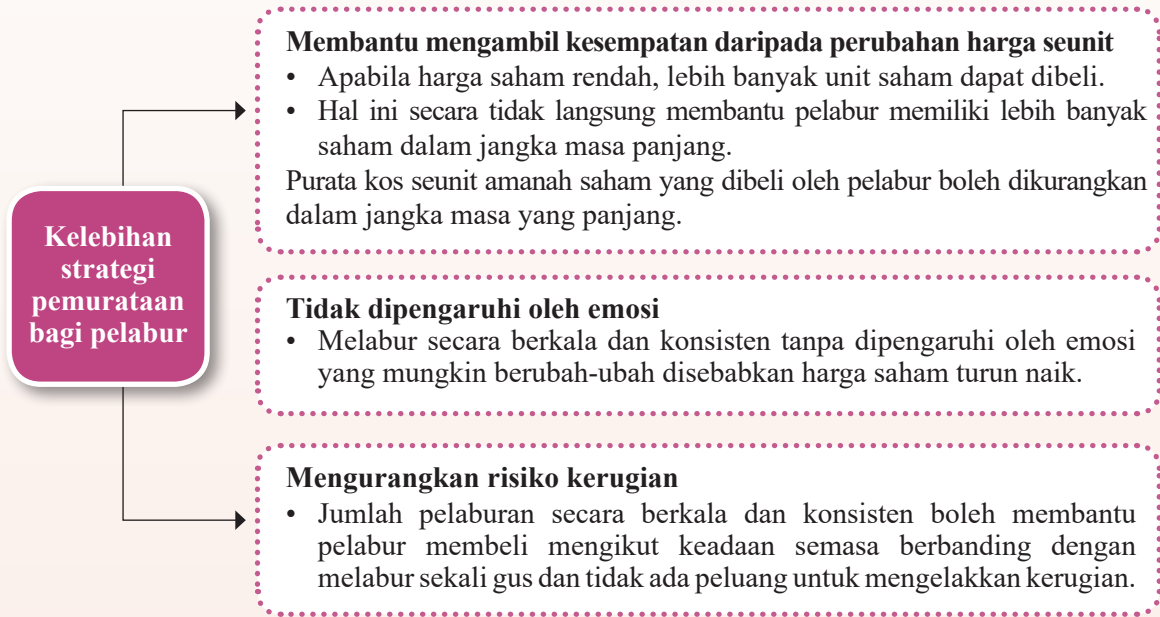
Puan Esther Wong

Bulan	Jumlah pelaburan	Harga seunit (RM)	Bilangan unit saham
Januari	4 000	2.00	2 000 unit
Mac	4 000	1.80	2 222 unit
Mei	4 000	1.60	2 500 unit
Ogos	4 000	2.10	1 904 unit
Disember	4 000	2.00	2 000 unit
	20 000		10 626 unit saham

$$\text{Jumlah saham} = 10\,626 \text{ unit saham}$$

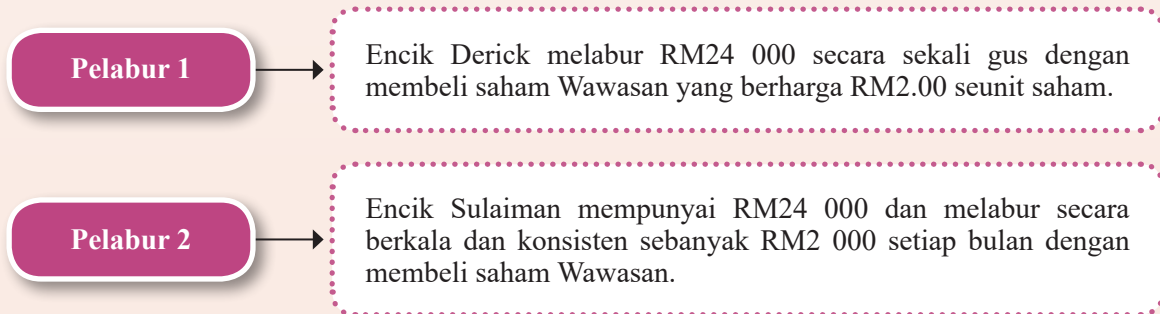
$$\text{Kos purata seunit saham} = \frac{\text{RM20 000}}{10\,626 \text{ unit}} = \text{RM1.88}$$

- Puan Esther Wong merupakan seorang pelabur yang bijak kerana mengamalkan strategi pemurataan yang boleh membantu beliau memiliki lebih banyak saham dengan kos purata seunit yang lebih rendah.



UJI MINDA 3.1e

1. Apakah yang anda faham tentang strategi pemurataan dalam pembelian saham?
2. Berikut ialah dua orang pelabur yang melabur dengan cara yang berbeza.



Bulan	Jan	Feb	Mac	April	Mei	Jun	Julai	Ogos	Sept	Okt	Nov	Dis
Harga Saham Seunit (RM)	2.00	1.80	1.70	1.60	2.10	1.50	2.20	2.00	2.00	1.60	1.70	1.80

Jadual di atas menunjukkan harga saham yang dibeli oleh Encik Sulaiman mengikut bulan.

- (a) Pelabur manakah merupakan seorang pelabur yang bijak? Berikan justifikasi anda.
- (b) Hitung kos purata seunit dan jumlah saham yang dimiliki oleh Encik Sulaiman.
- (c) Nyatakan kelebihan membeli saham mengikut strategi pemurataan.

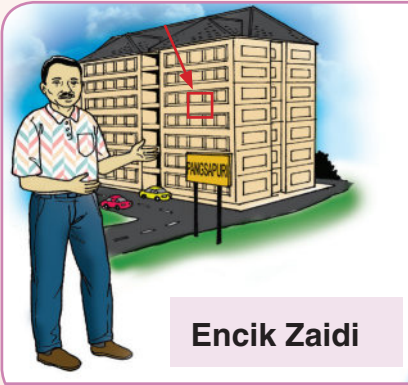
Bagaimanakah anda menyelesaikan masalah berkaitan simpanan dan pelaburan?

Menyelesaikan masalah yang melibatkan simpanan dan pelaburan.

Contoh 14

Encik Zaidi, Encik Leong dan Encik Navin telah bersara dan masing-masing menerima wang persaraan daripada syarikatnya sebanyak RM400 000. Mereka bertiga melakukan pelaburan menggunakan cara pelaburan yang berbeza.

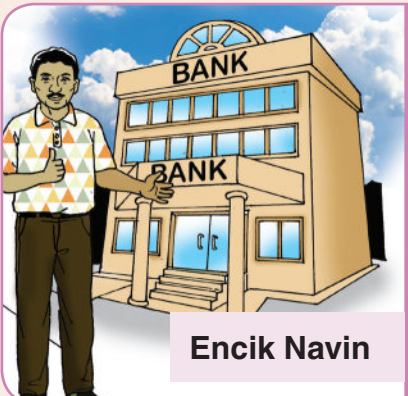
Siapakah pelabur yang bijak?



Encik Zaidi membeli sebuah pangsapuri kos sederhana di Kajang yang bernilai RM150 000 dan menerima sewa sebanyak RM800 sebulan. Wang selebihnya disimpan dalam simpanan tetap dengan kadar faedah 4% setahun.



Encik Leong melabur RM400 000 dalam Syarikat Manis dengan membeli saham yang berharga RM2.00 seunit. Pada tahun tersebut, syarikat itu mengisytiharkan dividen sebanyak 8%.



Encik Navin menyimpan RM200 000 dalam akaun simpanan dengan kadar faedah sebanyak 1% setahun dan baki RM200 000 disimpan dalam akaun simpanan tetap dengan kadar faedah 4% setahun.

Penyelesaian:

Encik Zaidi

Tahap risiko	Tahap risiko bagi hartanah (pangsapuri) dan simpanan tetap adalah rendah.		
Pulangan atas pelaburan	Menerima pulangan atas pelaburan dalam bentuk sewa dan faedah.		
	Sewa	Faedah simpanan	Nilai pulangan pelaburan (ROI)
	$RM800 \times 12 = RM9\ 600$	$\frac{4}{100} \times RM250\ 000$ $= RM10\ 000$	$ROI = \frac{RM19\ 600}{RM400\ 000} \times 100\%$ $= 4.9\%$
Kecairan	Simpanan mudah dijadikan tunai manakala hartanah mengambil masa untuk dijual.		

Encik Leong

Tahap risiko	Tahap risiko adalah tinggi.		
Pulangan atas pelaburan	Menerima dividen dan bonus bergantung pada prestasi syarikat yang dilabur. Jika beliau menjual saham, belum pasti beliau akan dapat menjual saham tersebut pada harga yang lebih tinggi berbanding dengan harga pembeliannya. Hal ini bergantung pada keadaan ekonomi dan prestasi syarikat saham pada ketika itu.		
	$Dividen = 400\ 000 \times \frac{8}{100}$ $= RM32\ 000$	$ROI = \frac{RM32\ 000}{RM400\ 000} \times 100\%$ $= 8\%$	
Kecairan	Sederhana.		

Encik Navin

Tahap risiko	Tahap risiko adalah rendah.		
Pulangan atas pelaburan	Menerima pulangan atas pelaburan dalam bentuk faedah sahaja.		
	Faedah simpanan	Faedah simpanan tetap	Nilai pulangan pelaburan (ROI)
	$RM200\ 000 \times \frac{1}{100}$ $= RM2\ 000$	$\frac{4}{100} \times RM\ 200\ 000$ $= RM8\ 000$	$ROI = \frac{RM10\ 000}{RM400\ 000} \times 100\%$ $= 2.5\%$
Kecairan	Simpanan mudah dijadikan tunai.		

- Encik Leong merupakan **pelabur** yang **bijak** kerana nilai pulangan pelaburan beliau adalah tinggi berbanding Encik Zaidi dan Encik Navin.
- Dalam contoh ini, Encik Zaidi, Encik Leong dan Encik Navin masing-masing menggunakan modal yang sama, iaitu RM400 000. Keberkesanan pelaburan mereka boleh juga dibanding dengan jumlah pulangan masing-masing untuk tahun tersebut.

1. Berikut ialah dua orang pelabur yang melabur wang persaraan mereka.

Encik Rasamanie menerima wang persaraan dari syarikatnya sebanyak RM600 000. Beliau membeli satu lot kedai dua tingkat di Bangi, Selangor dan menerima sewa bulanan sebanyak RM3 500.



Encik Nik Izwan menerima wang persaraan dari syarikatnya sebanyak RM600 000. Beliau menyimpan RM150 000 dalam akaun simpanan tetap di sebuah bank perdagangan dengan kadar faedah 4% setahun. Beliau juga membeli unit amanah saham bernilai RM150 000.

Pada masa yang sama, Encik Nik Izwan juga membeli saham di Syarikat Cepat Maju bernilai RM100 000. Baki wang persaraan digunakan untuk membeli sebuah pangsapuri kos sederhana di Ampang dan menerima sewa sebanyak RM1 200 sebulan.



- (a) Jelaskan tahap risiko pelaburan kedua-dua individu tersebut.
- (b) Pada pandangan anda, siapakah merupakan pelabur yang bijak? Berikan justifikasi anda.
- (c) Apakah faktor-faktor yang harus dipertimbangkan sebelum seseorang melabur dalam hartanah?

2. Pada tahun 2015, Encik Wong membeli sebuah rumah dengan harga sebanyak RM540 000. Beliau membayar 10% wang pendahuluan dan bakinya dibayar melalui pinjaman. Setelah menduduki rumah tersebut selama 20 tahun, Encik Wong mengambil keputusan untuk menjual rumah tersebut dengan harga RM900 000. Berikut ialah perbelanjaan yang terlibat.

Jumlah ansuran bulanan yang dibayar	RM666 000
Duti setem	RM15 000
Ejen komisen	RM8 000
Perbelanjaan lain	RM18 000

Hitung nilai pulangan pelaburan bagi Encik Wong.

3.2 Pengurusan Kredit dan Hutang

Apakah yang anda faham tentang kredit dan hutang?

Perkataan kredit boleh membawa beberapa maksud. Dalam dunia kewangan, **kredit** bermaksud satu perjanjian kontrak antara pembekal (contohnya bank atau institusi kewangan) dengan pengguna, yang mana pengguna boleh meminjam wang daripada pembekal untuk sesuatu kegunaan atau pembelian dan bersetuju membayar balik dalam suatu tempoh tertentu. Secara ringkas, kredit ialah satu kemudahan penangguhan bayaran yang diberikan oleh pembekal kepada pengguna.

Sebagai contoh, bank menawarkan kemudahan kredit kepada pelanggan dalam bentuk kad kredit. Jika pelanggan atau pemilik kad kredit menggunakan kad kredit tersebut dalam suatu transaksi urus niaga, maka bank akan membayar dahulu kepada penjual dan pelanggan membayar balik kepada bank dalam suatu tempoh tertentu kelak.

Kredit juga boleh bermaksud jumlah wang yang boleh dipinjam. Contohnya untuk kad kredit, jika had kad kredit ialah RM10 000, maka pemilik kad tersebut mempunyai kemampuan untuk membeli barang atau membuat transaksi sehingga RM10 000 dengan kad tersebut.

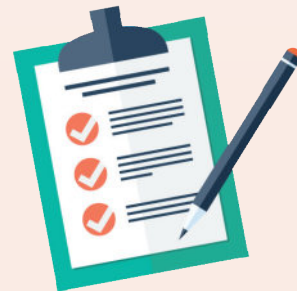
Hutang biasanya membawa maksud suatu amaun yang telah dipinjam tetapi belum dilunaskan. Jika suatu urus niaga dibuat dengan menggunakan kad kredit, maka kredit pada kad itu akan bertukar menjadi hutang.

Belanjawan peribadi ialah anggaran pendapatan dan perbelanjaan seseorang individu untuk satu tempoh tertentu. Amalan membuat belanjawan peribadi amat digalakkan supaya individu dapat

- merancang perbelanjaan secara berhemah
- mengelak daripada berbelanja berlebihan
- menabung

STANDARD PEMBELAJARAN

Menjelaskan maksud kredit dan hutang, dan seterusnya menghuraikan pengurusan yang bijaksana tentang kredit dan hutang.



Bagaimanakah anda menguruskan kredit dan hutang dengan bijaksana?

- Pengguna kad kredit perlu menjelaskan bayaran hutang dalam tempoh yang ditetapkan oleh bank untuk menikmati tempoh tanpa faedah.
- Membayar jumlah penuh yang tertera pada penyata kad kredit.
- Jumlah minimum yang dibayar oleh pemegang kad kredit memberi peluang kepada bank untuk mengenakan caj atas baki dan juga boleh menyebabkan caj bayaran lewat dikenakan.
- Membayar pada tempoh diskaun tunai bagi pembayaran hutang.

Contoh 15

Encik Syed membeli sebuah pendingin hawa yang berharga RM3 200 pada 15 Julai 2018. Beliau kekurangan wang tunai sebanyak RM1 200 tetapi memiliki kad kredit dari Bank Cemerlang. Beliau juga tahu bahawa kekurangan wang tunai ini boleh dibayar pada hujung bulan tersebut apabila beliau mendapat gaji.

- Apakah cara kemudahan kredit yang boleh digunakan oleh Encik Syed untuk mengatasi masalah kekurangan wang tersebut?
- Nyatakan kelebihan dan kelemahan cara pembayaran yang anda nyatakan dalam jawapan (a).

Penyelesaian:

- Encik Syed boleh menggunakan kemudahan kad kredit.
- Penggunaan kad kredit adalah lebih senang sekiranya Encik Syed membayar balik kreditnya dalam tempoh tanpa faedah supaya beliau tidak akan dikenakan sebarang caj.

Cetusan Minda 2 Berkumpulan

Tujuan: Kesan penggunaan kad kredit bagi pembelian barang-barang secara atas talian.

Langkah:

- Bahagikan kelas kepada empat hingga lima kumpulan.
- Setiap murid dalam kumpulan boleh melayari internet atau laman web berkaitan tajuk perbincangan untuk mendapatkan maklumat lebih lanjut.
- Maklumat yang dikumpul harus dibentangkan dalam peta pemikiran yang sesuai di hadapan kelas.
- Peta pemikiran yang terbaik akan dipaparkan di sudut matematik.



Perbincangan:

Apakah kesan pembelian barang-barang secara atas talian?

Hasil daripada Cetusan Minda 2, didapati bahawa pembelian barang-barang melalui atas talian boleh menyebabkan pengguna berbelanja secara boros dan menyebabkan mereka berhutang. Maka, kita harus berhati-hati semasa membeli barang-barang secara atas talian.

UJI MINDA 3.2a

1. Apakah maksud pinjaman peribadi?
2. **Ramai orang mufliis disebabkan kad kredit**
Apakah cara untuk mengatasi situasi di atas?
3. Puan Zuraidah ingin membeli sebuah peti sejuk di Kedai Elektrik Hebat tetapi beliau kekurangan wang sebanyak RM2 500. Kedai Elektrik Hebat sendiri menyediakan pinjaman segera bagi pembelian dengan kadar faedah 4% setahun. Puan Zuraidah juga memiliki kad kredit. Apakah kemudahan kredit yang harus digunakan oleh Puan Zuraidah dan nyatakan kelebihanannya?



Apakah yang anda faham tentang kelebihan dan kekurangan kad kredit?

STANDARD PEMBELAJARAN

Mengkaji dan menghuraikan kelebihan dan kekurangan kad kredit dan penggunaannya secara bijaksana.

Penggunaan kad kredit semakin lazim pada masa sekarang. Sebagai pengguna adalah penting untuk kita sedar dan memahami kelebihan dan kekurangan dalam menggunakan kad kredit.

Kelebihan kad kredit	Kekurangan kad kredit
<ul style="list-style-type: none"> • Pengguna kad kredit boleh menikmati sistem ganjaran dalam bentuk rebat tunai atau penebusan mata. • Tidak perlu membawa tunai yang banyak. • Kaedah pembayaran yang mudah dan cekap. • Kemudahan membeli barangan dan perkhidmatan atas talian. 	<ul style="list-style-type: none"> • Dibebankan dengan caj-caj seperti yuran tahunan, caj kewangan (faedah), caj faedah pendahuluan wang tunai dan caj bayaran lewat. • Berbelanja lebih daripada sepatutnya. • Seseengah kedai tidak menerima pembayaran melalui kad kredit.

Akan tetapi, bukan semua individu layak untuk memiliki kad kredit. Terdapat beberapa syarat yang perlu dipatuhi oleh seseorang pemohon.

- 21 tahun ke atas.
- Berpendapatan minimum RM24 000 setahun dan memenuhi syarat-syarat lain yang ditetapkan oleh pihak bank.
- Perlu mempunyai penyata slip gaji atau dokumen sokongan.

Pengguna kad kredit perlu mematuhi tanggungjawab sebagai seorang pengguna kad kredit apabila menandatangani borang permohonan kad kredit.

- Menandatangani kad kredit sebaik sahaja diterima. Simpan kad kredit di dalam dompet supaya mudah sedar sekiranya hilang.
- Tidak memberikan butir-butir kad kredit kepada orang yang tidak dikenali.
- Hafal nombor pin dan tidak mencatat nombor pin di belakang kad.
- Semak urus niaga dalam penyata kad kredit yang diterima pada hujung bulan.

Apakah yang anda faham tentang kesan pembayaran minimum dan pembayaran lewat bagi penggunaan kad kredit?

Pemilik kad kredit akan menerima satu penyata kewangan untuk kad kredit setiap bulan. Dalam penyata tersebut, terdapat butiran seperti had kredit, tarikh penyata, jumlah terkini, jumlah bayaran minimum, jenis-jenis caj dan sebagainya.

Pemilik kad seharusnya membayar jumlah terkini (atau hutang kad kredit) dengan segera supaya tidak dikenakan sebarang caj kewangan. Tetapi bank memberi kelonggaran dengan membenarkan pengguna membayar dalam suatu tempoh tertentu yang dikenali sebagai tempoh tanpa faedah. Biasanya tempoh ini adalah selama 20 hari mulai daripada tarikh penyata.

Untuk menikmati keistimewaan ini setiap bulan, pemilik kad harus menjelaskan semua jumlah baki akhir penyata kad kredit atau pun membuat bayaran minimum dalam tempoh tanpa faedah. Bayaran minimum biasanya adalah 5% daripada jumlah baki akhir penyata kad kredit, atau minimum RM50.

Jika masih terdapat baki daripada jumlah terkini selepas tamat tempoh tanpa faedah, caj kewangan (atau faedah) akan dikenakan ke atas baki tersebut dalam kadar harian. Kebanyakan bank mengenakan kadar faedah tahunan di antara 15% hingga 18%.

Tambahan itu, jika tiada sebarang bayaran dibuat dalam tempoh tanpa faedah, maka caj bayaran lewat minimum RM10 atau 1% daripada jumlah baki belum jelas pada tarikh penyata bulan seterusnya akan dikenakan.

Contoh 16

Encik Ahmad menerima penyata kad kredit untuk bulan Januari 2019 dari Bank Sentosa. Penyata menunjukkan Encik Ahmad mempunyai jumlah terkini (baki tertunggak) RM5 200. Anggap bahawa Encik Ahmad tidak menggunakan kad kredit dalam bulan Februari.

- Berapakah bayaran minimum yang harus dibayar oleh Ahmad?
- Jika Encik Ahmad hanya membuat bayaran minimum untuk bulan Januari dan tarikh penyata ialah 15 hari daripada tarikh tamat tempoh tanpa faedah, apakah baki dalam penyata bulan Februari untuk Encik Ahmad?
- Jika Encik Ahmad terlupa membuat sebarang pembayaran untuk bulan Januari, apakah baki dalam penyata bulan Februari untuk Encik Ahmad?

Penyelesaian:

- (a) Jumlah terkini = RM5 200
5% daripada jumlah terkini = $\left(\frac{5}{100}\right) \times \text{RM5 200} = \text{RM260}$

Jumlah ini melebihi RM50, jadi bayaran minimum yang harus dibayar oleh Encik Ahmad ialah RM260.

- (b) Baki belum dijelaskan = $\text{RM5 200} - \text{RM260} = \text{RM4 940}$
Tempoh dikenakan caj kewangan = 15 hari = $(15 \div 365)$ tahun
Faedah yang dikenakan = $\text{RM4 940} \times [(18 \div 100) \times (15 \div 365)] = \text{RM36.54}$

Jumlah terkini (Baki tertunggak) dalam bulan Februari = $\text{RM4 940} + \text{RM36.54} = \text{RM4 976.54}$

STANDARD PEMBELAJARAN

Mengkaji dan menghuraikan kesan pembayaran minimum dan pembayaran lewat bagi penggunaan kad kredit.

TIP

Pemegang kad kredit harus membayar sepenuhnya baki hutang kad kredit untuk membolehkan mereka menikmati tempoh tanpa faedah 20 hari sejak urusan niaga mula direkodkan atau tarikh penyata sehingga tamat tempoh berakhir bagi semua transaksi anda.

Namun, jika anda membayar hanya sebahagian daripadanya, anda akan kehilangan tempoh tanpa faedah tersebut.

TIP

Kita hendaklah bijak menggunakan kad kredit.

- (c) Baki belum dijelaskan = RM5 200
 Tempoh dikenakan caj kewangan = 15 hari = $(15 \div 365)$ tahun
 Faedah yang dikenakan = $RM5\ 200 \times [(18 \div 100) \times (15 \div 365)] = RM38.47$
 Caj bayar lewat = $\left(\frac{1}{100}\right) \times (RM5\ 200 + RM38.47) = RM52.38$
 Jumlah terkini dalam bulan Februari = $RM5\ 200 + RM38.47 + RM52.38 = RM5\ 290.85$

Bagaimanakah anda menyelesaikan masalah yang melibatkan penggunaan kad kredit?

STANDARD PEMBELAJARAN
 Menyelesaikan masalah yang melibatkan penggunaan kad kredit.

Kita sebagai pengguna kad kredit harus sedar tentang kelebihan dan kekurangan kad kredit. Kita harus mengambil kira beberapa faktor sebelum menggunakan kad kredit seperti baki had limit yang sedia ada, aliran tunai semasa dan sebagainya.

Contoh 17

Cik Chin ingin membeli satu beg tangan buatan Perancis secara atas talian. Beliau melayari internet dan menjumpai dua promosi menarik berikut:

- (a) Syarikat L di Singapura menawarkan harga promosi SGD250. Untuk tempahan daripada luar Singapura, caj kiriman SGD50 dikenakan.
 (b) Syarikat V di Malaysia menawarkan harga promosi RM799. Penghantaran adalah percuma untuk semua tempahan ke alamat tempatan.



Cik Chin bercadang membuat pembayaran dengan kad kredit dan beliau faham bank akan mengenakan caj tambahan 1% ke atas setiap transaksi daripada luar negara. Andaikan kadar semasa pertukaran mata wang untuk ringgit Malaysia ialah

$$RM1 = SGD0.34$$

Sebagai pengguna bijak, tawaran manakah yang Cik Chin harus pilih? Berikan justifikasi anda.

Penyelesaian:

Cik Chin harus membandingkan harga sebenar yang akan dibayar jika membeli daripada dua syarikat tersebut.

- (a) Syarikat L:
 Harga promosi = $SGD250 \times (1 \div 0.34) = RM735.29$
 Caj kiriman = $SGD50 \times (1 \div 0.34) = RM147.06$
 Caj tambahan oleh bank = $RM735.29 \times \left(\frac{1}{100}\right) = RM7.35$

Harga sebenar yang akan dibayar = $RM735.29 + RM147.06 + RM7.35 = RM889.70$

- (b) Syarikat V:
 Harga promosi = RM799
 Harga sebenar yang akan dibayar = RM799

Walaupun harga promosi yang ditawarkan oleh Syarikat V adalah lebih murah, namun harga sebenar yang akan dibayar adalah lebih tinggi disebabkan caj-caj tambahan yang dikenakan untuk pembelian secara atas talian dari Syarikat V. Jadi, Cik Chin harus membeli dari Syarikat L kerana dapat berjimat RM90.70.

📌 Bagaimanakah anda mengira bayaran balik pinjaman dan bayaran ansuran?

STANDARD PEMBELAJARAN

Setiap pinjaman akan dikenakan faedah ke atas pinjaman dari tarikh pinjaman itu dilakukan. Terdapat dua jenis kaedah pengiraan faedah pinjaman, iaitu faedah kadar sama rata dan faedah atas baki.

Baki pinjaman wujud setelah menolak bayaran pendahuluan dan ditambah dengan jumlah faedah yang dikenakan.

Ansuran bulanan ialah jumlah amaun yang dibayar oleh peminjam kepada pihak bank setiap bulan bagi menjelaskan baki pinjaman.

Mengira jumlah bayaran balik pinjaman dan bayaran ansuran, dengan pelbagai kadar faedah dan tempoh pinjaman yang berbeza.

📊 Faedah sama rata

Dalam kaedah faedah sama rata, kadar faedah akan dikira pada jumlah pinjaman asal sepanjang tempoh pinjaman. Jadi jumlah faedah yang dikenakan setiap bulan adalah tetap.

Contoh 18

Puan Lim membeli sebuah kereta bernilai RM80 000 secara kredit. Beliau membayar bayaran pendahuluan sebanyak 10% dan bakinya dibayar secara ansuran selama 6 tahun. Kadar faedah sama rata yang dikenakan oleh bank ialah 4% setahun. Berapakah jumlah bayaran balik dan bayaran ansuran bulanan yang perlu dibayar oleh Puan Lim?

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Jumlah pinjaman} &= \text{Harga belian} - \text{bayaran pendahuluan} \\ &= \text{RM}80\,000 - \text{RM}8\,000 = \text{RM}72\,000 \end{aligned}$$

$$\text{Faedah untuk 6 tahun} = \text{RM}72\,000 \times \frac{4}{100} \times 6 \text{ tahun} = \text{RM}17\,280$$

$$\text{Jumlah bayaran balik} = \text{RM}72\,000 + \text{RM}17\,280 = \text{RM}89\,280$$

Jumlah bayaran balik boleh dihitung dengan formula $A = P + Prt$

$$\begin{aligned} \text{Bayaran ansuran} &= \frac{\text{RM}89\,280}{72 \text{ bulan}} = \text{RM}1\,240 \text{ sebulan} \\ \text{bulanan} & \end{aligned}$$

Contoh 19

Encik Azlan membuat pinjaman peribadi sebanyak RM10 000 dari Bank Mulia dengan kadar faedah 4% setahun. Tempoh bayaran balik adalah selama 7 tahun.

Berapakah ansuran bulanan yang akan dibayar oleh Encik Azlan?

Penyelesaian:

$$A = P + Prt$$

$$\text{Pinjaman, } P = \text{RM}10\,000$$

$$r = 4\%$$

$$t = 7 \text{ tahun}$$

Maka, jumlah bayaran balik

$$A = \text{RM}10\,000 + \left(\text{RM}10\,000 \times \frac{4}{100} \times 7 \right)$$

$$= \text{RM}10\,000 + \text{RM}2\,800$$

$$= \text{RM}12\,800$$

$$\text{Ansuran bulanan} = \frac{\text{RM}12\,800}{84 \text{ bulan}} = \text{RM}152.38$$

Faedah atas baki

Selain daripada faedah sama rata, bank juga menawarkan faedah atas baki untuk sesetengah jenis pinjaman. Dalam kaedah faedah atas baki, jumlah faedah setiap bulan yang dikenakan ke atas pinjaman bergantung kepada jumlah baki pinjaman pada bulan tersebut. Oleh kerana terdapat bayaran ansuran setiap bulan, jumlah baki pinjaman akan berkurangan, dan dengan itu, jumlah faedah untuk setiap bulan juga akan berkurangan.

Namun perlu diingatkan bahawa untuk setiap ansuran yang dibayar setiap bulan, keutamaan diberikan untuk menjelaskan jumlah faedah pada bulan tersebut, dan kemudian baki selebihnya digunakan untuk menjelaskan baki jumlah pinjaman.

Contoh 20

Encik Harith membuat pinjaman peribadi sebanyak RM10 000 dari Bank Mulia dengan kadar faedah 6% atas baki. Tempoh bayaran balik adalah selama 7 tahun manakala ansuran bulanan adalah sebanyak RM150.

Hitung jumlah faedah yang perlu dibayar oleh Encik Harith bagi 3 bulan pertama.

Penyelesaian:

Bulan pertama

$$\begin{aligned}\text{Faedah bulan pertama} &= \text{RM}10\,000 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} \\ &= \text{RM}50.00\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Jumlah pinjaman pada akhir bulan pertama} &= \text{RM}10\,000 + \text{RM}50 \\ &= \text{RM}10\,050\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Baki selepas bayaran ansuran bulan pertama} &= \text{RM}10\,050 - \text{RM}150 \\ &= \text{RM}9\,900\end{aligned}$$

Bulan kedua

$$\text{Jumlah baki pinjaman pada awal bulan kedua} = \text{RM}9\,900$$

$$\begin{aligned}\text{Faedah bulan kedua} &= \text{RM}9\,900 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} \\ &= \text{RM}49.50\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Jumlah pinjaman bagi akhir bulan kedua} &= \text{RM}9\,900 + \text{RM}49.50 \\ &= \text{RM}9\,949.50\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Baki selepas bayaran ansuran bulan kedua} &= \text{RM}9\,949.50 - \text{RM}150 \\ &= \text{RM}9\,799.50\end{aligned}$$

Bulan ketiga

$$\text{Jumlah baki pinjaman pada awal bulan ketiga} = \text{RM}9\,799.50$$

$$\begin{aligned}\text{Faedah bulan ketiga} &= \text{RM}9\,799.50 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} \\ &= \text{RM}49.00\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Jumlah pinjaman bagi akhir bulan ketiga} &= \text{RM}9\,799.50 + \text{RM}49.00 \\ &= \text{RM}9\,848.50\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Baki selepas bayaran ansuran bulan ketiga} &= \text{RM}9\,848.50 - \text{RM}150 \\ &= \text{RM}9\,698.50\end{aligned}$$

$$\text{Jumlah faedah bagi tempoh tiga bulan pertama ialah } \text{RM}50.00 + \text{RM}49.50 + \text{RM}49.00 = \text{RM}148.50$$



Imbas QR Code atau layari <http://yakin-pelajar.com/Bab%203/> untuk mendapatkan maklumat lanjut tentang pinjaman faedah sama rata dan faedah atas baki.

Bagaimanakah anda menyelesaikan masalah yang melibatkan pinjaman?

STANDARD PEMBELAJARAN
Menyelesaikan masalah yang melibatkan pinjaman.

Contoh /21

Ameera ingin membeli sebuah kereta dan telah membayar wang pendahuluan sebanyak RM4 800. Baki bayaran akan dijelaskan melalui pinjaman kenderaan.



Nyatakan kelebihan dan kekurangan pinjaman kenderaan yang dipilih oleh Ameera.

Penyelesaian:

Kelebihan	Keburukan
<ul style="list-style-type: none"> • Bayaran balik pinjaman kenderaan secara ansuran bulanan membolehkan Ameera memiliki kereta tersebut. • Tidak perlu membayar sekali gus dengan tunai. 	<ul style="list-style-type: none"> • Kereta boleh ditarik balik jika tidak menjelaskan bayaran ansuran. • Jumlah bayaran balik adalah tinggi disebabkan faedah.

Contoh /22

Encik Vincent mula berkhidmat sebagai seorang guru kerajaan, dengan pendapatan bulanan sebanyak RM2 800. Beliau membuat keputusan untuk membeli sebuah kereta baharu untuk berulang alik dari rumah ke tempat kerjanya. Beliau menghubungi dua buah bank untuk mendapatkan pinjaman sebanyak RM40 000. Selain itu, setiap bulan beliau juga memerlukan RM1 500 untuk menampung perbelanjaan lain. Berikut ialah pakej pinjaman yang ditawarkan oleh dua bank kepada Encik Vincent.

Aspek pinjaman	Bank A	Bank B
Jumlah pinjaman	RM40 000	RM40 000
Tempoh bayaran	9 tahun	6 tahun
Kadar faedah	4.5 %	5 %
Penjamin	Tidak perlu	perlu

TIP

Jangan meminjam wang daripada pemberi pinjaman yang tidak berlesen kerana:

- ♦ Pinjaman akan dibuat mengikut terma dan syarat yang tersendiri
- ♦ Mengenakan caj faedah yang sangat tinggi dengan kompaun harian.
- ♦ Meletakkan diri dan keluarga anda dalam keadaan bahaya sekiranya anda lewat membuat bayaran.
- ♦ Memaksa anda membuat pinjaman tambahan untuk melunaskan pinjaman yang terdahulu.

Kemukakan cadangan kepada Encik Vincent bank manakah yang sesuai dipilih untuk pinjaman keretanya. Nyatakan alasan anda.

Penyelesaian:

Memahami masalah

Jumlah ansuran bulanan yang perlu dibayar oleh Encik Vincent dengan syarat tidak membebankannya.

Merancang strategi

- Menghitung faedah bulanan.
- Menghitung ansuran bulanan yang perlu dibayar.

Melaksanakan strategi

Jumlah bayaran balik yang akan dibayar kepada Bank A

$$A = P + Prt$$

$$A = \text{RM}40\,000 + \text{RM}40\,000 \times \frac{4.5}{100} \times 9$$

$$\begin{aligned} \text{Jumlah bayaran balik} &= \text{RM}40\,000 + \text{RM}16\,200 \\ &= \text{RM}56\,200 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ansuran bulanan} &= \frac{\text{RM}56\,200}{108 \text{ bulan}} \\ &= \text{RM}520.37 \end{aligned}$$

Jumlah bayaran balik yang akan dibayar kepada Bank B

$$A = P + Prt$$

$$A = \text{RM}40\,000 + \text{RM}40\,000 \times \frac{5}{100} \times 6$$

$$\begin{aligned} \text{Jumlah bayaran balik} &= \text{RM}40\,000 + \text{RM}12\,000 \\ &= \text{RM}52\,000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ansuran bulanan} &= \frac{\text{RM}52\,000}{72 \text{ bulan}} \\ &= \text{RM}722.22 \end{aligned}$$

Membuat kesimpulan

Encik Vincent harus memilih Bank A kerana Bank A mengenakan faedah yang lebih rendah berbanding dengan Bank B. Namun tempoh bayaran yang berlainan menyebabkan amaun faedah yang dibayar adalah berbeza. Oleh itu, Encik Vincent boleh juga memilih Bank B.

Cabaran Dinamis



Uji Diri

1. Apakah yang dimaksudkan dengan simpanan?
2. Nyatakan ciri-ciri berkaitan dengan Akaun Simpanan Tetap.
3. Encik Lipong menyimpan wang sebanyak RM8 000 di Bank Pantas dengan kadar faedah tahunan sebanyak 4% untuk 2 tahun. Berapakah jumlah simpanannya pada akhir tahun kedua?

Mahir Diri

1. Bagaimanakah strategi pemurataan boleh membantu seseorang pelabur?
2. Terangkan maksud pelaburan dalam hartanah.
3. Perbualan berikut adalah antara Ramesh dengan Ismail berkenaan pembelian saham.

Ramesh, saya baru sahaja membeli saham BHP Berhad.



Bagus Ismail, anda akan mendapat pulangan daripada pelaburan anda.

- (a) Terangkan tiga jenis pulangan yang akan diterima oleh Ramesh.
4. Berikut ialah dua jenis pelaburan.

Lee Chong membeli 3 000 unit syer syarikat awam berhad.

Mokhtar membeli 3 000 000 unit amanah saham.

Terangkan dua perbezaan antara dua jenis pelaburan tersebut.

5. Encik Shah ingin menyimpan wang sebanyak RM10 000 dalam akaun simpanan tetap selama 9 bulan.

Berikut ialah kadar faedah simpanan tetap yang ditawarkan oleh sebuah bank kepada Encik Shah.

	Kadar faedah tahunan
1 bulan	3.0
3 bulan	3.5
6 bulan	3.75
9 bulan	4.00
12 bulan	4.25

Hitung jumlah faedah yang akan diterima oleh Encik Shah jika beliau menyimpan selama 9 bulan.

6. Pada tahun 2018, Encik Zainal memiliki 6 000 unit syer Syarikat Vision Sdn. Bhd yang bernilai RM1 seunit. Pada tahun tersebut, syarikat itu mengisytiharkan sebanyak 6% dividen di samping bonus pada kadar 1 syer baharu bagi 2 unit syer yang dipegangnya. Pada akhir tahun 2018, harga saham meningkat kepada RM2.30 seunit.

Hitung

- jumlah dividen yang diterima oleh Encik Zainal.
 - jumlah unit syer bonus yang akan diterima oleh Encik Zainal.
 - jumlah unit syer yang dipegang oleh Encik Zainal selepas menerima syer bonus tersebut.
7. Lengkapkan jadual berikut.

Jumlah simpanan (RM)	Kadar faedah sama rata	Tempoh simpanan (tahun)	Jumlah faedah yang terkumpul
10 000	5%	2	
5 000		1	150
4 000	6%		720

8. Encik Kishendran menyimpan sebanyak RM5 000 dalam akaun simpanan tetap dengan kadar faedah 4% dan dikompaunkan 3 bulan sekali untuk tempoh masa 3 tahun. Hitung jumlah faedah yang terkumpul selepas tahun ketiga.

Masteri Kendiri

- Encik Oswald Alphonsus meminjam sebanyak RM15 000 dari Bank Yakin untuk memulakan perniagaan tukang jahit di Rawang. Bank mengenakan 5% dengan kadar faedah sama rata untuk tempoh pembayaran balik selama 5 tahun. Berapakah jumlah faedah yang akan dibayar oleh Encik Oswald Alphonsus kepada pihak bank?
- Puan Emily Francis menyimpan RM10 000 di sebuah bank. Pada akhir tahun kelapan, jumlah wang yang terkumpul berjumlah RM19 992.71. Jika pihak bank membayar faedah tahunan sebanyak $x\%$ bagi setahun dan dikompaunkan setiap 6 bulan sekali. Hitung nilai x .
- Puan Noraini Mitis mendepositkan sejumlah wang ke dalam akaun simpanannya yang memberi kadar faedah 2% setahun dan dikompaun setiap suku tahun. Berapakah deposit Puan Noraini Mitis sekiranya wang yang terkumpul pada akhir tahun kelima adalah sebanyak RM7 734.26?
- Puan Zaiton membeli 1 000 unit saham Syarikat Pelita Berhad pada harga RM2.00 seunit. Pada akhir tahun, Syarikat Pelita Berhad membayar dividen sebanyak 20 sen seunit kepada semua pemegang saham syarikatnya. Pada tahun berikutnya, Puan Zaiton telah menjual semua saham yang dipegang apabila harga saham tersebut meningkat kepada RM2.20 seunit. Hitung nilai pulangan pelaburan bagi Puan Zaiton.

- Encik Iskandar membuat pinjaman peribadi sebanyak RM20 000 dari Bank Cergas dengan kadar faedah 4% setahun. Tempoh bayaran balik adalah selama 10 tahun. Berapakah ansuran bulanan yang patut dibayar oleh Encik Iskandar?
- Puan Balkis membuat pinjaman peribadi sebanyak RM8 000 dari Bank Sentosa dengan kadar faedah 4% setahun atas baki. Tempoh bayar balik adalah selama 4 tahun manakala ansuran bulanan adalah sebanyak RM110. Hitung jumlah faedah yang perlu dibayar oleh Puan Balkis dalam masa 2 bulan.
- Berikut merupakan risalah promosi yang ditawarkan oleh Syarikat Seng Hong.



137.1 cm

79.2 cm

60 Inch

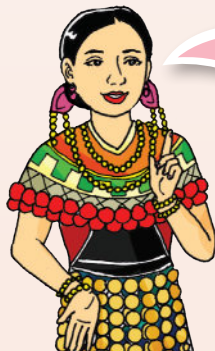
TAWARAN HEBAT!

Televisyen

Harga Tunai
RM4 000

Ansuran
RM120 × 36

Perbualan berikut adalah antara Masnah Rasam dengan Nanak Aliong selepas mereka meneliti risalah promosi di atas.



Nanak Aliong, saya hendak membeli televisyen seperti di dalam risalah di atas secara ansuran kerana bayaran bulanan adalah rendah dan saya mampu untuk membayarnya.

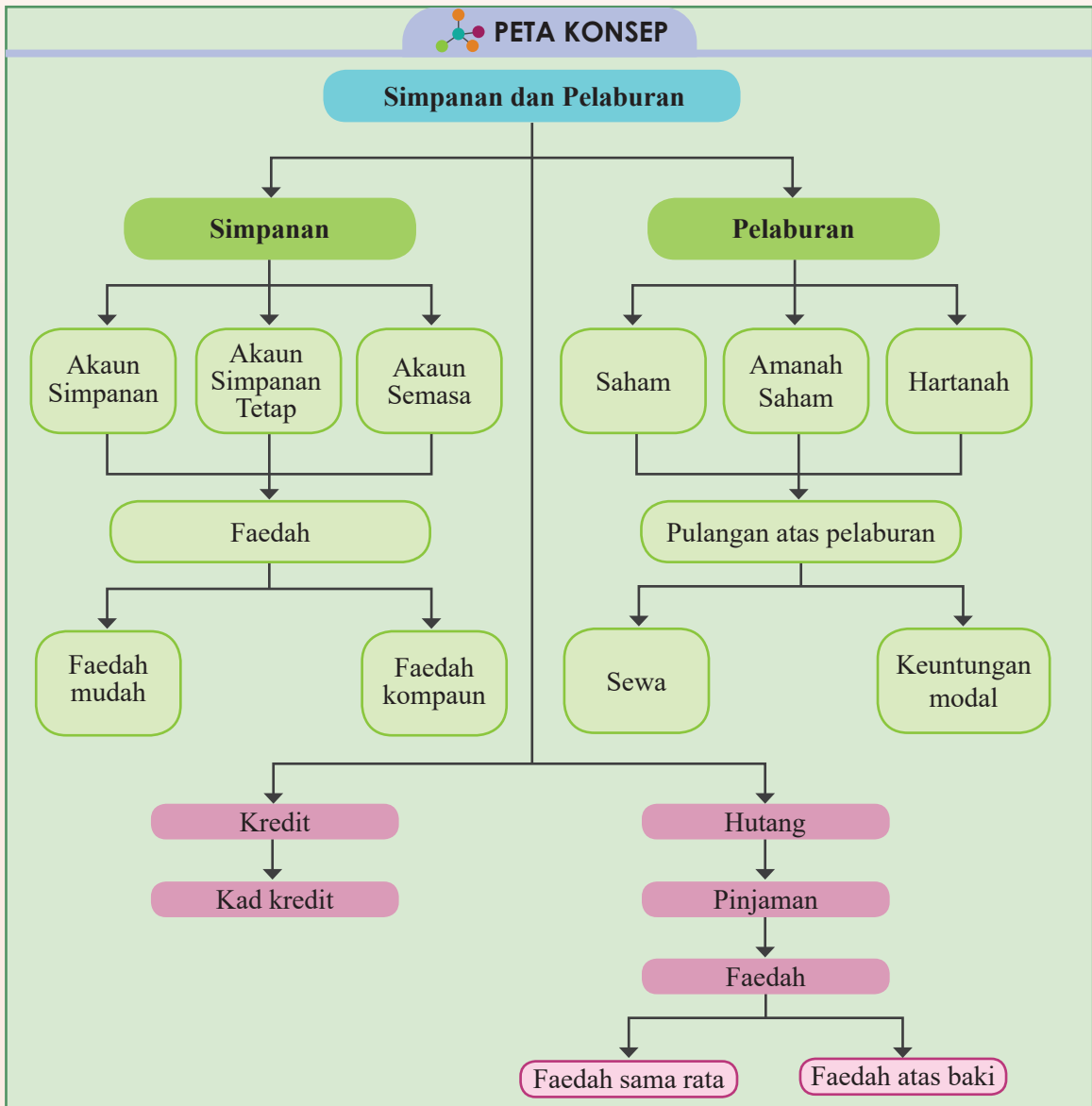
Masnah Rasam, saya ingat lebih baik anda membeli secara tunai berbanding dengan secara ansuran.



- Apakah pandangan anda tentang pendirian Masnah Rasam?
 - Hitung jumlah faedah yang dibayar serta kadar faedah yang dikenakan melalui pembayaran ansuran.
 - Sekiranya anda hendak membeli televisyen, apakah pilihan yang anda akan lakukan?
- Cik Kayal meminjam dari Bank Desa sebanyak RM X dengan kadar faedah 5% setahun. Tempoh bayar balik adalah selama 8 tahun. Jika ansuran bulanan yang dibayar ialah RM218.75, berapakah jumlah wang yang dipinjam oleh Cik Kayal?
 - Encik Murugan telah meminjam dari Bank Orkid sebanyak RM16 000 untuk kegunaan peribadi. Beliau akan membayar balik dalam tempoh 5 tahun dengan ansuran bulanan sebanyak RM320. Berapakah faedah setahun yang dikenakan oleh pihak bank?
 - Puan Sapiah meminjam sebanyak RM12 000 dari sebuah bank dengan kadar faedah 3% setahun bagi 5 tahun. Manakala, Puan Shafiqah Ira meminjam amaun yang sama dari bank lain dengan kadar 4.5% setahun bagi 5 tahun. Nyatakan perbezaan antara jumlah faedah yang dibayar oleh Puan Sapiah dengan Puan Shafiqah Ira.

Andaikan anda memenangi RM1 juta dalam peraduan teka-teki.

1. Nyatakan cara-cara pelaburan yang akan anda lakukan.
2. Jelaskan sebab anda memilih cara pelaburan tersebut.



(IMBAS KENDIRI)

Pada akhir bab ini, saya dapat:



1.	Mengenal pelbagai jenis simpanan dan pelaburan.		
2.	Membuat pengiraan yang melibatkan faedah mudah dan faedah kompaun bagi simpanan, dan seterusnya menerangkan kesan perubahan tempoh, kadar faedah atau pulangan dan kekerapan pengkompaunan terhadap nilai masa hadapan simpanan.		
3.	Membuat pengiraan yang melibatkan nilai pulangan pelaburan, dan seterusnya menerangkan faktor yang mempengaruhi pulangan pelaburan serta kesannya.		
4.	Membanding dan membeza potensi risiko, pulangan dan kecairan pelbagai jenis simpanan dan pelaburan.		
5.	Mengira purata kos sesyer bagi pelaburan saham menggunakan strategi pemurataan kos ringgit dan menjelaskan manfaat strategi ini.		
6.	Menyelesaikan masalah yang melibatkan simpanan dan pelaburan.		
7.	Menjelaskan maksud kredit dan hutang, dan seterusnya menghuraikan pengurusan yang bijaksana tentang kredit dan hutang.		
8.	Mengkaji dan menghuraikan kelebihan dan kekurangan kad kredit dan penggunaannya secara bijaksana.		
9.	Mengkaji dan menghuraikan kesan pembayaran minimum dan pembayaran lewat bagi penggunaan kad kredit.		
10.	Menyelesaikan masalah yang melibatkan penggunaan kad kredit.		
11.	Mengira jumlah bayaran balik pinjaman dan bayaran ansuran, dengan pelbagai kadar faedah dan tempoh pinjaman yang berbeza.		
12.	Menyelesaikan masalah yang melibatkan pinjaman.		

⚙️ JELAJAH MATEMATIK

Anda boleh melayari laman web Agensi Kaunseling & Pengurusan Kredit (AKPK) untuk mengira tempoh masa yang diperlukan serta jumlah faedah yang perlu dibayar untuk menyelesaikan hutang kad kredit.



BAB 4

Lukisan Berskala



Apakah yang akan anda pelajari?

4.1

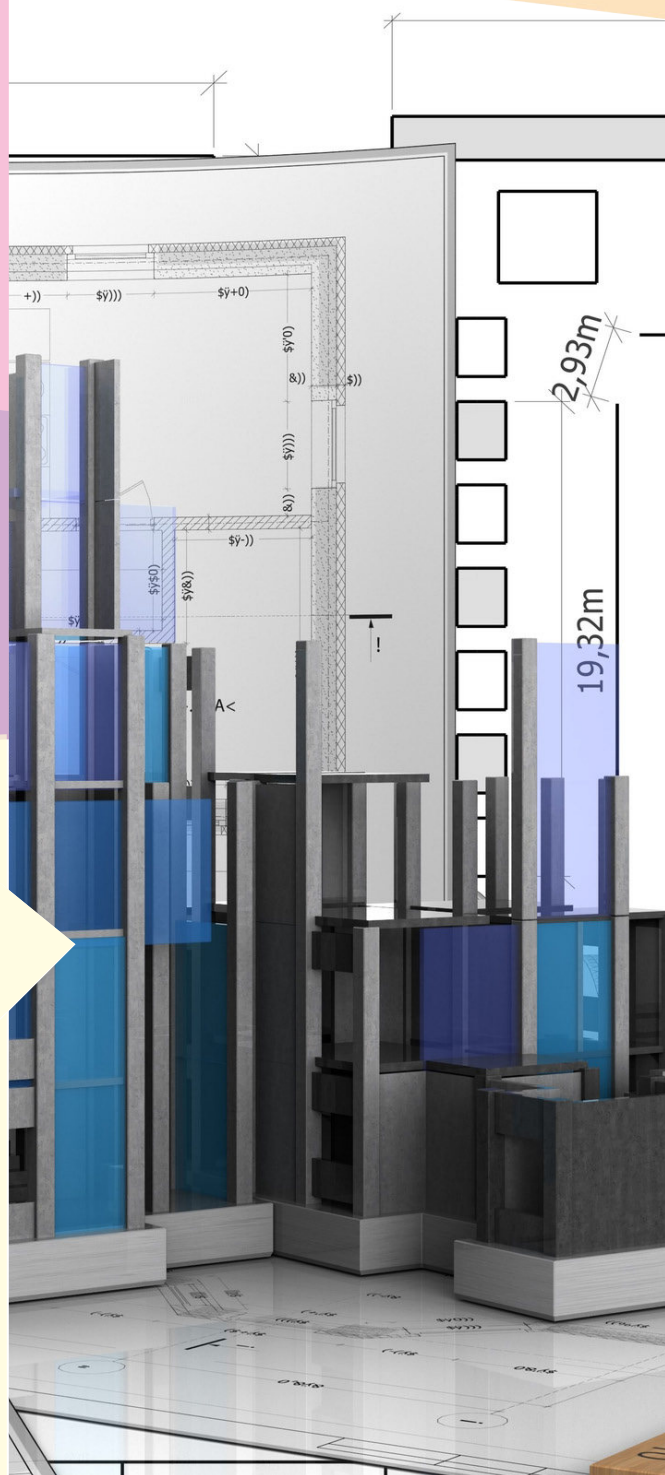
Lukisan Berskala

Kenapa Belajar Bab Ini?

- Lukisan berskala digunakan untuk memberi gambaran tentang ukuran objek atau jarak sebenar.
- Lukisan berskala banyak digunakan dalam bidang arkitek, kejuruteraan, fotografi, sains reka bentuk dan teknologi, dan sebagainya.

Pemaju perumahan lazimnya akan menyediakan model taman perumahan yang akan dimajukan. Model tersebut membolehkan pengguna mendapat gambaran berkaitan kawasan perumahan tersebut dan kemudahan lain yang disediakan oleh pemaju.

Selain itu, pelan setiap rumah yang akan dibina juga dilukis dengan menggunakan suatu skala tertentu dengan keadaan ukuran yang digunakan adalah berkadar dengan ukuran sebenar rumah. Lukisan pelan rumah ini membolehkan pembeli memilih jenis rumah yang ingin dibeli dengan mengambil kira saiz rumah, kemudahan serta keperluan dan kemampuan. Pernahkah anda melihat pelan rumah kediaman anda?



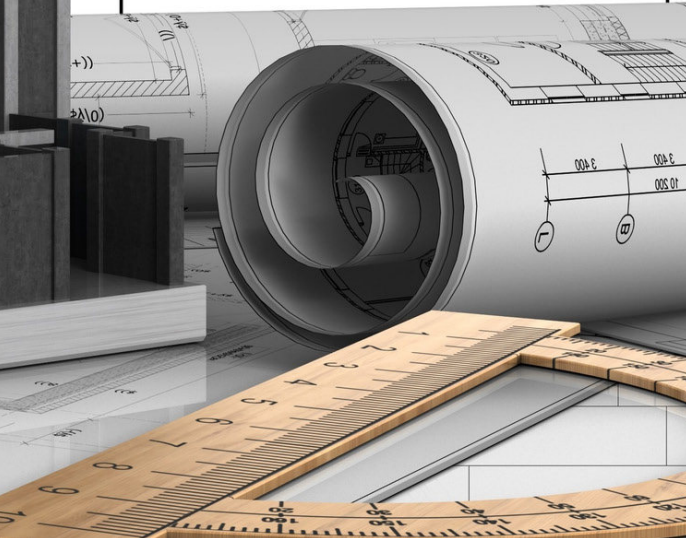
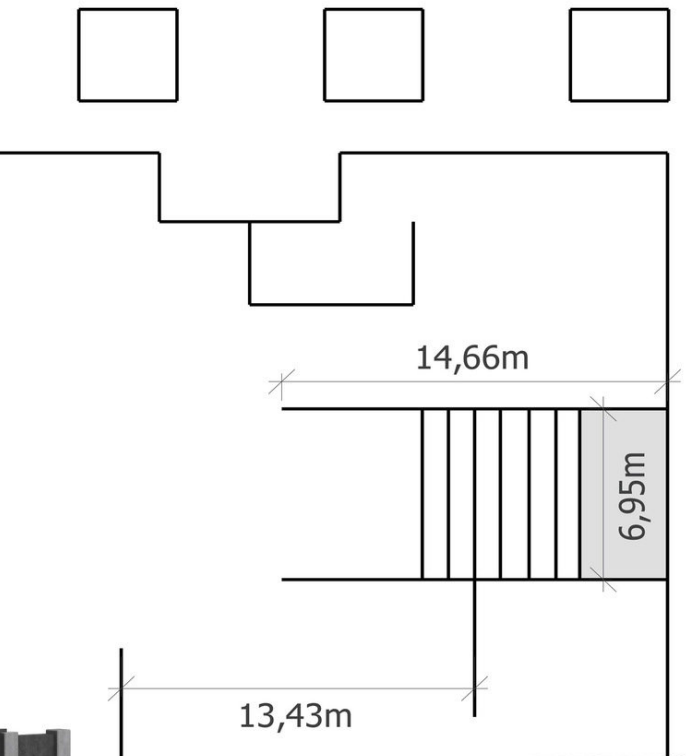


Eksplorasi Zaman

Angkor Wat di Kemboja merupakan antara monumen yang terkenal di Asia Tenggara. Angkor Wat dibina oleh Suryavarman II berikutan kejayaannya dalam peperangan dengan Champa dan seterusnya menyatukan Kampuchea. Angkor Wat dibina untuk menunjukkan kekuatan dan kedaulatan kerajaan Suryavarman II. Tingginya 213 meter dan luas 208 hektar. Tempat pemujaan terletak di bahagian tengah. Binaannya bertingkat empat dengan setiap sudutnya mempunyai menara tembok berukuran 850 meter lebar dan panjang 1000 meter yang dibina daripada batu laterit dan batu pasir yang terdapat di bahagian luarnya. Ukiran yang menggambarkan cerita daripada epik Ramayana dan Mahabharata terdapat pada dindingnya.



<http://yakin-pelajar.com/Eksplorasi%20Zaman/Bab%204/>



GERBANG KATA

- asal
- bentuk geometri
- darjah
- grid
- lakar
- objek
- saiz
- skala
- *original*
- *geometrical shape*
- *degree*
- *grid*
- *sketch*
- *object*
- *size*
- *scale*

4.1 Lukisan Berskala

Apakah hubungan antara ukuran sebenar objek dengan lukisan pelbagai saiz objek tersebut?

Tahukah anda, peta yang terdapat dalam perisian yang dicipta untuk memudahkan perjalanan adalah dilukis mengikut suatu skala tertentu?

Gambaran jarak yang ditunjukkan di antara dua buah bandar dalam perisian tersebut adalah berkadaran dengan jarak sebenar.

STANDARD PEMBELAJARAN

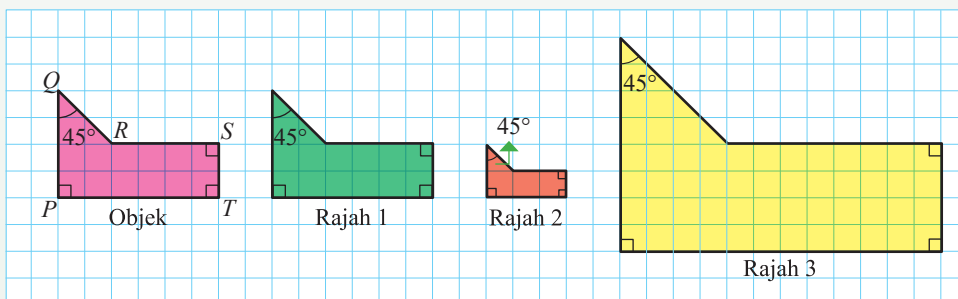
Mengkaji dan menerangkan hubungan antara ukuran sebenar objek dan lukisan pelbagai saiz objek tersebut, dan seterusnya menerangkan maksud lukisan berskala.



Contohnya dalam gambar rajah di atas, jarak di antara Johor Bahru dengan Kuala Lumpur digambarkan dengan menggunakan skala 1 cm : 50 km.

Contoh 1

Rajah di bawah menunjukkan lukisan yang mewakili objek $PQRST$ yang dilukis dengan saiz yang berbeza.



Apakah yang anda boleh nyatakan tentang saiz lukisan Rajah 1, Rajah 2 dan Rajah 3 berbanding objek $PQRST$?

Penyelesaian:

Rajah 1: Panjang semua sisi dan saiz semua sudut adalah sama dengan objek.

Rajah 2: Panjang semua sisi berkurangan dengan suatu kadaran tertentu berbanding objek tetapi saiz semua sudut tidak berubah.

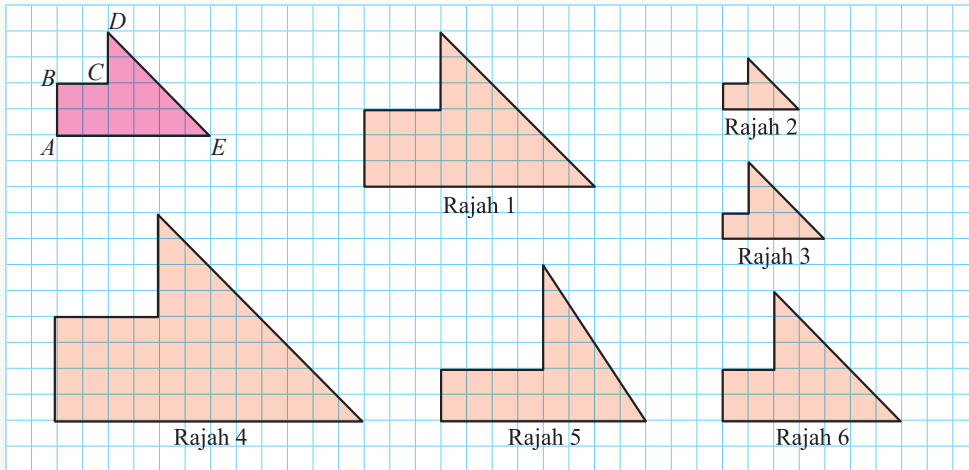
Rajah 3: Panjang semua sisi bertambah dengan suatu kadaran tertentu berbanding objek tetapi saiz semua sudut tidak berubah.

Kesimpulannya, semua sisi lukisan pada Rajah 1, Rajah 2 dan Rajah 3 adalah mengikut suatu skala yang berkadaran dengan objek manakala saiz sudut tidak berubah. Maka, Rajah 1, Rajah 2 dan Rajah 3 ialah lukisan berskala bagi objek $PQRST$.

Lukisan Berskala ialah lukisan suatu objek dengan keadaan semua ukuran dalam lukisan adalah **berkadaran** dengan ukuran pada objek.

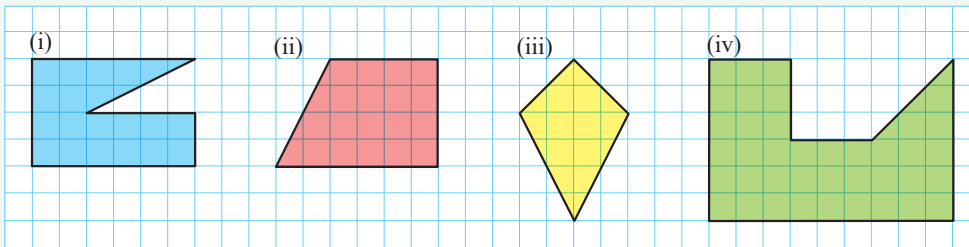
UJI MINDA 4.1a

1. Rajah di bawah menunjukkan lukisan yang mewakili objek *ABCDE* yang dilukis dengan saiz yang berbeza.



Nyatakan rajah yang merupakan lukisan berskala bagi objek *ABCDE*.

2. Pada kertas grid lukis semula bentuk di bawah dengan menggunakan
 (a) saiz yang sama (b) saiz yang lebih kecil (c) saiz yang lebih besar



Bagaimanakah anda boleh mentafsir skala suatu lukisan berskala?

Skala yang digunakan untuk melukis suatu lukisan berskala adalah mengikut nisbah ukuran lukisan berskala kepada ukuran objek, iaitu

$$\text{Skala} = \frac{\text{Ukuran lukisan berskala}}{\text{Ukuran objek}}$$

Nisbah ini juga boleh ditulis dalam bentuk;

$$\text{Ukuran lukisan berskala} : \text{Ukuran objek}$$

Secara lazimnya, untuk lukisan berskala, kita menggunakan skala dalam bentuk nisbah.

$$1 : n$$

dengan keadaan n ialah integer positif atau pecahan

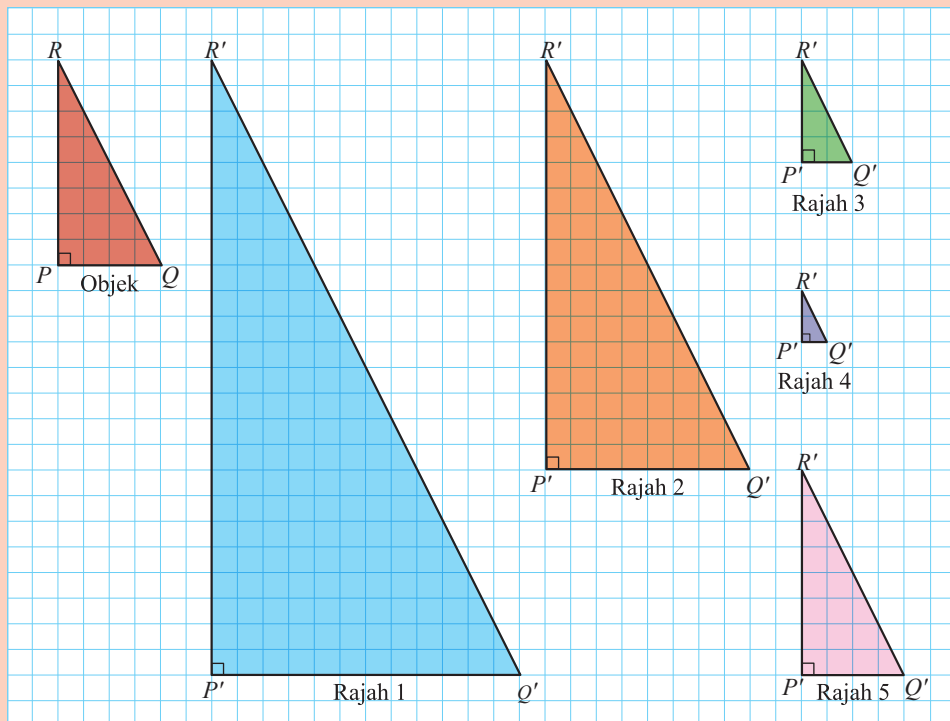
$1 : n$ bermaksud satu unit pada lukisan berskala akan mewakili n unit pada objek.

STANDARD PEMBELAJARAN
 Mentafsir skala suatu lukisan berskala.

Tujuan: Mentafsir skala suatu lukisan berskala.

Langkah:

1. Teliti rajah-rajah di bawah.



2. Lengkapkan jadual di bawah berdasarkan rajah-rajah di atas.

Rajah	Lukisan berskala		Objek		Skala	
	Sisi	Panjang (unit)	Sisi	Panjang (unit)	Bentuk nisbah	1 : n
Rajah 1	$P'Q'$	12	PQ	4	12 : 4	$1 : \frac{1}{3}$
	$P'R'$	24	PR	8	24 : 8	$1 : \frac{1}{3}$
Rajah 2	$P'Q'$		PQ			
	$P'R'$		PR			
Rajah 3	$P'Q'$		PQ			
	$P'R'$		PR			
Rajah 4	$P'Q'$		PQ			
	$P'R'$		PR			
Rajah 5	$P'Q'$		PQ			
	$P'R'$		PR			

Perbincangan:

Bincangkan dapatan anda berdasarkan jadual di atas.

Hasil daripada Cetusan Minda 1, didapati bahawa;

- Jika $n < 1$, maka saiz lukisan berskala lebih besar daripada saiz objek.
- Jika $n > 1$, maka saiz lukisan berskala lebih kecil daripada saiz objek.
- Jika $n = 1$, maka saiz lukisan berskala sama dengan saiz objek.

✎ Bagaimanakah anda menentukan skala, ukuran objek atau ukuran lukisan berskala?

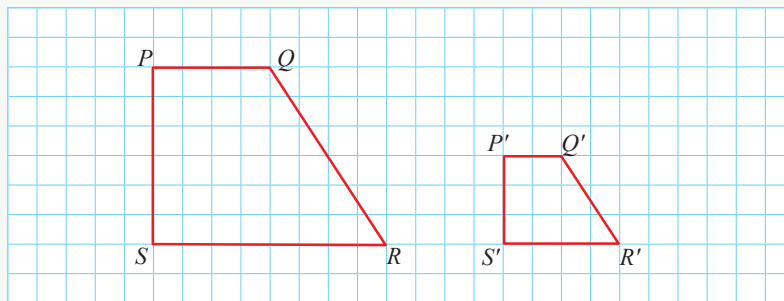
STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan skala, ukuran objek atau ukuran lukisan berskala.

$$\text{Skala} = \frac{\text{Ukuran lukisan berskala}}{\text{Ukuran objek}} = \frac{1}{n}$$

Contoh 2

Rajah di bawah menunjukkan objek $PQRS$ dan lukisan berskala $P'Q'R'S'$ yang dilukis pada grid segi empat sama. Nyatakan skala yang digunakan dalam bentuk $1 : n$.

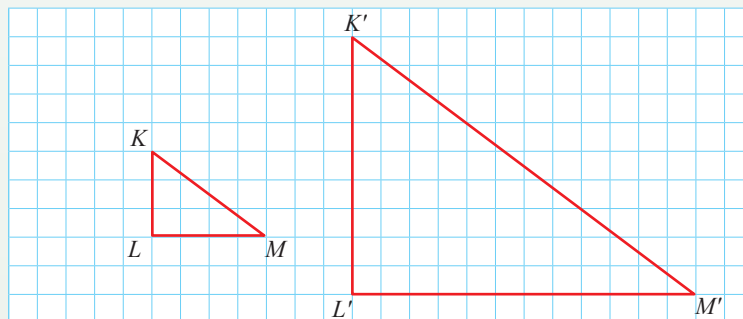


Penyelesaian:

$$\text{Skala} = \frac{P'Q'}{PQ} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \text{atau} \quad \text{Skala} = \frac{P'S'}{PS} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \text{Maka, skala} = 1 : 2$$

Contoh 3

Rajah di bawah menunjukkan objek KLM dan lukisan berskala $K'L'M'$ yang dilukis pada grid segi empat sama. Nyatakan skala yang digunakan dalam bentuk $1 : n$.



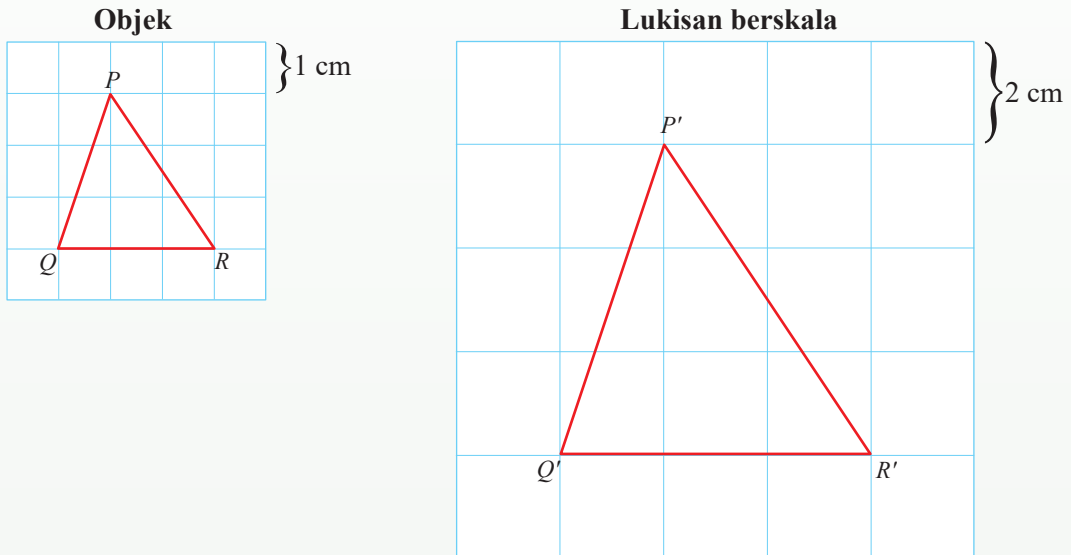
Penyelesaian:

$$\text{Skala} = \frac{K'L'}{KL} = \frac{9}{3} = \frac{3}{1} \quad \text{atau} \quad \text{Skala} = \frac{L'M'}{LM} = \frac{12}{4} = \frac{3}{1} \quad \text{Maka, skala} = 3 : 1$$

3 dibahagi dengan 3 untuk mendapatkan nilai 1. $\rightarrow \frac{3}{3} = 1$

Contoh 4

Rajah di bawah menunjukkan objek PQR dan lukisan berskala $P'Q'R'$ yang dilukis pada grid segi empat sama yang berlainan saiz. Tentukan skala yang digunakan dalam bentuk $1 : n$.

**Penyelesaian:****Kaedah 1**

$$\text{Skala} = \frac{Q'R'}{QR} = \frac{6 \text{ cm}}{3 \text{ cm}} = \frac{2}{1}$$

$$\begin{aligned} \text{Skala} &= 2 : 1 \\ &= 1 : \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Kaedah 2

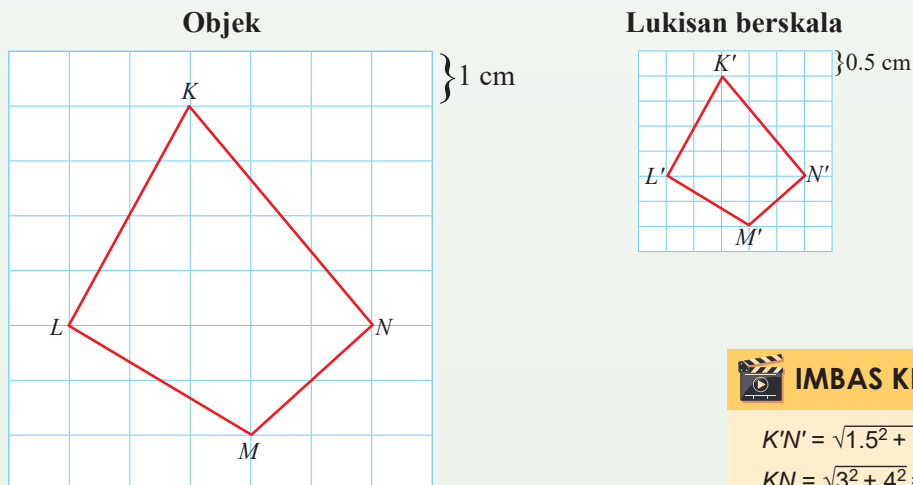
Saiz grid digunakan kerana bilangan unit sisi objek dan sisi lukisan berskala sama.

$$\text{Skala} = \frac{\text{Saiz grid lukisan berskala}}{\text{Saiz grid objek}} = \frac{2 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = \frac{2}{1}$$

$$\begin{aligned} \text{Skala} &= 2 : 1 \\ &= 1 : \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Contoh 5

Rajah di bawah menunjukkan objek $KLMN$ dan lukisan berskala $K'L'M'N'$ yang dilukis pada grid segi empat sama yang berlainan saiz. Tentukan skala yang digunakan.

**IMBAS KEMBALI**

$$K'N' = \sqrt{1.5^2 + 2^2} = 2.5$$

$$KN = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

Penyelesaian:

Kaedah 1

$$\text{Skala} = \frac{K' N'}{KN} = \frac{2.5 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = \frac{0.5}{1} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Skala} = \frac{1}{2} : 1$$

$$\frac{1}{2} \times 2 : 1 \times 2$$

$$1 : 2$$

$\frac{1}{2}$ didarab dengan 2 untuk mendapatkan nilai 1.

Kaedah 2

$$\text{Skala} = \frac{\text{Saiz grid lukisan berskala}}{\text{Saiz grid objek}} = \frac{0.5 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Skala} = \frac{1}{2} : 1$$

$$1 : 2$$

Contoh 6

Sebuah peta dilukis dengan skala 1 : 300 000. Hitung jarak sebenar, dalam km, sebatang sungai yang panjangnya 3 cm pada peta tersebut.

Penyelesaian:

Kaedah 1

$$\frac{1 \text{ cm}}{300\,000 \text{ cm}} = \frac{3 \text{ cm}}{\text{Jarak sebenar}}$$

$$\text{Jarak sebenar} = \frac{3 \times 300\,000 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$$

$$= 900\,000 \text{ cm}$$

$$= 9 \text{ km}$$

Kaedah 2

Lukisan Berskala : Objek

$$1 : 300\,000$$

$$1 \text{ cm} : 300\,000 \text{ cm}$$

$$\times 3 \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ cm} : 3 \text{ km} \\ 3 \text{ cm} : 9 \text{ km} \end{array} \right. \times 3$$

Maka, jarak sebenar sungai ialah 9 km.



IMBAS KEMBALI

- 1 km = 1 000 m
- 1 m = 100 cm
- 1 km = 100 000 cm

Contoh 7

Peta negeri Johor dilukis dengan skala 1 cm kepada 10 km. Hitung jarak sebenar di antara Kluang dengan Ayer Hitam jika jarak di atas peta ialah 2 cm.

Penyelesaian:

Kaedah 1

$$\text{Skala} = \frac{\text{Jarak pada lukisan}}{\text{Jarak sebenar}}$$

$$\frac{1 \text{ cm}}{10 \text{ km}} = \frac{2 \text{ cm}}{\text{Jarak sebenar}}$$

$$\text{Jarak sebenar} = \frac{2 \text{ cm} (10 \text{ km})}{1 \text{ cm}}$$

$$\text{Jarak sebenar} = 20 \text{ km}$$

Kaedah 2

Lukisan berskala : Objek

$$\times 2 \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ cm} : 10 \text{ km} \\ 2 \text{ cm} : 20 \text{ km} \end{array} \right. \times 2$$

Maka, jarak sebenar ialah 20 km.

Contoh 8

Khairul melukis segi empat sama dengan skala $1 : \frac{1}{3}$. Jika panjang sebenar sisi segi empat sama tersebut ialah 6 cm, berapakah panjang sisi, dalam cm, lukisan berskala?

Penyelesaian:

Kaedah 1

$$\text{Skala} = \frac{\text{Sisi lukisan berskala}}{\text{Sisi objek yang sepadan}}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{\text{Sisi lukisan berskala}}{6 \text{ cm}}$$

Sisi lukisan berskala = $3 \times 6 \text{ cm}$
 Panjang sisi lukisan berskala = 18 cm

Kaedah 2

Lukisan berskala : Objek

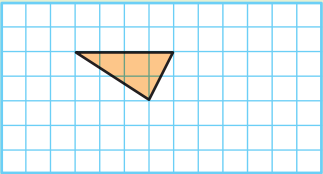
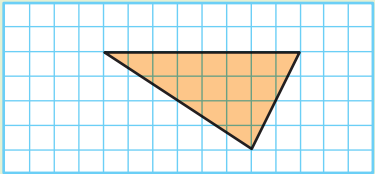
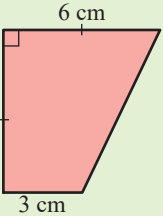

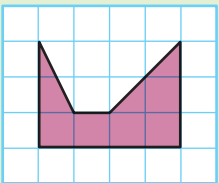
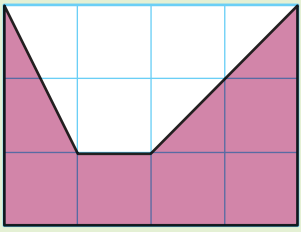
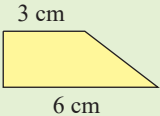
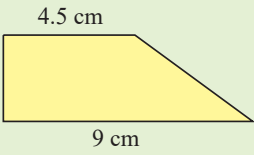
$$1 : \frac{1}{3} \quad \begin{matrix} \times 18 \\ \times 18 \end{matrix}$$

$$18 \text{ cm} : 6 \text{ cm}$$

Maka, panjang sisi dalam lukisan berskala ialah 18 cm.

UJI MINDA 4.1b

1. Tentukan skala yang digunakan untuk setiap lukisan berskala di bawah dalam bentuk $1 : n$.

Objek	Lukisan berskala
(a) 	
(b) 	
(c)  } 0.5 cm	 } 1 cm
(d) 	

- Sekeping poster berukuran 24 cm panjang dan 8 cm lebar. Hitung panjang dan lebar lukisan berskala poster itu, dalam cm, yang dilukis mengikut skala 1 : 4.
- Sebuah peta dilukis dengan skala 1 : 400 000. Berapakah jarak sebenar, dalam km, yang diwakili oleh sebatang sungai yang panjangnya 2.5 cm pada peta tersebut?
- Siew Lin melukis segi tiga bersudut tegak dengan skala $1 : \frac{1}{3}$. Jika panjang hipotenus lukisan berskala ialah 18 cm, hitung panjang hipotenus segi tiga asal.

Bagaimanakah anda melukis lukisan berskala bagi suatu objek dan sebaliknya?

STANDARD PEMBELAJARAN

Melukis lukisan berskala bagi suatu objek dan sebaliknya.

Melukis lukisan berskala bagi suatu objek.

Lukisan berskala suatu objek boleh dilukis dengan tiga cara.

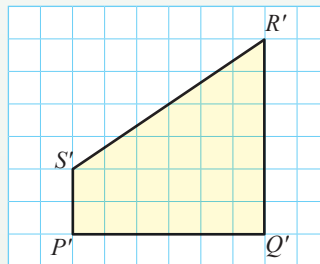
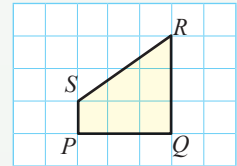
- Menggunakan kertas grid yang sama saiz bagi skala yang berlainan atau;
- Menggunakan kertas grid yang berlainan saiz atau;
- Melukis di atas kertas kosong mengikut skala yang diberi.

Contoh 9

Lukiskan lukisan berskala bagi bentuk $PQRS$ di sebelah pada grid segi empat sama dengan skala $1 : \frac{1}{2}$.

Penyelesaian:

Skala yang diberi ialah $1 : \frac{1}{2}$. Maka, setiap sisi lukisan berskala ialah dua kali lebih panjang berbanding panjang sisi objek $PQRS$.

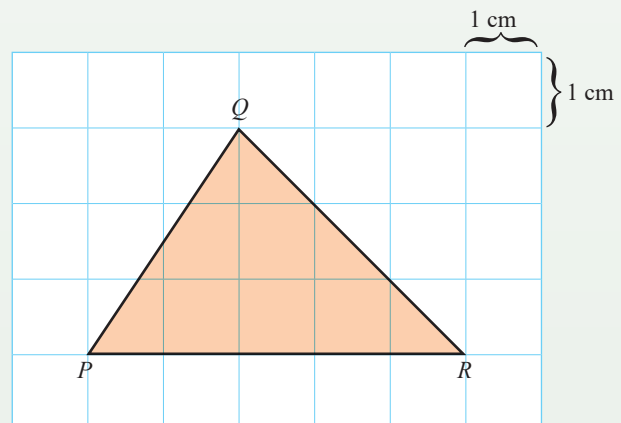


KUIZ

Jika anda perlu melukis lukisan berskala bagi padang sekolah anda, apakah skala yang sesuai dipilih? Kenapa?

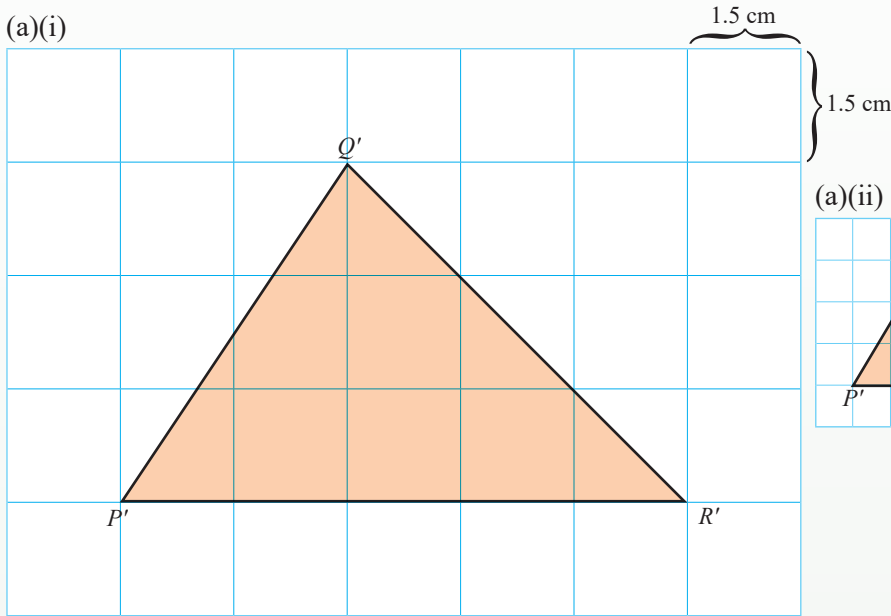
Contoh 10

- Rajah ΔPQR di sebelah dilukis pada grid 1 cm \times 1 cm. Lukiskan semula ΔPQR di atas kertas grid berukuran
 - 1.5 cm \times 1.5 cm
 - 0.5 cm \times 0.5 cm
- Hitung skala yang digunakan dalam soalan (a)(i) dan (a)(ii) dalam bentuk $1 : n$.

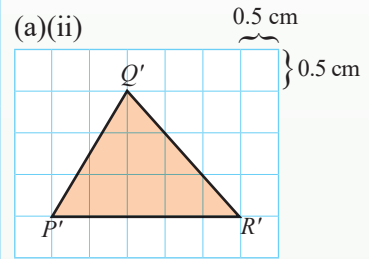


Penyelesaian:

(a)(i)



(a)(ii)



(b) (i)

$$\text{Skala} = \frac{\text{Saiz grid lukisan berskala}}{\text{Saiz grid objek}} = \frac{1.5 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$$

$$\begin{aligned} \text{Skala} &= 1.5 : 1 \\ &= 1 : \frac{2}{3} \end{aligned}$$

(b) (ii)

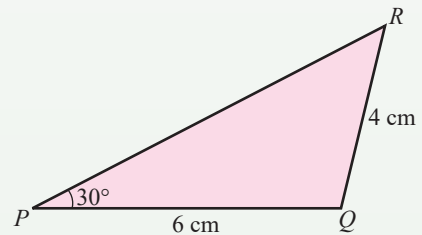
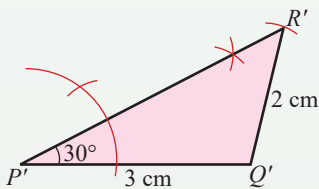
$$\text{Skala} = \frac{\text{Saiz grid lukisan berskala}}{\text{Saiz grid objek}} = \frac{0.5 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$$

$$\begin{aligned} \text{Skala} &= 0.5 : 1 \\ &= 1 : 2 \end{aligned}$$

Contoh 11

Bina lukisan berskala bagi segi tiga PQR dengan skala $1 : 2$.

Penyelesaian:



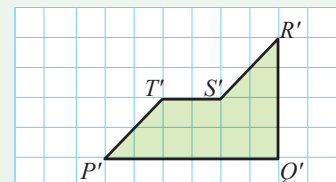
Imbas QR Code atau layari <http://yakin-pelajar.com/Kertas%20Grid%20Bab%204/> untuk memuat turun kertas grid pelbagai saiz.

Bagi objek yang diberi nilai sudut tertentu, sudut lukisan berskala perlu dibina dengan tepat dan panjang sisi dilukis mengikut skala.

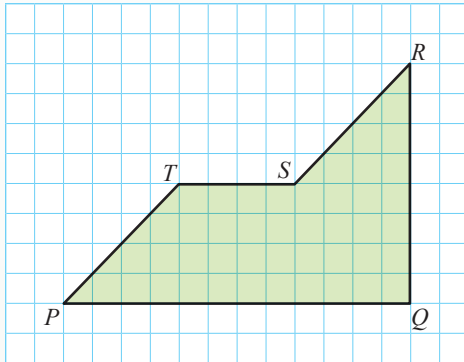
Melukis objek bagi suatu lukisan berskala.

Contoh 12

Rajah di sebelah menunjukkan lukisan berskala yang dilukis pada grid segi empat sama mengikut skala $1 : 2$. Lukiskan objek sebenar bagi $P'Q'R'S'T'$.



Penyelesaian:

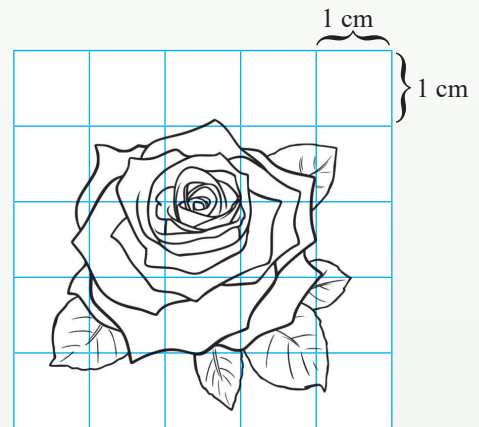


Skala yang digunakan ialah 1 : 2 iaitu saiz lukisan berskala dua kali lebih kecil daripada objek. Maka, setiap sisi objek sebenar ialah dua kali lebih panjang daripada sisi lukisan berskala.

Contoh 13

Rajah di sebelah menunjukkan lukisan berskala sekuntum bunga yang dilukis pada grid berukuran 1 cm × 1 cm. Lukiskan objek sebenar bunga tersebut pada grid berukuran

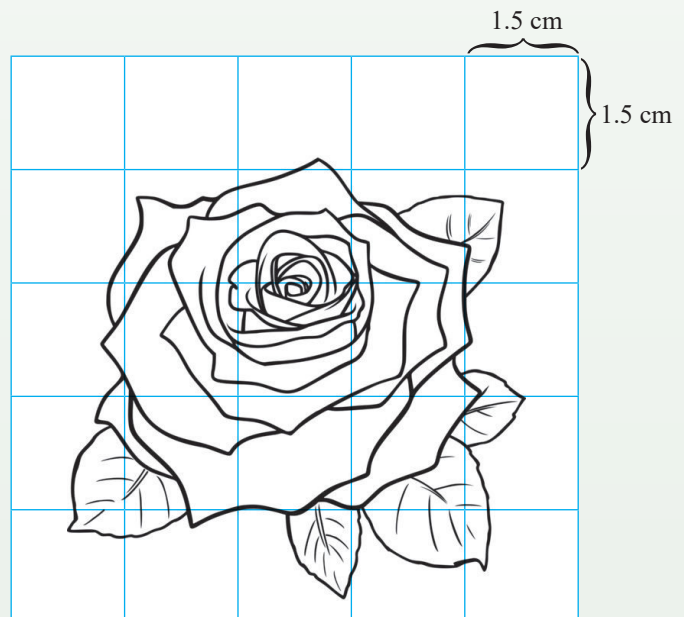
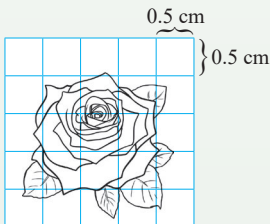
- (a) 0.5 cm × 0.5 cm
- (b) 1.5 cm × 1.5 cm



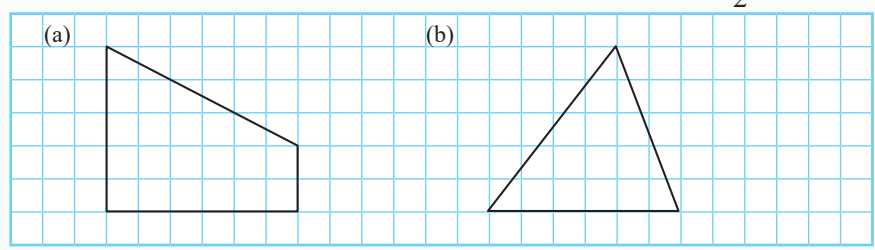
Penyelesaian:

Objek perlu dilukis pada grid berlainan saiz. Maka, bilangan unit bagi sisi objek adalah sama dengan bilangan unit sisi lukisan berskala.

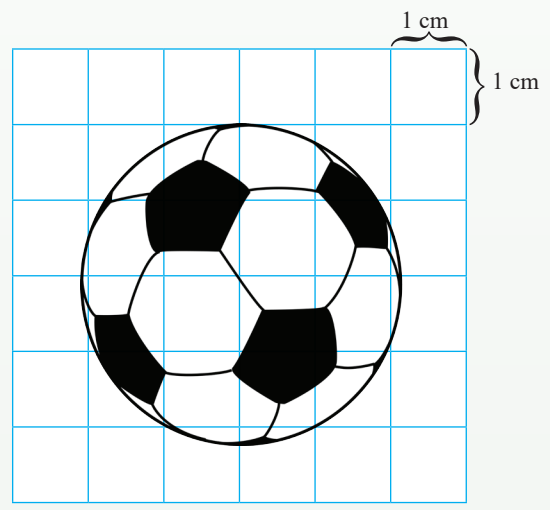
(a)



1. Lukiskan lukisan berskala untuk setiap objek berikut dengan skala $1 : \frac{1}{2}$ dan $1 : 3$.

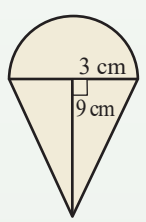


2. (a) Objek pada rajah di sebelah dilukis pada kertas grid $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$. Lukiskan semula bentuk objek itu pada kertas grid berukuran
- (i) $2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$
 - (ii) $0.5 \text{ cm} \times 0.5 \text{ cm}$
- (b) Hitung skala yang digunakan dalam 2 (a)(i) dan (ii).

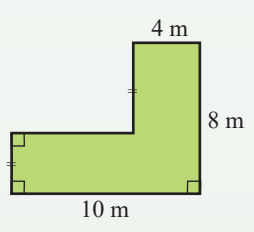


3. Lukiskan lukisan berskala bagi bentuk-bentuk berikut dengan menggunakan skala yang diberi.

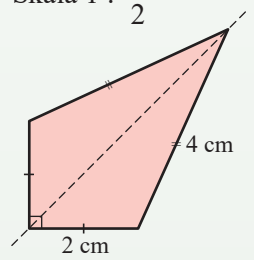
(a) Skala $1 : 3$



(b) Skala $1 : 200$

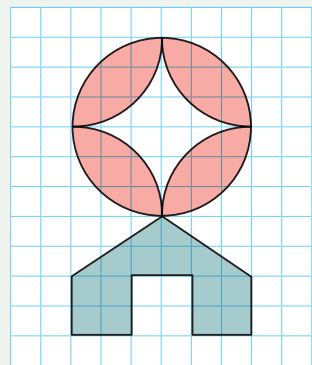


(c) Skala $1 : \frac{1}{2}$



4. Rajah di sebelah menunjukkan lukisan berskala bagi suatu gabungan bentuk yang dilukis pada grid segi empat sama dengan skala $1 : \frac{1}{2}$.

Lukiskan objek sebenar bagi bentuk tersebut.



 **Bagaimanakah anda menyelesaikan masalah yang melibatkan lukisan berskala?**

 **STANDARD PEMBELAJARAN**

Menyelesaikan masalah yang melibatkan lukisan berskala.

Contoh 14

Jarak di antara Bintulu dengan Miri di atas suatu peta ialah 4 cm.

- Jika skala yang digunakan untuk melukis peta itu ialah 1 cm : 50 km, hitung jarak sebenar, dalam km, di antara Bintulu dengan Miri.
- Jika peta dilukis semula dengan skala 1 : 2 000 000, hitung jarak di antara Bintulu dengan Miri di atas peta baru.
- Encik Dominic Lajawa bersama keluarganya ingin melawat bandar Miri. Jika beliau bercadang untuk memandu ke Miri dengan kelajuan 80 km j^{-1} , hitung masa yang diperlukan untuk perjalanan dari Bintulu ke Miri dalam jam dan minit.

TIP 

Jika skala lukisan berskala dan kehendak soalan dalam unit yang sama, misalnya km maka, skala tidak perlu ditukar kepada unit cm.

Penyelesaian:

Memahami masalah

- Jarak sebenar bagi jarak 4 cm yang dilukis dengan skala 1 cm : 50 km.
- Jarak pada lukisan berskala yang dilukis dengan skala 1 : 2 000 000.
- Tempoh masa dalam jam dan minit bagi perjalanan dari Bintulu ke Miri dengan kelajuan 80 km j^{-1} .

Merancang strategi

$$\text{Skala} = \frac{\text{Jarak pada lukisan}}{\text{Jarak sebenar}}$$

$$\text{Masa} = \frac{\text{Jarak}}{\text{Laju}}$$

Membuat kesimpulan

- Jarak sebenar di antara Bintulu dengan Miri ialah 200 km.
- Jarak di antara Bintulu dengan Miri pada peta dengan skala 1 : 2 000 000 ialah 10 cm.
- Tempoh masa yang diperlukan oleh Encik Dominic Lajawa untuk memandu dari Bintulu ke Miri dengan kelajuan 80 km j^{-1} ialah 2 jam dan 30 minit.

Melaksanakan strategi

$$(a) \text{ Skala} = \frac{\text{Jarak pada lukisan}}{\text{Jarak sebenar}}$$

$$\frac{1}{50 \text{ km}} = \frac{4 \text{ cm}}{\text{Jarak sebenar}}$$

$$\text{Jarak sebenar} = \frac{4 \text{ cm} (50 \text{ km})}{1 \text{ cm}}$$

$$\text{Jarak sebenar} = 200 \text{ km}$$

$$(b) \text{ Skala} = \frac{\text{Jarak pada lukisan}}{\text{Jarak sebenar}}$$

$$\frac{1}{2\,000\,000} = \frac{\text{Jarak pada lukisan}}{200 \text{ km}}$$

$$\text{Jarak pada lukisan} = \frac{(200 \times 100\,000) \text{ cm}}{(2\,000\,000) \text{ cm}}$$

$$\text{Jarak pada lukisan berskala} = 10 \text{ cm}$$

$$(c) \text{ Masa} = \frac{\text{Jarak}}{\text{Laju}}$$

$$= \frac{200 \text{ km}}{80 \text{ km j}^{-1}}$$

$$= 2.5 \text{ jam}$$

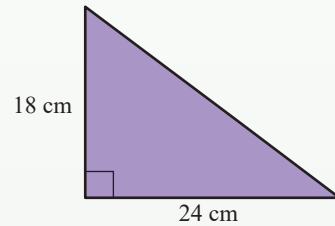
$$\text{Tempoh masa} = 2 \text{ jam } 30 \text{ minit}$$



IMBAS KEMBALI

$$\text{Laju} = \frac{\text{Jarak}}{\text{Masa}}$$

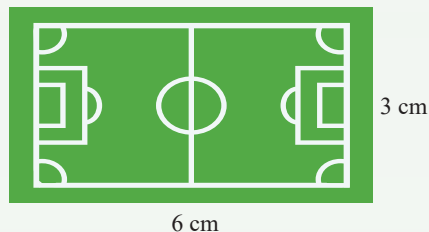
- Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak. Suatu lukisan berskala bagi segi tiga tersebut dilukis mengikut skala $1 : \frac{1}{3}$. Hitung luas, dalam cm^2 , bagi lukisan berskala itu.



- Rajah di sebelah menunjukkan sebuah bilik berbentuk segi empat tepat. Hitung perimeter, dalam cm, bagi lukisan berskala bilik tersebut yang dilukis dengan skala $1 : 50$.



- Ukuran sebuah bilik berbentuk segi empat tepat pada lukisan berskala ialah $7 \text{ cm} \times 5 \text{ m}$. Jika skala yang digunakan ialah $1 : 400$, hitung luas sebenar bilik tersebut dalam m^2 .
- Suatu poligon sekata dengan sudut peluaran 36° dilukis semula dengan menggunakan skala $1 : 5$. Jika panjang sebenar sisi poligon sekata itu ialah 10 cm , hitung perimeter lukisan berskala poligon sekata itu.
-



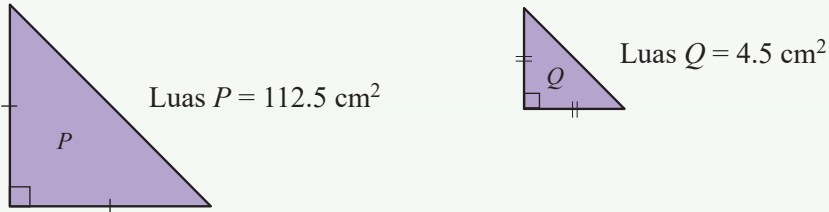
Rajah di atas menunjukkan lukisan berskala bagi sebuah padang yang berbentuk segi empat tepat.

- Jika skala yang digunakan ialah $1 : 2\,000$, hitung luas sebenar padang itu dalam meter persegi.
- Encik Dany memotong rumput di padang tersebut dengan kadar 400 meter persegi dalam masa 8 minit. Hitung tempoh masa, dalam jam dan minit, yang diperlukan oleh Encik Dany untuk memotong rumput keseluruhan padang tersebut.

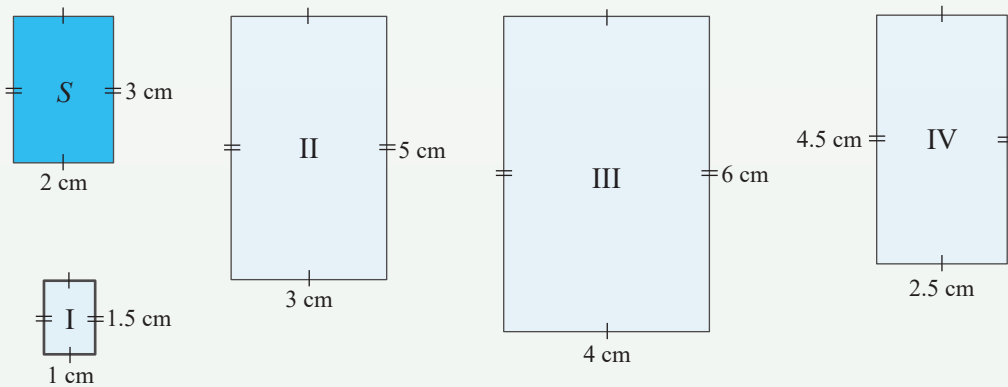
Cabaran Dinamis

Uji Diri

1. Rajah di bawah menunjukkan segi tiga P yang merupakan lukisan berskala bagi segi tiga Q dengan skala $1 : n$. Hitung nilai n .

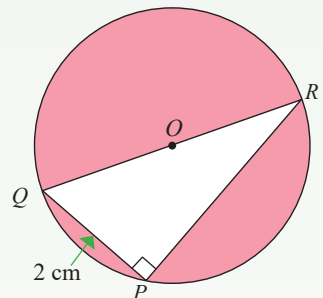


2. Rajah di bawah menunjukkan lima segi empat tepat.



- (a) Antara segi empat tepat I, II, III, dan IV, yang manakah merupakan lukisan berskala bagi segi empat tepat S di bawah skala tertentu?
- (b) Bagi setiap jawapan anda di (a), tentukan skala yang digunakan.
- (c) i. Hitung luas setiap segi empat tepat, dalam cm^2 , bagi jawapan anda di (a).
 ii. Tentukan nisbah luas S kepada luas setiap jawapan anda di (c) i.
 Apakah kesimpulan anda berkaitan nisbah yang diperoleh?

3. Rajah di sebelah menunjukkan suatu lukisan berskala bagi bulatan berpusat di O dan segi tiga PQR . Diberi bahawa diameter bulatan ialah 6 cm dan skala lukisan ialah $1 : 3$.



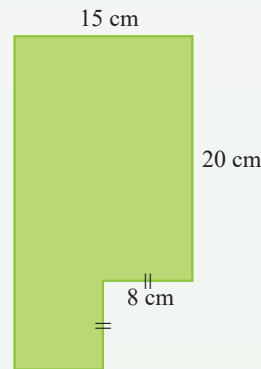
- (a) Hitung panjang sebenar PR dalam cm. Nyatakan jawapan anda betul kepada 3 angka bererti.
- (b) Dengan menggunakan jawapan anda di (a), hitung luas kawasan berlorek yang sebenar dalam cm^2 . Nyatakan jawapan betul kepada 4 angka bererti.

1.

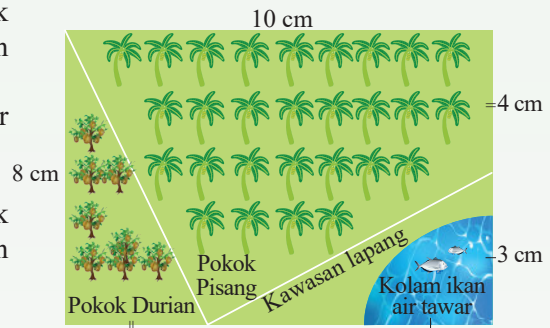


Jarak laluan penerbangan dari Kuching ke Kota Kinabalu di atas suatu peta ialah 5.4 cm. Diberi bahawa skala peta tersebut ialah 1 cm : 150 km. Jika sebuah pesawat tempatan berlepas dari Lapangan Terbang Antarabangsa Kuching pada jam 1240 dan tiba di Lapangan Terbang Antarabangsa Kota Kinabalu pada jam 1410, hitung laju purata pesawat tersebut dalam kmj^{-1} .

2. Rajah di sebelah menunjukkan lukisan berskala ruang tamu Puan Farah. Skala lukisan itu ialah 1 : 50. Puan Farah ingin memasang jubin pada keseluruhan ruang tamu tersebut. Beliau ingin menggunakan jubin dengan ukuran $30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$ yang berharga RM2.80 sekeping. Suami Puan Farah telah mencadangkan jubin $50 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$ yang berharga RM6 sekeping. Jubin manakah yang harus dipilih oleh Puan Farah jika beliau ingin berjimat? Nyatakan alasan untuk jawapan anda.



3. Rajah di sebelah menunjukkan lukisan berskala bagi kebun milik Pak Hassan yang berbentuk segi empat tepat. Diberi bahawa skala lukisan tersebut ialah 1 : 2 000.

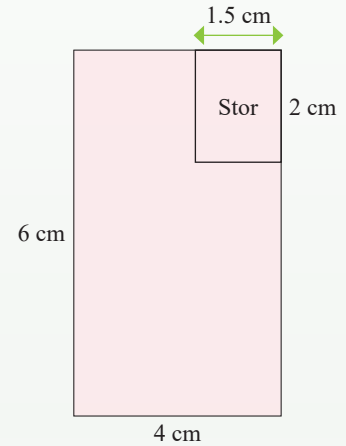


- Hitung luas sebenar kolam ikan air tawar dalam meter persegi terdekat. $\left[\pi = \frac{22}{7}\right]$.
- Nisbah luas kawasan penanaman pokok durian kepada luas kawasan penanaman pokok pisang.
- Hitung luas, dalam m^2 , kawasan lapang.
- Pak Hassan ingin memagar kebun beliau. Jika kos semeter pagar ialah RM5.50, hitung jumlah kos pembelian pagar, dalam RM.

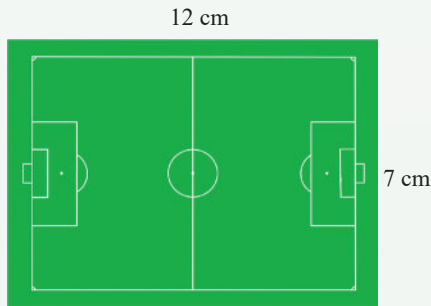
Masteri Kendiri

1. Rajah di sebelah menunjukkan lukisan berskala tapak sebuah rumah kedai yang dilukis dengan skala 1 : 400.

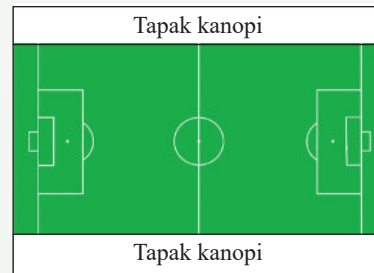
- (a) Hitung luas sebenar bilik stor, dalam m^2 .
- (b) Nyatakan nisbah luas rumah kedai kepada luas bilik stor.
- (c) Jika ketinggian sebenar rumah kedai ialah 3.75 m, hitung isi padu, dalam m^3 , bentuk tiga dimensi rumah kedai tersebut.



2.



Rajah 1



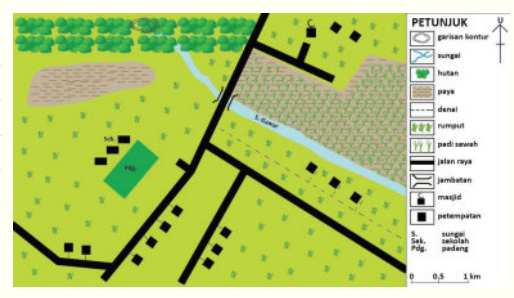
Rajah 2

Rajah 1 menunjukkan lukisan berskala sebuah padang bola sepak yang berbentuk segi empat tepat.

- (a) Jika lukisan berskala ini dilukis dengan skala 1 : 1 000, hitung luas sebenar dalam m^2 padang bola sepak tersebut.
- (b) Sharon ingin melukis semula lukisan berskala pada Rajah 1 dengan menggunakan sehelai kertas bersaiz A4. Apakah skala maksimum yang boleh dipilih oleh Sharon? Nyatakan alasan untuk jawapan anda.
- (c) Beberapa kanopi akan didirikan di atas padang bola sepak tersebut seperti pada Rajah 2 untuk suatu karnival.
 - i. Jika dimensi tapak sebuah khemah ialah $5\text{ m} \times 4\text{ m}$, hitung bilangan maksimum khemah yang boleh didirikan.
 - ii. Sewa sebuah khemah ialah RM100 sehari. Diskaun 25% akan diberikan jika khemah-khemah itu disewa untuk lima hari atau lebih. Hitung jumlah sewa, dalam RM, jika majlis itu berlangsung selama seminggu.

PROJEK

Lukiskan peta daerah yang anda tinggal dengan menggunakan skala yang sesuai. Anda boleh menyatakan kedudukan rumah anda, sekolah dan kawasan-kawasan menarik yang terdapat di daerah anda dengan menggunakan simbol atau ilustrasi yang sesuai. Pamerkan hasil projek anda di kelas.



PETA KONSEP

Lukisan Berskala

Lukisan Berskala ialah lukisan yang dilukis semula seperti objek asal mengikut skala tertentu

$$\text{Skala} = \frac{\text{Ukuran lukisan berskala}}{\text{Ukuran objek}}$$

Skala $1 : n$, atau $1 : \frac{1}{n}$
dengan keadaan $n = 1, 2, 3, \dots$

$n < 1$
Lukisan berskala lebih besar daripada objek
 $1 : \frac{1}{2}$

Objek	Lukisan

$n = 1$
Lukisan berskala sama saiz dengan objek
 $1 : 1$

Objek	Lukisan

$n > 1$
Lukisan berskala lebih kecil daripada objek
 $1 : 2$

Objek	Lukisan

IMBAS KENDIRI

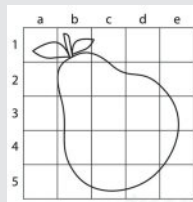
Pada akhir bab ini, saya dapat:



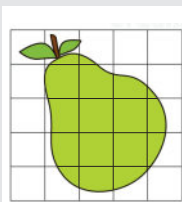
1.	Mengkaji dan menerangkan hubungan antara ukuran sebenar objek dan lukisan pelbagai saiz objek tersebut, dan seterusnya menerangkan maksud lukisan berskala.		
2.	Mentafsirkan skala suatu lukisan berskala.		
3.	Menentukan skala, ukuran objek atau ukuran lukisan berskala.		
4.	Melukis lukisan berskala bagi suatu objek dan sebaliknya.		
5.	Menyelesaikan masalah yang melibatkan lukisan berskala.		

 JELAJAH MATEMATIK

1. Muat turun kertas grid pelbagai saiz.
2. Lukiskan satu gambar kegemaran anda seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 1 atau Rajah 2 pada salah satu kertas grid yang dipilih.



Rajah 1



Rajah 2



Imbas QR Code atau layari <http://yakin-pelajar.com/Kertas%20Grid%20Bab%204/> untuk memuat turun kertas grid pelbagai saiz.

3. Lukiskan semula gambar tersebut di semua kertas grid yang berlainan saiz.
4. Adakah anda boleh melukis gambar kegemaran anda dengan mudah pada grid yang berlainan saiz? Bincangkan.
5. Pamerkan hasil anda di sudut matematik kelas anda.

BAB 5

Nisbah Trigonometri

Apakah yang akan anda pelajari?

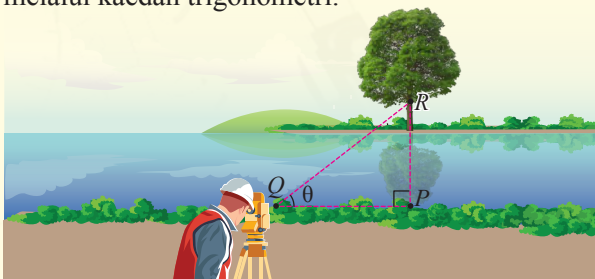
5.1 Sinus, Kosinus dan Tangen bagi Sudut Tirus dalam Segi Tiga Bersudut Tegak

Kenapa Belajar Bab Ini?

- Nisbah trigonometri membolehkan masalah berkaitan panjang, tinggi dan sudut dapat ditentukan dengan menggunakan segi tiga bersudut tegak.
- Konsep trigonometri digunakan dalam bidang pelayaran, penerbangan, kejuruteraan, astronomi, pembinaan dan sebagainya.

Sungai merupakan sumber utama air untuk kegunaan domestik kepada manusia.

Kelebaran sungai di kawasan tertentu dapat dihitung dengan menggunakan konsep trigonometri. Sudut dari kedudukan juru ukur ke pokok yang menjadi tanda rujukan pada titik R seperti pada rajah di bawah boleh diketahui dengan menggunakan tiodolit, alat mengukur sudut jarak jauh. Jika panjang PQ dan sudut PQR diketahui, maka kelebaran sungai, PR boleh dihitung dengan mudah melalui kaedah trigonometri.





Eksplorasi Zaman

Al-Battani atau Muhammad Ibn Jabir Ibn Sinan Abu Abdullah ialah bapa trigonometri. Beliau dilahirkan di Battan, Damsyik. Beliau merupakan putera Arab dan juga pemerintah Syria. Al-Battani diiktiraf sebagai ahli astronomi dan matematik Islam yang tersohor. Al-Battani mendapat pendidikan awal daripada bapanya sendiri Jabir Ibn San'an yang juga merupakan seorang saintis yang terkenal pada zamannya. Beliau berjaya meletakkan trigonometri pada tahap yang tinggi dan merupakan orang pertama yang menghasilkan jadual *cotangents*.



<http://yakin-pelajar.com/Eksplorasi%20Zaman/Bab%205/>

GERBANG KATA

- darjah
- hipotenus
- kosinus
- sinus
- tangen
- teorem Pythagoras
- *degree*
- *hypotenuse*
- *cosine*
- *sine*
- *tangent*
- *Pythagoras theorem*

🔗 **Bagaimanakah anda mengenal pasti sisi bertentangan, sisi bersebelahan dan hipotenus?**

STANDARD PEMBELAJARAN

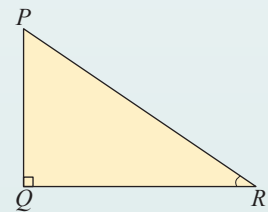
Mengenal pasti sisi bertentangan dan sisi bersebelahan berdasarkan suatu sudut tirus dalam segi tiga bersudut tegak.

Tahukah anda bagaimana ketinggian suatu objek yang sukar diukur seperti bangunan dan gunung dihitung?

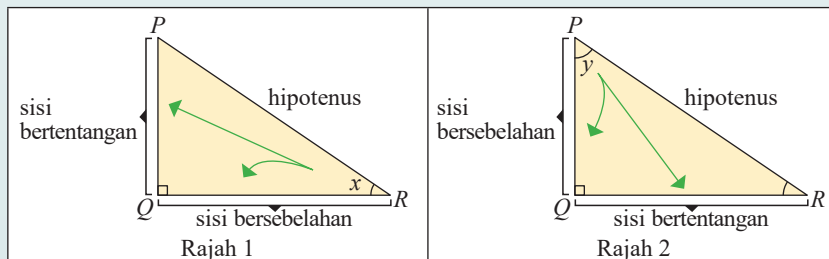
Misalnya dalam rajah di sebelah, jika jarak, s dan sudut dongak diketahui maka, ketinggian, t bangunan tersebut boleh dihitung dengan menggunakan konsep trigonometri.



Rajah di sebelah menunjukkan suatu segi tiga bersudut tegak PQR . Sebagaimana yang telah anda pelajari dalam bab Teorem Pythagoras di Tingkatan 1, sisi PR dikenali sebagai **hipotenus**, iaitu sisi terpanjang dalam segi tiga bersudut tegak PQR . Adakah dua sisi lain iaitu sisi PQ dan sisi QR juga mempunyai nama khas seperti sisi terpanjang, PR ?



Teliti Rajah 1 dan Rajah 2 di bawah.



Berdasarkan $\angle PRQ$ dalam Rajah 1, sisi QR dikenali sebagai **sisi bersebelahan** manakala sisi PQ dikenali sebagai **sisi bertentangan**.

Berdasarkan $\angle QPR$ dalam Rajah 2, sisi PQ ialah sisi bersebelahan dan sisi QR ialah sisi bertentangan.

Perhatikan juga dalam kedua-dua Rajah 1 dan Rajah 2 hipotenus PR adalah tetap kedudukannya iaitu bertentangan dengan sudut 90° .

Bagi suatu segi tiga bersudut tegak;

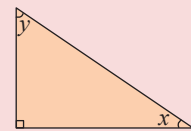
- hipotenus ialah sisi terpanjang yang bertentangan dengan sudut 90° .
- sisi bersebelahan dan sisi bertentangan berubah mengikut kedudukan sudut tirus yang dirujuk.

TIP

Sudut tirus
 $0^\circ < \theta < 90^\circ$

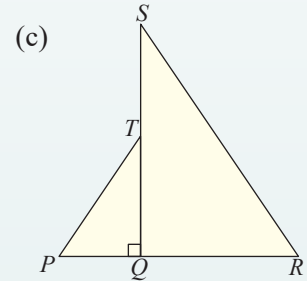
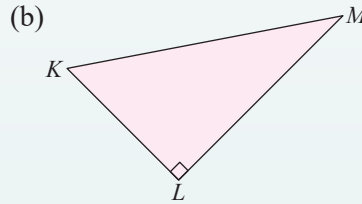
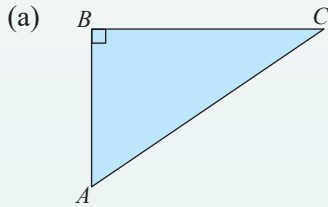
TIP

$x + y = 90^\circ$
 $\angle x$ dan $\angle y$ ialah sudut tirus



Contoh 1

Kenal pasti sisi bertentangan, sisi bersebelahan dan hipotenus berdasarkan sudut yang diberi dalam jadual di bawah untuk semua segi tiga bersudut tegak berikut.

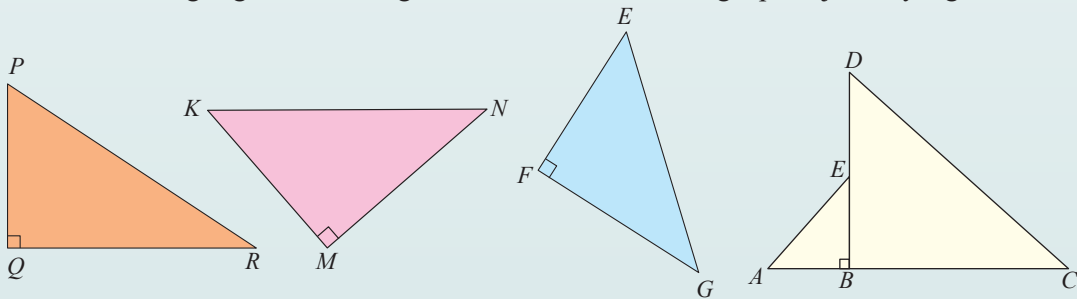


Penyelesaian:

Segi tiga	Sudut	Hipotenus	Sisi bertentangan	Sisi bersebelahan
$\triangle ABC$	$\angle BAC$	AC	BC	AB
	$\angle BCA$	AC	AB	BC
$\triangle KLM$	$\angle LKM$	KM	LM	KL
	$\angle LMK$	KM	KL	LM
$\triangle PQT$	$\angle TPQ$	PT	QT	PQ
$\triangle RQS$	$\angle QRS$	RS	QS	QR

UJI MINDA 5.1a

1. Berdasarkan segi tiga bersudut tegak di bawah, salin dan lengkapkan jadual yang diberi.



Segi tiga	Sudut	Hipotenus	Sisi bertentangan	Sisi bersebelahan
$\triangle PQR$	$\angle QPR$			
	$\angle PRQ$			
$\triangle KMN$	$\angle MNK$			
	$\angle MKN$			
$\triangle EFG$	$\angle FEG$			
	$\angle EGF$			
$\triangle ABE$	$\angle BAE$			
	$\angle AEB$			
$\triangle CBD$	$\angle BCD$			
	$\angle BDC$			

Apakah hubungan antara sudut tirus dengan nisbah sisi segi tiga bersudut tegak?

STANDARD PEMBELAJARAN

Membuat dan menentukan konjektur tentang hubungan antara sudut tirus dan nisbah sisi segi tiga bersudut tegak, dan seterusnya mentakrifkan sinus, kosinus dan tangen.

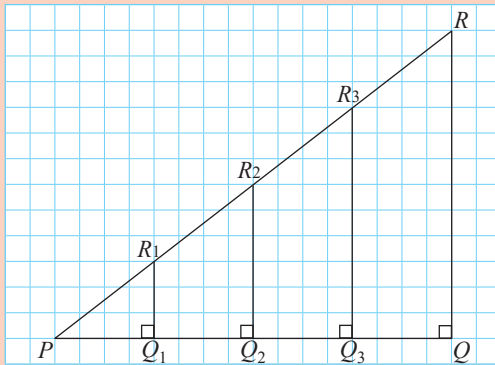
Cetusan Minda 1  Berkumpulan


Tujuan: Mengenal pasti hubungan antara sudut tirus dengan nisbah sisi segi tiga bersudut tegak.

Bahan: Kertas grid sama, pembaris dan pensel.

Langkah:

- Lukis segi tiga bersudut tegak PQR , dengan panjang PQ ialah 16 unit dan panjang QR ialah 12 unit.
- Lukiskan beberapa garis lurus yang selari dengan RQ . Labelkan sebagai $R_1 Q_1$, $R_2 Q_2$ dan $R_3 Q_3$ seperti pada rajah di bawah.



TIP  Guna Teorem Pythagoras untuk menentukan panjang PR_1 , PR_2 , PR_3 dan PR .

- Lengkapkan jadual di bawah dengan ukuran yang dikehendaki.

Sudut Tirus	Sisi bertentangan Hipotenus	Sisi bersebelahan Hipotenus	Sisi bertentangan Sisi bersebelahan
$\angle QPR$	$\frac{R_1 Q_1}{PR_1} = \frac{3}{5}$	$\frac{PQ_1}{PR_1} = \frac{4}{5}$	$\frac{R_1 Q_1}{PQ_1} = \frac{3}{4}$
	$\frac{R_2 Q_2}{PR_2} =$	$\frac{PQ_2}{PR_2} =$	$\frac{R_2 Q_2}{PQ_2} =$
	$\frac{R_3 Q_3}{PR_3} =$	$\frac{PQ_3}{PR_3} =$	$\frac{R_3 Q_3}{PQ_3} =$
	$\frac{RQ}{PR} =$	$\frac{PQ}{PR} =$	$\frac{RQ}{PQ} =$

Perbincangan:

- Apakah pola jawapan anda untuk nisbah panjang sisi bertentangan kepada hipotenus, nisbah panjang sisi bersebelahan kepada hipotenus dan nisbah panjang sisi bertentangan kepada panjang sisi bersebelahan?
- Apakah yang berlaku sekiranya saiz sudut diubah? Berikan justifikasi anda.

Hasil daripada Cetusan Minda 1, didapati bahawa;

- Bagi suatu sudut tirus yang ditetapkan dalam pelbagai saiz segi tiga bersudut tegak;
- (a) Nisbah panjang sisi bertentangan kepada hipotenus ialah suatu nilai pemalar.
 - (b) Nisbah panjang sisi bersebelahan kepada hipotenus ialah suatu nilai pemalar.
 - (c) Nisbah panjang sisi bertentangan kepada panjang sisi bersebelahan ialah suatu nilai pemalar.

Hubungan nisbah yang didapati daripada Cetusan minda 1 ialah nisbah trigonometri yang dikenali sebagai **sinus**, **kosinus** dan **tangen** iaitu:

$$\text{sinus} = \frac{\text{panjang sisi bertentangan}}{\text{hipotenus}}$$

$$\text{kosinus} = \frac{\text{panjang sisi bersebelahan}}{\text{hipotenus}}$$

$$\text{tangen} = \frac{\text{panjang sisi bertentangan}}{\text{panjang sisi bersebelahan}}$$

PERINGATAN

- ◆ sin = sinus
- ◆ kos = kosinus
- ◆ tan = tangen

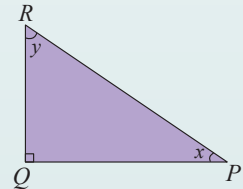
BULETIN

Trigonometri berasal dari bahasa Yunani iaitu, Trigonon = tiga sudut Metron = mengukur

Contoh 2

Lengkapkan jadual berdasarkan rajah di sebelah.

sin x	kos x	tan x	sin y	kos y	tan y

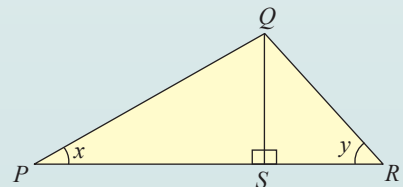
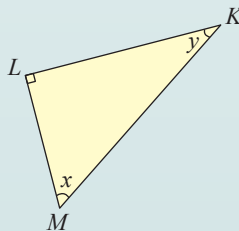
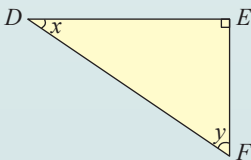


Penyelesaian:

sin x	kos x	tan x	sin y	kos y	tan y
$\frac{QR}{PR}$	$\frac{PQ}{PR}$	$\frac{QR}{PQ}$	$\frac{PQ}{PR}$	$\frac{QR}{PR}$	$\frac{PQ}{QR}$

UJI MINDA 5.1b

1. Lengkapkan jadual berdasarkan segi tiga bersudut tegak di bawah.



Segi tiga	sin x	kos x	tan x	sin y	kos y	tan y
$\triangle DEF$						
$\triangle KLM$						
$\triangle PQR$						

Apakah kesan perubahan saiz sudut terhadap nilai sinus, kosinus dan tangen?

Cetusan Minda 2 Berpasangan

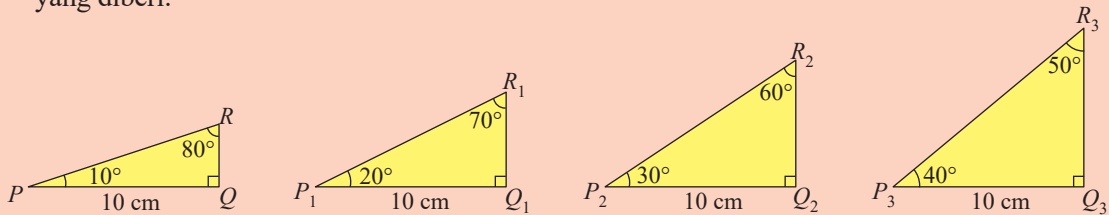
Membuat dan menentusahkan konjektur tentang kesan perubahan saiz sudut terhadap nilai sinus, kosinus dan tangen.

Tujuan: Mengenal pasti kesan perubahan saiz sudut terhadap nilai sinus, kosinus dan tangen.

Bahan: Kertas grid, pembaris, protractor dan pensel.

Langkah:

- Lukis empat segi tiga bersudut tegak seperti di bawah dengan panjang tapak ialah 10 cm.
- Pastikan ukuran sudut dan panjang semua segi tiga bersudut tegak adalah tepat seperti yang diberi.



- Lengkapkan jadual di bawah.

sin 10°	sin 20°	sin 30°	sin 40°	sin 50°	sin 60°	sin 70°	sin 80°
$\frac{RQ}{PR}$ $= \frac{1.8}{10.2}$ $= 0.1765$							$\frac{PQ}{PR}$ $= \frac{10}{10.2}$ $= 0.9804$

kos 10°	kos 20°	kos 30°	kos 40°	kos 50°	kos 60°	kos 70°	kos 80°
$\frac{PQ}{PR}$ $= \frac{10}{10.2}$ $= 0.9804$							$\frac{RQ}{PR}$ $= \frac{1.8}{10.2}$ $= 0.1765$

tan 10°	tan 20°	tan 30°	tan 40°	tan 50°	tan 60°	tan 70°	tan 80°
$\frac{RQ}{PQ}$ $= \frac{1.8}{10}$ $= 0.1800$							$\frac{PQ}{RQ}$ $= \frac{10}{1.8}$ $= 5.5556$

Perbincangan:

1. Berdasarkan jadual nilai bagi nisbah trigonometri yang telah anda lengkapkan, apakah kesimpulan yang anda boleh buat?
2. Apakah konjektur anda bagi
 - (a) nilai nisbah sinus yang menghampiri 0° dan 90° ?
 - (b) nilai nisbah kosinus yang menghampiri 0° dan 90° ?
 - (c) nilai nisbah tangen yang menghampiri 0° dan 90° ?

Hasil daripada Cetusan Minda 2, didapati bahawa;

Semakin besar saiz sudut tirus

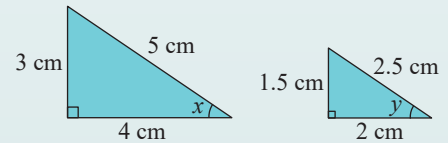
- (a) semakin **besar nilai sinus** dan nilainya **menghampiri 1**.
- (b) semakin **kecil nilai kosinus** dan nilainya **menghampiri sifar**.
- (c) semakin **besar nilai tangen**.

TIP

$\sin 0^\circ = 0$	$\sin 90^\circ = 1$
$\cos 0^\circ = 1$	$\cos 90^\circ = 0$
$\tan 0^\circ = 0$	$\tan 90^\circ = \infty$

Contoh 3

Rajah di sebelah menunjukkan dua segi tiga bersudut tegak. Tentukan sama ada semua nisbah trigonometri bagi sudut x dan sudut y bernilai sama atau tidak. Nyatakan alasan untuk jawapan anda.



Penyelesaian:

$$\sin x = \frac{3}{5}$$

$$\cos x = \frac{4}{5}$$

$$\tan x = \frac{3}{4}$$

$$\sin y = \frac{1.5}{2.5} = \frac{3}{5}$$

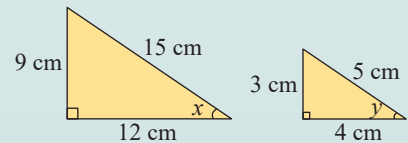
$$\cos y = \frac{2}{2.5} = \frac{4}{5}$$

$$\tan y = \frac{1.5}{2} = \frac{3}{4}$$

Nisbah trigonometri bagi sudut x dan sudut y adalah sama kerana panjang setiap sisi untuk kedua-dua rajah adalah berkadaran.

UJI MINDA 5.1c

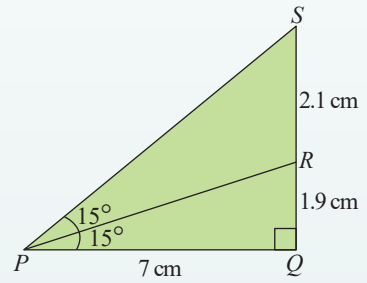
1. Rajah di sebelah menunjukkan dua segi tiga bersudut tegak. Tentukan sama ada semua nisbah trigonometri bagi sudut x dan sudut y bernilai sama atau tidak. Nyatakan alasan untuk jawapan anda.



2. Rajah di sebelah menunjukkan suatu segi tiga bersudut tegak.

- (a) Tentukan nisbah trigonometri bagi
 i. $\sin 15^\circ$ ii. $\cos 15^\circ$ iii. $\tan 15^\circ$
 iv. $\sin 30^\circ$ v. $\cos 30^\circ$ vi. $\tan 30^\circ$

(b) Adakah pertambahan nilai nisbah trigonometri bagi sudut 15° dan sudut 30° berkadaran dengan pertambahan nilai sudutnya?



Bagaimanakah anda menentukan nilai sinus, kosinus dan tangen suatu sudut tirus?

STANDARD PEMBELAJARAN
 Menentukan nilai sinus, kosinus dan tangen suatu sudut tirus.

Contoh / 4

Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak PQR . Hitung nilai

- (a) panjang PR (b) $\sin \angle PRQ$ (c) $\cos \angle PRQ$ (d) $\tan \angle QPR$

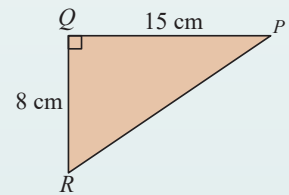
Penyelesaian:

- (a) panjang PR (b) $\sin \angle PRQ$ (c) $\cos \angle PRQ$ (d) $\tan \angle QPR$

$$PR = \sqrt{15^2 + 8^2} = \frac{15}{17} = \frac{8}{17} = \frac{8}{15}$$

$$= \sqrt{289}$$

$$= 17 \text{ cm}$$



IMBAS KEMBALI
 Teorem Pythagoras
 $c^2 = a^2 + b^2$
 $a^2 = c^2 - b^2$
 $b^2 = c^2 - a^2$

Contoh / 5

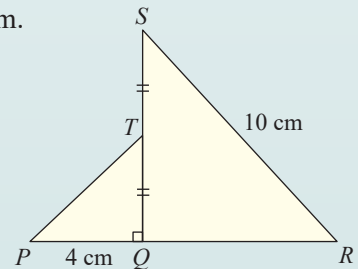
Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak PQT dan RQS . PQR ialah garis lurus. Diberi bahawa panjang SQ ialah 6 cm. Hitung nilai

- (a) panjang QR (b) panjang PT (c) $\sin \angle QRS$
 (d) $\cos \angle TPQ$ (e) $\tan \angle PTQ$ (f) $\tan \angle QSR$

Penyelesaian:

- (a) panjang QR (b) panjang PT (c) $\sin \angle QRS$
- $$QR = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$$
- $$PT = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$
- $$= \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

- (d) $\cos \angle TPQ = \frac{4}{5}$ (e) $\tan \angle PTQ = \frac{4}{3}$ (f) $\tan \angle QSR = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$



PERINGATAN
 Nilai nisbah harus diberi dalam sebutan terendah.

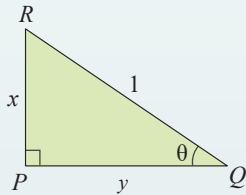
Apakah hubungan antara sinus, kosinus dan tangen?

Bagi suatu segi tiga bersudut tegak, anda ketahui bahawa;

$$\text{sinus} = \frac{\text{sisi bertentangan}}{\text{hipotenus}}, \quad \text{kosinus} = \frac{\text{sisi bersebelahan}}{\text{hipotenus}} \quad \text{dan} \quad \text{tangen} = \frac{\text{sisi bertentangan}}{\text{sisi bersebelahan}}$$

Tahukah anda ketiga-tiga nisbah trigonometri di atas berkaitan antara satu sama lain? Tangen ialah nisbah sinus kepada kosinus.

Teliti rajah di bawah.



Diketahui,

$$(a) \quad \sin \theta = \frac{x}{1} \\ x = \sin \theta$$

$$(b) \quad \cos \theta = \frac{y}{1} \\ y = \cos \theta$$

$$(c) \quad \tan \theta = \frac{x}{y}$$

Maka,

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

SUDUT DISKUSI

Jika θ ialah $\angle QRP$, adakah nisbah $\tan \theta$ masih $\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$? Bincangkan.

Contoh 6

Jika nilai $\sin \theta = 0.6$ dan $\cos \theta = 0.8$, hitung nilai $\tan \theta$.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ &= \frac{0.6}{0.8} \\ &= \frac{3}{4} \\ &= 0.75 \end{aligned}$$

Contoh 7

Jika nilai $\sin \theta = \frac{3}{8}$ dan nilai $\tan \theta = \frac{3}{\sqrt{55}}$, hitung nilai $\cos \theta$.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ \frac{3}{\sqrt{55}} &= \frac{\frac{3}{8}}{\cos \theta} \\ \cos \theta &= \frac{\frac{3}{8}}{\frac{3}{\sqrt{55}}} \\ \cos \theta &= \frac{\sqrt{55}}{8} \end{aligned}$$

KUIZ

$$\text{Jika } \tan \theta = \frac{1}{2},$$

nyatakan nilai $\sin \theta$ dan $\cos \theta$ yang mungkin.

BIJAK MINDA

Diberi $\sin \theta = x$.
Tentukan $\cos \theta$ dan $\tan \theta$ yang mungkin.

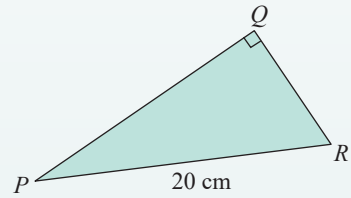
SUDUT DISKUSI

Jika $\tan \theta = 1$, apakah jenis segi tiga yang diwakili oleh sudut tersebut?

Contoh 8

Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak PQR .
 Diberi bahawa $PR = 20$ cm dan $\sin QPR = \frac{3}{5}$. Hitung

- (a) panjang QR
 (b) kos $\angle QPR$



Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{(a) } \sin \angle QPR &= \frac{3}{5} & \text{(b) } PQ &= \sqrt{20^2 - 12^2} \\ & & &= \sqrt{256} \\ & & &= 16 \text{ cm} \\ \frac{QR}{PR} &= \frac{3}{5} & \text{Maka, kos } \angle QPR &= \frac{PQ}{PR} \\ \frac{QR}{20} &= \frac{3}{5} & &= \frac{16}{20} \\ QR &= \frac{3(20)}{5} & &= \frac{4}{5} \\ QR &= 12 \text{ cm} & & \end{aligned}$$

BIJAK MINDA

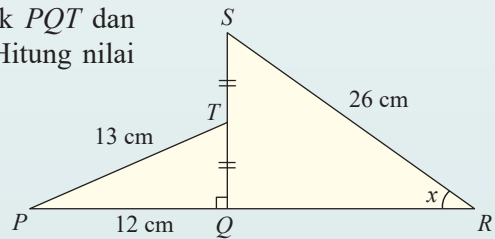
Diberi $\sin \theta = \frac{3}{5}$
 dan panjang hipotenus
 ialah 20 cm. Tentukan
 kos θ dan $\tan \theta$.

Contoh 9

Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak PQT dan RQS . Diberi bahawa PQR dan STQ ialah garis lurus. Hitung nilai kos x .

Penyelesaian:

$\cos x = \frac{RQ}{SR}$ → Tentukan nilai RQ terlebih dahulu



$$\begin{aligned} TQ &= \sqrt{13^2 - 12^2} & ; & \quad SQ = 2TQ & \quad ; & \quad RQ = \sqrt{26^2 - 10^2} \\ &= \sqrt{25} & & = 2(5) & & = \sqrt{576} \\ TQ &= 5 \text{ cm} & & SQ = 10 \text{ cm} & & = 24 \text{ cm} \end{aligned}$$

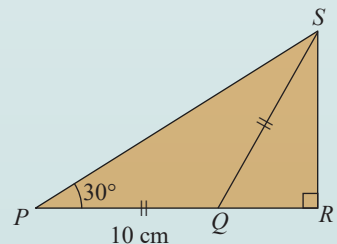
$$\begin{aligned} \text{Maka, kos } x &= \frac{RQ}{SR} \\ &= \frac{24}{26} \\ &= \frac{12}{13} \end{aligned}$$

SUDUT DISKUSI

Diberi hipotenus suatu
 segi tiga bersudut tegak
 ialah $\sqrt{8}$ cm. Tentukan
 $\tan \theta$ jika $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Contoh 10

Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak PRS . Diberi bahawa PQR ialah garis lurus dan $\cos 60^\circ = 0.5$. Hitung panjang PS . Nyatakan jawapan betul kepada dua tempat perpuluhan.



Memahami masalah

Menghitung panjang PS iaitu hipotenus bagi $\triangle PRS$.

Merancang strategi

- $PS = \sqrt{PR^2 + SR^2}$
- SR dan QR boleh dihitung jika $\angle SQR$ atau $\angle QSR$ diketahui.
- Mengenal pasti kedudukan kos 60° .

Membuat kesimpulan

$PS = 17.32$ cm (2 t.p.)

Melaksanakan strategi

• $\angle QSP = \angle QPS = 30^\circ$
maka, $\angle PQS = 180 - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$

• $\angle SQR = 180^\circ - \angle PQS$
 $\angle SQR = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

• Diberi bahawa kos $60^\circ = 0.5$

$$\text{Kos } 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\frac{QR}{10} = \frac{1}{2}$$

$$QR = \frac{10(1)}{2}$$

$$= 5 \text{ cm}$$

$$SR = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} \text{ cm}$$

Maka,

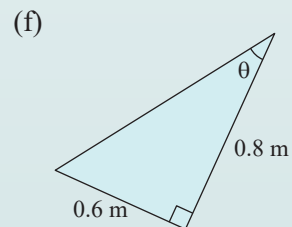
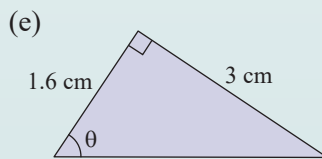
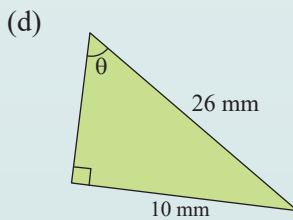
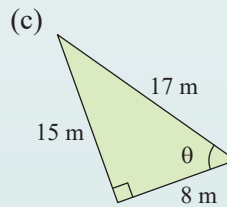
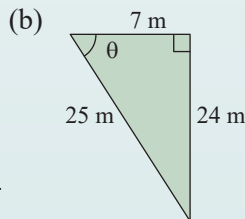
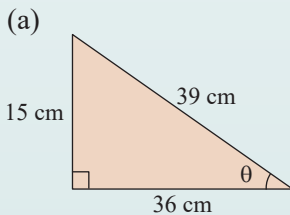
$$PS = \sqrt{SR^2 + PR^2}$$

$$PS = \sqrt{(\sqrt{75})^2 + 15^2}$$

$$PS = 17.32 \text{ cm}$$

UJI MINDA 5.1d

1. Hitung nilai sin θ , kos θ dan tan θ bagi setiap segi tiga bersudut tegak berikut.



2. Hitung nilai x tanpa melukis sebarang segi tiga bersudut tegak atau menggunakan teorem Pythagoras atau dengan menggunakan kalkulator.

(a) $\sin \theta = \frac{1}{2}$, $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan \theta = x$

(b) $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos \theta = x$, $\tan \theta = 1$

(c) $\sin \theta = x$, $\cos \theta = \frac{5}{8}$, $\tan \theta = \frac{\sqrt{39}}{5}$

(d) $\sin \theta = \frac{7}{9}$, $\cos \theta = x$, $\tan \theta = \frac{7}{4\sqrt{2}}$

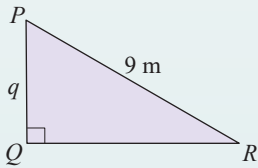
IMBAS KEMBALI

Trirangkap Pythagoras

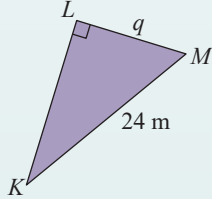
A	B	C
3	4	5
5	12	13
6	8	10
8	15	17
7	24	25
9	40	41

3. Tentukan panjang sisi q untuk setiap segi tiga bersudut tegak berikut.

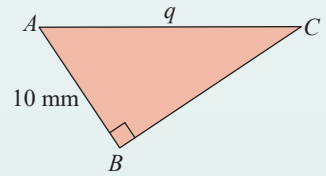
(a) $\sin \angle QRP = \frac{1}{3}$



(b) $\sin \angle LKM = \frac{7}{8}$

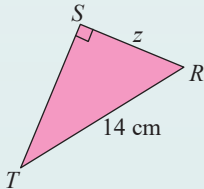


(c) $\sin \angle ACB = \frac{2}{5}$

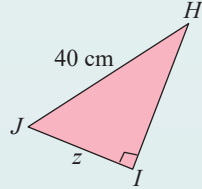


4. Tentukan panjang sisi z untuk setiap segi tiga bersudut tegak berikut.

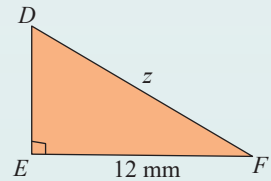
(a) $\cos \angle SRT = \frac{5}{7}$



(b) $\cos \angle HJI = \frac{3}{8}$

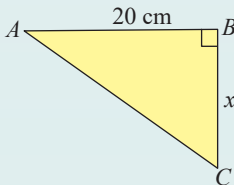


(c) $\cos \angle DFE = 0.4$

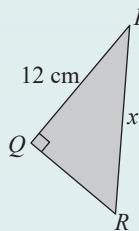


5. Hitung nilai x bagi setiap segi tiga bersudut tegak berikut.

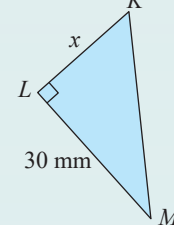
(a) $\tan \angle BAC = 0.9$



(b) $\tan \angle PRQ = \frac{3}{4}$

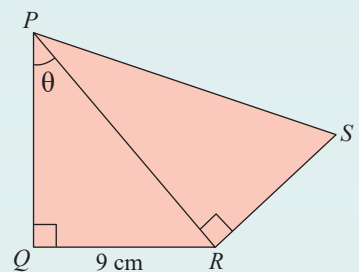


(c) $\tan \angle LKM = \frac{10}{3}$

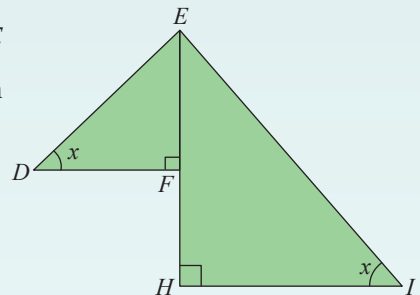


6. Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak PQR dan PRS . Diberi bahawa $\tan \theta = \frac{3}{4}$ dan $PS = \frac{5}{3} PR$.
Hitung panjang, dalam cm,

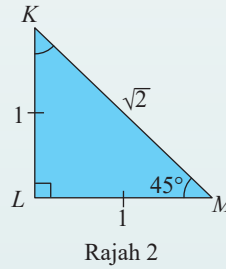
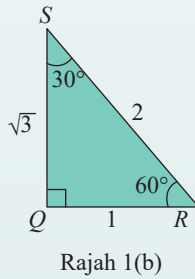
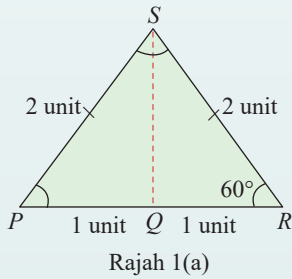
- (a) PR
- (b) RS



7. Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak DFE dan EHI . Jika $\tan x = \frac{5}{7}$, panjang $DF = 21$ cm dan nisbah panjang $EF : EH = 1 : 2$, tentukan panjang EI dalam cm.



Bagaimanakah anda menentukan nilai sinus, kosinus dan tangen sudut 30° , 45° dan 60° tanpa menggunakan kalkulator?



STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan nilai sinus, kosinus dan tangen sudut 30° , 45° dan 60° tanpa menggunakan kalkulator.

TIP

$$\begin{aligned} QS &= \sqrt{2^2 - 1^2} \\ QS &= \sqrt{3} \\ KM &= \sqrt{1^2 + 1^2} \\ KM &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

Rajah 1(b) di atas merupakan separuh daripada segi tiga sama sisi PRS dengan panjang sisi PQR ialah 2 unit. Rajah 2 menunjukkan segi tiga sama kaki KLM .

Jadual di bawah menunjukkan nilai-nilai bagi nisbah trigonometri bagi sudut 30° , 45° dan 60° yang boleh dihitung tanpa menggunakan kalkulator, berdasarkan Rajah 1(b) dan Rajah 2.

Nisbah \ Sudut	30°	60°	45°
$\sin \theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\cos \theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\tan \theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	1

BULETIN

Surd ialah nombor tak nisbah dalam bentuk punca kuasa seperti $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ dan $\sqrt{17}$. $\sqrt{3}$ dibaca sebagai surd tiga.

Contoh 11

Hitung nilai berikut tanpa menggunakan kalkulator.

- (a) $\sin 45^\circ + \cos 45^\circ$ (b) $3 \cos 30^\circ - 2 \sin 60^\circ$ (c) $2 \tan 45^\circ - 2 \cos 60^\circ$
 (d) $(2 \sin 60^\circ)(4 \cos 30^\circ) - 4 \tan 60^\circ$ (e) $(3 \tan 30^\circ)(4 \sin 60^\circ) + 4 \sin 45^\circ$

Penyelesaian:

(a) $\sin 45^\circ + \cos 45^\circ$ (b) $3 \cos 30^\circ - 2 \sin 60^\circ$ (c) $2 \tan 45^\circ - 2 \cos 60^\circ$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} & &= 3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) & &= 2(1) - 2\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{2}{\sqrt{2}} & &= \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{2\sqrt{3}}{2} & &= 2 - 1 \\ &= \sqrt{2} & &= \frac{\sqrt{3}}{2} & &= 1 \end{aligned}$$

(d) $(2 \sin 60^\circ)(4 \cos 30^\circ) - 4 \tan 60^\circ$ (e) $(3 \tan 30^\circ)(4 \sin 60^\circ) + 4 \sin 45^\circ$

$$\begin{aligned} &= 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(4)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 4\sqrt{3} & &= 3\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)(4)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 4\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \\ &= (\sqrt{3})(2)(\sqrt{3}) - 4\sqrt{3} & &= \frac{6}{1} + \frac{4}{\sqrt{2}} \\ &= 2(3) - 4\sqrt{3} & &= 6 + 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

TIP

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \times \sqrt{2} &= \sqrt{2 \times 2} \\ &= \sqrt{4} \\ &= 2 \end{aligned}$$

1. Tentukan nilai-nilai berikut tanpa menggunakan kalkulator.

- (a) $2 \cos 60^\circ + \tan 45^\circ$ (b) $3 \cos 60^\circ + 2 \tan 45^\circ$ (c) $2 \tan 45^\circ + \cos 60^\circ$
 (d) $3 \sin 30^\circ - 2 \cos 60^\circ$ (e) $2 \sin 30^\circ - 3 \cos 60^\circ$ (f) $4 \tan 45^\circ - 2 \cos 60^\circ$
 (g) $(2 \sin 60^\circ)(3 \cos 60^\circ) + 3 \tan 30^\circ$ (h) $(3 \tan 45^\circ)(4 \sin 60^\circ) - (2 \cos 30^\circ)(3 \sin 30^\circ)$
 (i) $4 \tan 45^\circ + (2 \sin 45^\circ)(6 \cos 45^\circ)$ (j) $(5 \tan 60^\circ)(2 \sin 60^\circ) - (3 \sin 45^\circ)(4 \cos 45^\circ)$

Apakah unit ukuran bagi sudut?

Sudut diukur dalam unit darjah ($^\circ$). Sudut juga boleh dinyatakan dalam unit darjah ($^\circ$), minit ($'$) dan saat ($''$) iaitu,

$$\begin{aligned} 1^\circ &= 60' \\ 1' &= 60'' \end{aligned}$$

Contoh 12

- (a) Tukarkan 30.2° kepada unit darjah dan minit. (b) Tukarkan nilai sudut $43^\circ 30'$ kepada darjah.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad 30.2^\circ &= 30^\circ + 0.2^\circ \\ &= 30^\circ + (0.2 \times 60)^\circ \\ &= 30^\circ + 12' \\ &= 30^\circ 12' \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \text{(b)} \quad 43^\circ 30' &= 43^\circ + 30' \\ &= 43^\circ + \left(\frac{30}{60}\right)^\circ \\ &= 43^\circ + 0.5^\circ \\ &= 43.5^\circ \end{aligned}$$

1. Tukarkan setiap sudut berikut dalam unit darjah dan minit.

- (a) 37.80° (b) 74.6° (c) 58.1° (d) 60.2°
 (e) 41.5° (f) 16.9° (g) 5.4° (h) 72.3°

2. Nyatakan setiap nilai sudut berikut dalam unit darjah.

- (a) $65^\circ 54'$ (b) $47^\circ 42'$ (c) $18^\circ 12'$ (d) $69^\circ 24'$
 (e) $70^\circ 6'$ (f) $36^\circ 36'$ (g) $35^\circ 30'$ (h) $20^\circ 18'$

Bagaimanakah anda menentukan nilai sinus, kosinus dan tangen?

Tahukah anda kalkulator saintifik boleh digunakan untuk menentukan nilai suatu sudut bagi nisbah trigonometri?

STANDARD PEMBELAJARAN
 Melakukan pengiraan yang melibatkan sinus, kosinus dan tangen.

Contoh 13

Gunakan kalkulator saintifik untuk menentukan nilai-nilai berikut kepada empat tempat perpuluhan.

- (a) $\sin 45^\circ 6'$ (b) $\cos 20.7^\circ$ (c) $\tan 64^\circ 12'$

Penyelesaian:

(a) $\sin 45^\circ 6' = 0.7083$



(b) $\cos 20.7^\circ = 0.9354$



(c) $\tan 64^\circ 12' = 2.0686$



BULETIN

Butang $^{\circ}'''$ hanya perlu ditekan apabila soalan diberikan dalam unit darjah dan minit.

UJI MINDA 5.1g

1. Gunakan kalkulator saintifik untuk menentukan nilai setiap berikut kepada empat tempat perpuluhan.

- (a) $\sin 44^\circ$ (b) $\cos 73.5^\circ$ (c) $\tan 69.5^\circ$ (d) $\sin 51^\circ 24'$ (e) $\cos 30^\circ 21'$ (f) $\tan 56^\circ 24'$

Bagaimanakah anda mengira saiz sudut dengan menggunakan nisbah trigonometri sinus, kosinus dan tangen?

Jika nilai nisbah trigonometri diberi, anda boleh menggunakan kalkulator saintifik untuk menentukan saiz sudut yang berkaitan.

Contoh 14

Gunakan kalkulator saintifik untuk mengira nilai-nilai x berikut.

- (a) $\sin x = 0.8377$ (b) $\cos x = 0.7021$ (c) $\tan x = 2.4876$

Penyelesaian:

(a) $\sin x = 0.8377$

$x = \sin^{-1} 0.8377$

$x = 56.9^\circ$ ← Jawapan dalam unit darjah.

$x = 56^\circ 54'$ ← Jawapan dalam unit darjah dan minit.

PERINGATAN

Jika unit saat bernilai $30''$ atau lebih, unit minit akan ditambah $1'$.



52.93'' menunjukkan nilai dalam unit saat. Ikuti langkah-langkah berikut untuk membundarkan jawapan kepada unit minit terdekat.

$$\begin{array}{r}
 56^\circ 53' 52.93'' \\
 +1' \quad \boxed{> 30} \\
 = 56^\circ 54'
 \end{array}$$

(b) $\cos x = 0.7021$
 $x = \cos^{-1} 0.7021$
 $x = 45.4^\circ$
 $x = 45^\circ 24'$



(c) $\tan x = 2.4876$
 $x = \tan^{-1} 2.4876$
 $x = 68.1^\circ$
 $x = 68^\circ 6'$



UJI MINDA 5.1h

1. Dengan menggunakan kalkulator saintifik, hitung nilai x berikut.

- | | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| (a) $\tan x = 0.2162$ | (b) $\cos x = 0.5878$ | (c) $\sin x = 0.4062$ | (d) $\sin x = 0.9121$ |
| (e) $\cos x = 0.9686$ | (f) $\tan x = 3.8027$ | (g) $\cos x = 0.5604$ | (h) $\sin x = 0.1521$ |
| (i) $\tan x = 0.7199$ | (j) $\sin x = 0.9792$ | (k) $\tan x = 1.0088$ | (l) $\cos x = 0.099$ |

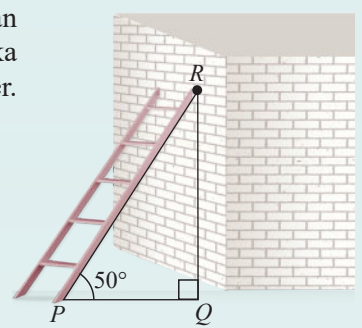
Bagaimanakah anda menyelesaikan masalah yang melibatkan sinus, kosinus dan tangen?

STANDARD PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan sinus, kosinus dan tangen.

Contoh 15

Gambar rajah di sebelah menunjukkan satu tangga yang disandarkan pada dinding. Ia membentuk suatu segi tiga bersudut tegak PQR . Jika tinggi QR ialah 2.5 m, hitungkan panjang tangga, PR dalam meter. (Nyatakan jawapan betul kepada dua tempat perpuuluhan).

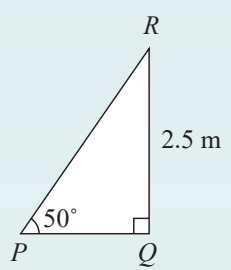


Penyelesaian:

$$\sin 50^\circ = \frac{QR}{PR}$$

$$\sin 50^\circ = \frac{2.5}{PR}$$

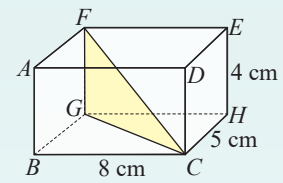
$$PR = \frac{2.5}{\sin 50^\circ}$$



$PR = 3.26 \text{ m (2 t.p.)}$

Contoh 16

Rajah di sebelah menunjukkan kuboid $ABCDEFGH$. Diberi bahawa $BC = 8 \text{ cm}$, $CH = 5 \text{ cm}$ dan tinggi $HE = 4 \text{ cm}$. Jika segi tiga bersudut tegak FGC dibentuk dalam kuboid, hitung nilai $\angle FCG$.



Memahami masalah

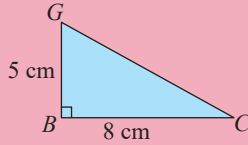
$\angle FCG$ boleh dihitung jika dua daripada mana-mana sisi CG , CF atau FG diketahui.

Merancang strategi

- $FG = EH$
- Panjang CG lebih mudah dihitung berbanding panjang CF .
- $\tan \angle FCG = \frac{FG}{CG}$

Melaksanakan strategi

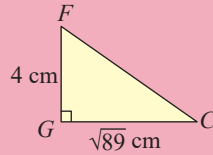
- $FG = EH$
Maka,
 $FG = 4$ cm



$$CG = \sqrt{BC^2 + BG^2}$$

$$= \sqrt{8^2 + 5^2}$$

$$CG = \sqrt{89}$$



$$\tan \angle FCG = \frac{4}{\sqrt{89}}$$

$$\angle FCG = \tan^{-1} \frac{4}{\sqrt{89}}$$

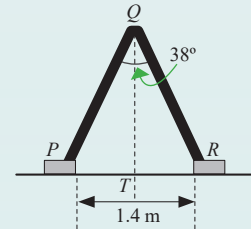
$$\angle FCG = 22.98^\circ$$

Membuat kesimpulan

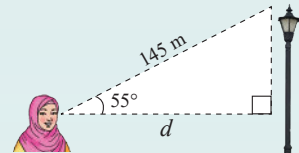
$\angle FCG = 22.98^\circ$
atau
 $\angle FCG = 22^\circ 59'$

UJI MINDA 5.1i

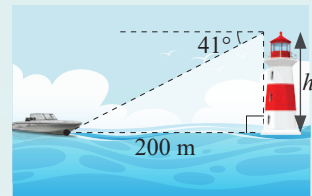
1. Sebuah tangga lipat yang diletakkan di atas lantai membentuk segi tiga sama kaki PQR seperti dalam rajah di sebelah. Diberi bahawa T ialah titik tengah PR , $\angle PQR = 38^\circ$ dan panjang $PR = 1.4$ m. Hitungkan panjang PQ , betul kepada dua tempat perpuluhan.



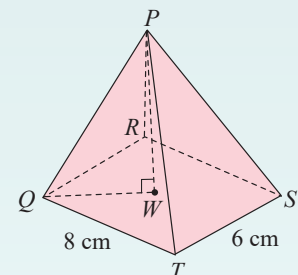
2. Rajah di sebelah menunjukkan Aisyah yang sedang memerhatikan sebatang tiang lampu. Diberi bahawa sudut dongak hujung tiang lampu dari penglihatan Aisyah ialah 55° dan jarak di antara mata Aisyah dengan hujung tiang lampu ialah 145 meter. Hitung jarak mengufuk, d dalam meter. Nyatakan jawapan betul kepada tiga angka bererti.



3. Rajah di sebelah menunjukkan kedudukan sebuah kapal dan rumah api. Diberi bahawa sudut tunduk kapal dari rumah api ialah 41° dan jarak mengufuk di antara rumah api dengan kapal ialah 200 m. Hitung tinggi rumah api, h dalam meter. Nyatakan jawapan betul kepada empat angka bererti.



4. Sebuah piramid tegak $PQRST$ mempunyai tapak segi empat tepat $QRST$. Diberi bahawa W ialah titik tengah QS dan RT . Panjang $QT = 8$ cm, $TS = 6$ cm dan titik P terletak tegak di atas titik W . Hitung

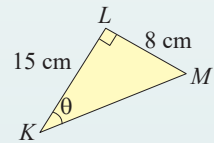


- (a) panjang PT , dalam cm, jika $PW = 12$ cm
- (b) nilai $\angle PTR$

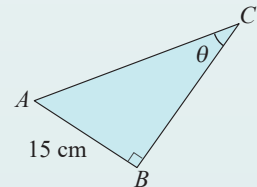


Uji Diri

1. Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak KLM . Hitung
 (a) θ dalam darjah dan minit. (b) $\sin(90^\circ - \theta)$ (c) $\cos(90^\circ - \theta)$

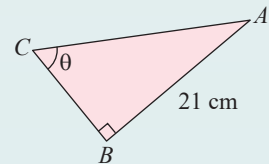


2. Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak ABC . Diberi bahawa $\tan \theta = \frac{5}{12}$. Hitung



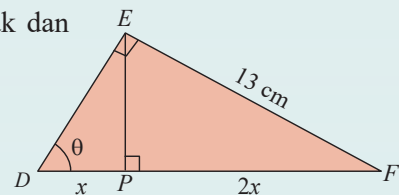
- (a) panjang AC , dalam cm
 (b) nilai $\tan(90^\circ - \theta)$
 (c) θ dalam darjah betul kepada tiga angka bererti

3. Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak ABC . Diberi bahawa $AB = 21$ cm dan $\sin \theta = \frac{7}{9}$. Hitung



- (a) panjang AC dalam cm
 (b) nilai $\angle BAC$. Nyatakan jawapan anda dalam darjah terdekat

4. Dalam rajah di sebelah, DEF ialah segi tiga bersudut tegak dan DPF ialah garis lurus. Diberi $PE = 5$ cm. Hitung nilai



- (a) x dalam cm
 (b) θ dalam darjah dan minit

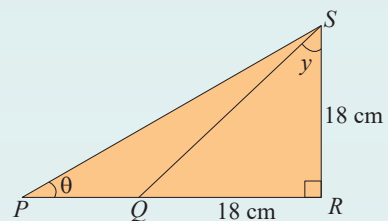
Mahir Diri

1. Hitung nilai operasi berikut tanpa menggunakan kalkulator.

- (a) $8 \sin 60^\circ - 3 \tan 60^\circ$ (b) $(\tan 30^\circ)(2 \cos 30^\circ) + 6 \sin 30^\circ$
 (c) $(8 \cos 45^\circ)(\sin 60^\circ) + (8 \sin 45^\circ)(\cos 30^\circ)$

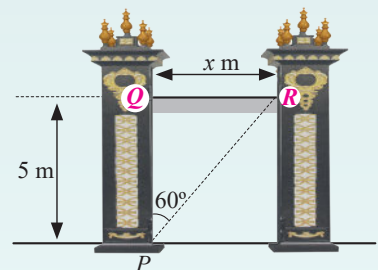
2. Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga bersudut tegak PRS .

PQR ialah garis lurus. Diberi bahawa $QR = RS = 18$ cm dan $\tan \theta = \frac{3}{5}$. Hitung



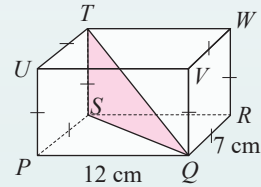
- (a) panjang PQ , dalam cm
 (b) panjang PS , dalam cm, betul kepada integer terdekat
 (c) nilai y

3. Sebuah pintu gerbang mempunyai dua tiang mercu yang dihubungkan dengan satu jambatan mengufuk dengan jarak x meter. Jika tinggi tegak jambatan dari permukaan tanah ialah 5 m dan sudut di antara tiang PQ dengan garis condong PR ialah 60° , tentukan nilai x , dalam meter.

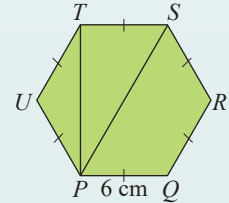


Masteri Kendiri

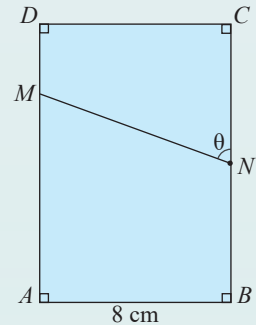
- Rajah di sebelah menunjukkan sebuah kuboid $PQRSTU$. $QRWV$ dan $PSTU$ ialah segi empat sama. Diberi bahawa $PQ = 12$ cm dan $QR = 7$ cm. Hitung
 - $\tan \angle PQS$
 - panjang TQ , dalam cm, betul kepada empat angka bererti
 - nilai $\angle SQT$, dalam darjah dan minit



- Rajah di sebelah menunjukkan sebuah heksagon sekata $PQRSTU$ bersisi 6 cm. Hitung
 - $\angle PTS$
 - $\angle TPS$
 - panjang TP , dalam cm, betul kepada tiga angka bererti
 - nisbah luas ΔPTU kepada luas ΔPTS



- Rajah di sebelah menunjukkan sebuah segi empat tepat $ABCD$. Diberi bahawa $AB = 8$ cm, $BC = 2 AB$ dan N ialah titik tengah BC .
 - Jika $MD = \frac{1}{4} AD$, hitungkan panjang MN , dalam cm. Nyatakan jawapan anda dalam bentuk surd
 - Hitung nilai θ , dalam darjah dan minit
 - Shahril menyatakan bahawa nisbah luas trapezium $CDMN$ kepada luas trapezium $ABNM$ ialah $1 : 2$. Adakah pernyataan Shahril benar? Nyatakan alasan untuk jawapan anda.

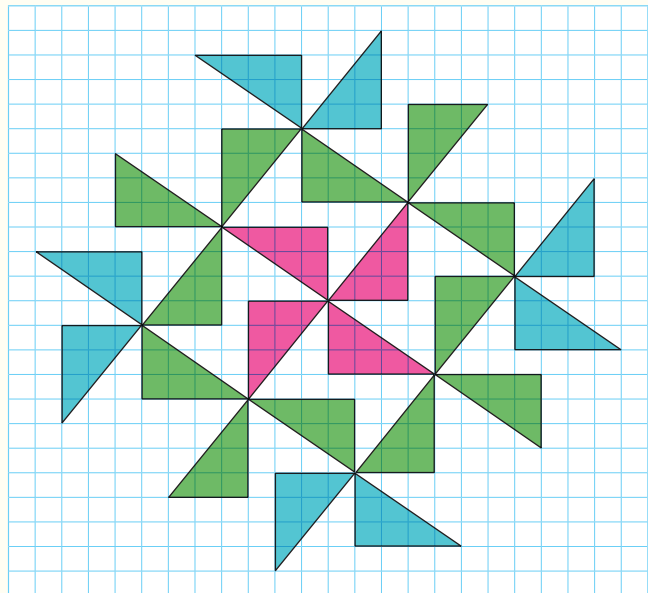


PROJEK

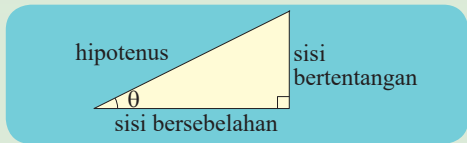
Bahan: Kertas grid 0.5 cm \times 0.5 cm, pensel, pembaris dan pensel warna.

Langkah:

- Mulakan dengan melukis suatu bentuk gabungan segi tiga bersudut tegak (warna merah jambu).
- Sambungkan setiap bucu gabungan asal dengan segi tiga bersudut tegak (warna hijau).
- Teruskan corak yang didapati pada langkah 2 sebanyak yang mungkin.
- Warnakan hasil kerja anda dan pameran di kelas.
- Kumpulan lain digalakkan untuk menggunakan segi tiga bersudut tegak yang berlainan saiz sebagai permulaan corak.



PETA KONSEP



Nisbah trigonometri

Nisbah sinus
 $\sin \theta = \frac{\text{sisi bertentangan}}{\text{hipotenus}}$

Nisbah kosinus
 $\cos \theta = \frac{\text{sisi bersebelahan}}{\text{hipotenus}}$

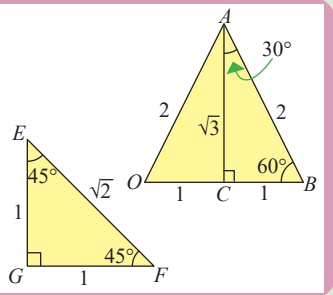
Nisbah tangen
 $\tan \theta = \frac{\text{sisi bertentangan}}{\text{sisi bersebelahan}}$

Apabila saiz bagi satu sudut tirus, θ bertambah

- nilai bagi **tan θ** dan **sin θ** bertambah
- nilai bagi **kos θ** berkurang

Menentukan nilai sudut bagi sinus, kosinus dan tangen

θ	Sudut khas		
	30°	45°	60°
tan θ	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
sin θ	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
kos θ	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$



θ°	0°	90°
sin θ	0	1
kos θ	1	0
tan θ	0	∞

IMBAS KENDIRI

Pada akhir bab ini, saya dapat:



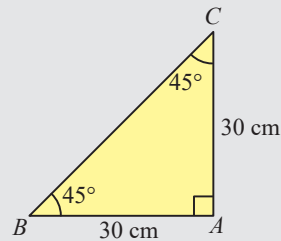
- | | | |
|---|--|--|
| 1. Mengenal pasti sisi bertentangan dan sisi bersebelahan berdasarkan suatu sudut tirus dalam segi tiga bersudut tegak. | | |
| 2. Membuat dan menentusahkan konjektur tentang hubungan antara sudut tirus dan nisbah sisi segi tiga bersudut tegak, dan seterusnya mentakrifkan sinus, kosinus dan tangen. | | |
| 3. Membuat dan menentusahkan konjektur tentang kesan perubahan saiz sudut terhadap nilai sinus, kosinus dan tangen. | | |
| 4. Menentukan nilai sinus, kosinus dan tangen suatu sudut tirus. | | |
| 5. Menentukan nilai sinus, kosinus dan tangen sudut 30°, 45° dan 60° tanpa menggunakan kalkulator. | | |
| 6. Melakukan pengiraan yang melibatkan sinus, kosinus dan tangen. | | |
| 7. Menyelesaikan masalah yang melibatkan sinus, kosinus dan tangen. | | |

JELAJAH MATEMATIK

Bagi mengukur ketinggian suatu tiang, kaedah seperti berikut boleh digunakan.

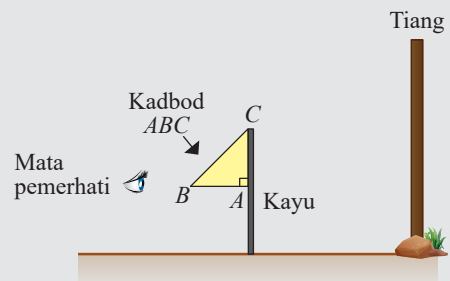
Langkah 1

Ambil suatu kadbod dan lukis segi tiga bersudut tegak ABC seperti rajah di sebelah dengan $AB = AC = 30$ cm.



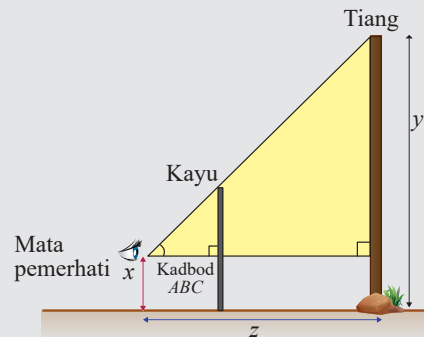
Langkah 2

$\angle ABC = \angle BCA = 45^\circ$. Potong segi tiga dan aturkan dengan sebatang rod kayu relatif kepada tiang yang akan diukur.



Langkah 3

Pastikan aras mata dari sisi sudut ABC selaras dengan puncak tiang seperti di sebelah. Gunakan kayu tersebut untuk memastikan kedudukan segi tiga ABC adalah tegak.



Langkah 4

Jika x mewakili ketinggian aras mata dari permukaan tanah, y mewakili ketinggian tiang serta z mewakili jarak di antara pemerhati dengan tiang maka,

$$\tan 45^\circ = \frac{y-x}{z}$$

$$y = z \tan 45^\circ + x$$

Tinggi tiang boleh diperolehi dengan mudah tanpa sebarang keperluan untuk mengukur tiang itu sendiri.

BAB 6

Sudut dan Tangen bagi Bulatan



Apakah yang akan anda pelajari?

- 6.1 Sudut pada Lilitan dan Sudut Pusat yang Dicangkum oleh Suatu Lengkok
- 6.2 Sisi Empat Kitaran
- 6.3 Tangen kepada Bulatan
- 6.4 Sudut dan Tangen bagi Bulatan

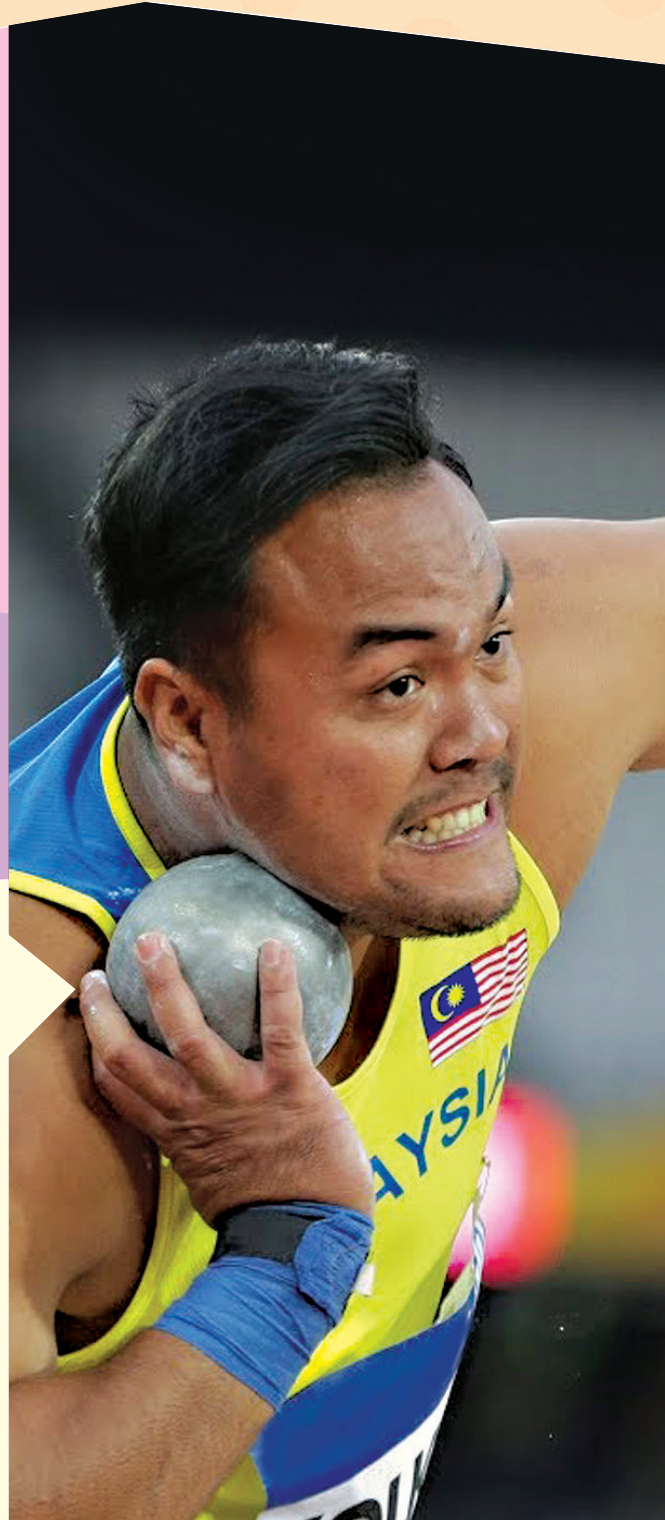
Kenapa Belajar Bab Ini?

- Bulatan merupakan suatu bentuk yang unik dan mempunyai ciri-ciri yang istimewa. Keunikan bentuk bulat membolehkan bulatan digunakan dalam pelbagai bidang.
- Konsep sudut dan tangen bagi bulatan digunakan dalam bidang perindustrian, pembinaan jalan raya, lukisan, astronomi, sukan dan sebagainya.

A cara lontar peluru merupakan satu acara olahraga. Kawasan melontar berbentuk bulatan dengan diameter 2.135 m. Bulatan tersebut dibahagi kepada dua bahagian atau dua semi bulatan dengan garisan putih setebal 50 mm. Dua garis lurus dilukis dari pusat bulatan yang bersudut 40° di antara satu sama lain untuk menentukan kawasan lontaran.

Muhammad Ziyad Zolkefli ialah seorang atlet paralimpik negara. Beliau meraih pingat emas acara lontar peluru T20 pada Kejohanan Olahraga Antarabangsa Fazza ke-10, Grand Prix (GP) olahraga Para Dunia di Dubai, Emiriah Arab Bersatu.

Pernahkah anda menyertai acara melontar peluru?



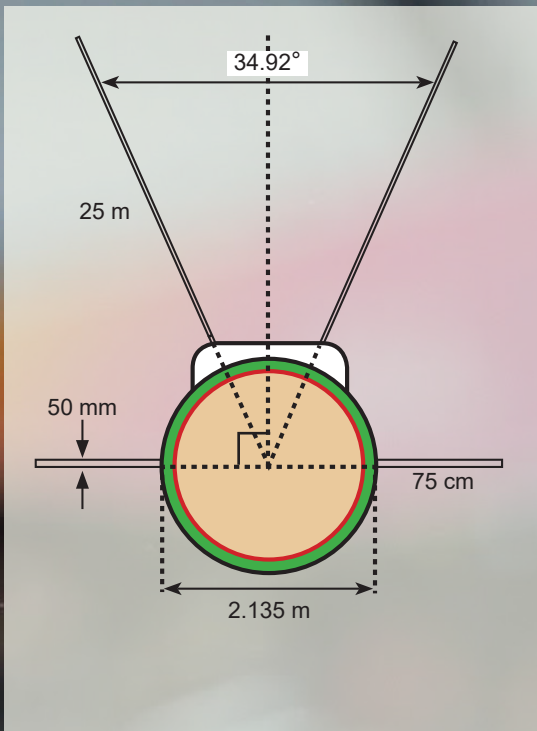


Eksplorasi Zaman

Thales dan Phythagoras merupakan antara ahli matematik Greek yang terkenal. Teorem Thales menyatakan bahawa apabila ketiga-tiga bucu suatu segi tiga menyentuh lilitan bulatan dan satu daripada sisi segi tiga itu ialah diameter, maka sudut pada lilitan yang dicangkumi oleh diameter ialah 90° . Teori ini berasal daripada pengaruh Mesir Purba, India dan Mesopotamia. Bulatan telah dikaji oleh ahli matematik purba kerana bentuk ini dianggap sebagai suatu bentuk yang lengkap.



<http://yakini-pelajar.com/Eksplorasi%20Zaman/Bab%206/>



GERBANG KATA

- diameter
- lengkok
- lilitan
- paksi simetri
- perentas
- semi bulatan
- simetri
- tangen
- tembereng selang-seli
- titik ketangenan
- *diameter*
- *arc*
- *circumference*
- *axis of symmetry*
- *chord*
- *semicircle*
- *symmetry*
- *tangent*
- *alternate segments*
- *point of tangency*

Sudut Pada Lilitan Dan Sudut Pusat Yang Dicangkum Oleh Suatu Lengkok

Apakah sudut-sudut pada lilitan suatu bulatan?

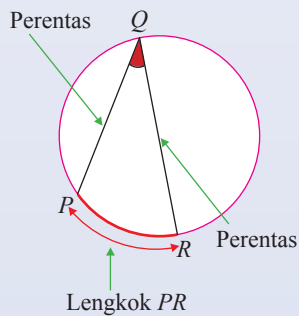
Bulatan merupakan suatu bentuk dua dimensi yang unik. Hal ini kerana bilangan sisi bulatan adalah tidak terhingga. Keistimewaan dan keunikan bentuk bulatan ini membolehkan objek yang berbentuk bulat seperti roda bergerak dengan mudah. Adakah anda pernah lihat roda kenderaan dalam bentuk lain?



Sudut-sudut yang terbentuk dalam bulatan juga mempunyai ciri-ciri tersendiri.

Rajah 1 menunjukkan dua perentas, PQ dan QR yang bertemu di titik Q pada lilitan bulatan.

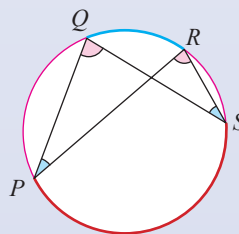
$\angle PQR$ ialah **sudut pada lilitan bulatan** yang **dicangkum** oleh lengkok PR .



Rajah 1

Dalam Rajah 2,

- $\angle PQS$ dan $\angle PRS$ ialah sudut-sudut pada lilitan bulatan yang dicangkum oleh **lengkok major** PS .
- $\angle QPR$ dan $\angle QSR$ ialah sudut-sudut pada lilitan bulatan yang dicangkum oleh **lengkok minor** RQ .



Rajah 2

STANDARD PEMBELAJARAN

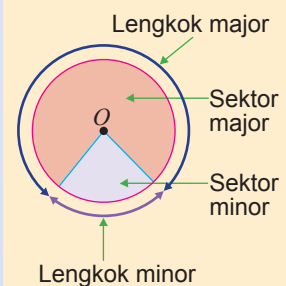
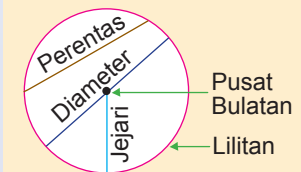
Membuat dan menentusahkan konjektur tentang hubungan antara sudut-sudut pada lilitan dengan sudut pusat yang dicangkum oleh lengkok tertentu, dan seterusnya menggunakan hubungan tersebut untuk menentukan nilai sudut dalam bulatan.

SUDUT DISKUSI

Cuba bandingkan roda di bawah. Bincang dalam kelas, roda basikal yang manakah akan membolehkan anda sampai ke destinasi anda dengan lebih cepat?



IMBAS KEMBALI



Adakah sudut-sudut pada lilitan bulatan yang dicangkum oleh lengkok yang sama adalah sama besar?

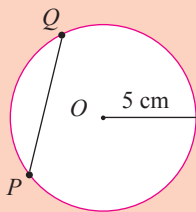
Cetusan Minda 1  Berkumpulan

Tujuan: Menentukan sudut-sudut pada lilitan yang dicangkum oleh lengkok yang sama adalah sama besar.

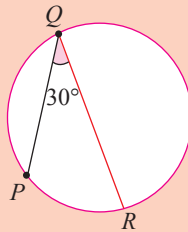
Bahan: Kertas A4, jangka lukis, protractor, pembaris, pensel

Langkah:

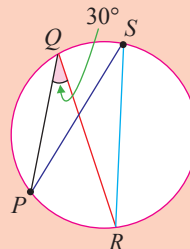
1. Lukis satu bulatan yang berjari 5 cm. Lukis satu perentas PQ (Rajah 1).
2. Lukis perentas QR yang membentuk 30° pada titik Q (Rajah 2). Kumpulan lain digalakkan untuk membentuk sudut tirus di antara 20° hingga 40° .
3. Tandakan titik S pada lilitan dan lukis perentas PS dan perentas RS (Rajah 3).
4. Ukur $\angle PSR$ dan catatkan pada jadual.
5. Ulangi langkah 3 dengan titik T dan perentas PT dan perentas RT (Rajah 4).
6. Ukur $\angle PTR$ dan catatkan pada jadual.



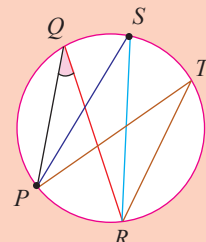
Rajah 1



Rajah 2



Rajah 3



Rajah 4

$\angle PQR$	$\angle PSR$	$\angle PTR$		
30°				

7. Anda boleh ulangi langkah 3 dengan titik-titik lain pada lengkok major PR . Ukur sudut yang terbentuk dan catatkan pada jadual.
8. Tampil hasil dapatan kumpulan anda di sudut matematik. Nyatakan pendapat anda berkaitan hasil dapatan kumpulan lain.

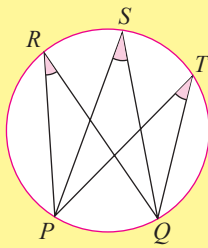
Perbincangan:

Apakah yang boleh anda nyatakan tentang sudut-sudut pada lilitan bulatan yang dicangkum oleh lengkok PR ?

Hasil daripada Cetusan Minda 1, didapati bahawa;

Sudut-sudut yang dicangkum oleh lengkok PR , iaitu $\angle PQR$, $\angle PSR$ dan $\angle PTR$ adalah sama.

Secara generalisasi,



Sudut-sudut pada suatu **lilitan bulatan** yang **dicangkum** oleh **lengkuk yang sama** adalah **sama besar**.

$$\angle PRQ = \angle PSQ = \angle PTQ$$

Anda juga boleh menggunakan perisian dinamik untuk menentusahkan ciri-ciri sudut pada lilitan bulatan yang dicangkum oleh lengkuk yang sama.

Cetusan Minda 2



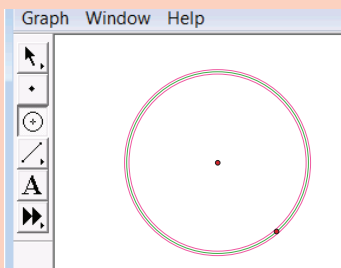
Berpasangan

Tujuan: Menentusahkan sudut-sudut pada lilitan yang dicangkum oleh lengkuk yang sama adalah sama besar.

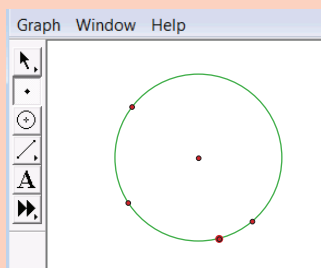
Bahan: Perisian dinamik

Langkah:

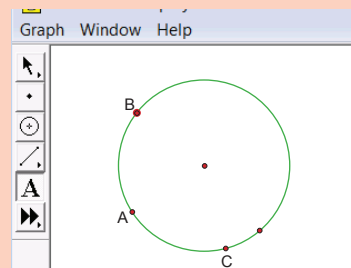
1. Mulakan dengan *New Sketch* dan klik pada *Compass Tool* untuk melukis satu bulatan (Rajah 1).
2. Klik pada *Point Tool* dan tandakan tiga titik (Rajah 2).
3. Klik pada *Text Tool* dan labelkan tiga titik yang ditanda pada langkah 2 (Rajah 3).



Rajah 1

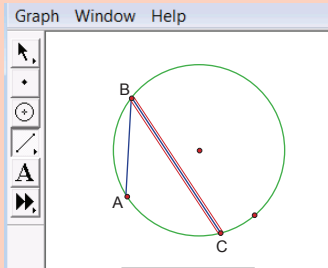


Rajah 2

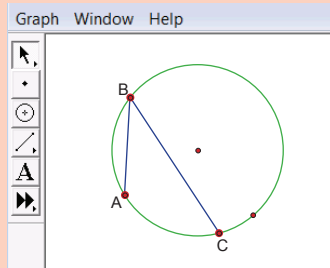


Rajah 3

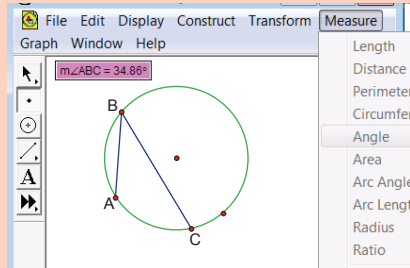
4. Klik pada *Straightedge Tool* dan lukis dua garis lurus yang menyambungkan titik *A* dan titik *B* serta titik *B* dan titik *C* (Rajah 4).
5. Klik pada *Selection Arrow Tool* dan klik pada titik-titik *A*, *B* dan *C* (Rajah 5).
6. Klik *Measure* dan pilih *Angle*. Klik dan nilai $\angle ABC$ akan dipaparkan (Rajah 6).



Rajah 4

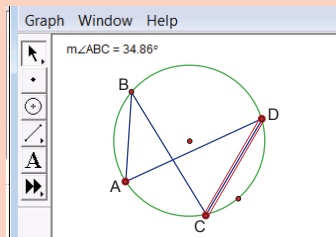


Rajah 5

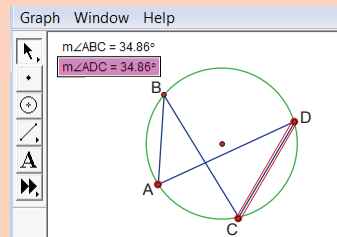


Rajah 6

7. Ulangi langkah 2 hingga 4 untuk tanda titik D dan langkah 5 untuk memilih titik-titik A , D dan C (Rajah 7).
8. Ulangi langkah 6. Nilai $\angle ADC$ akan dipaparkan (Rajah 8). Perhatikan nilai $\angle ABC$ dan $\angle ADC$ adalah sama.
9. Anda boleh cuba dengan titik lain yang diletakkan pada lengkok major AC untuk menentukan nilai sudut pada lilitan bulatan.



Rajah 7



Rajah 8

Perbincangan:

Apakah yang boleh dirumuskan daripada pemerhatian anda dalam aktiviti di atas?

Hasil daripada Cetusan Minda 2, didapati bahawa;

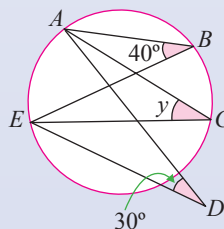
Sudut-sudut pada lilitan bulatan yang dicangkum oleh lengkok yang sama adalah sama besar.

Contoh 1

Berdasarkan rajah di sebelah, hitung nilai y .

Penyelesaian:

$y = \angle ABE = 40^\circ$



BULETIN

$y = \angle ABE = 40^\circ$.
 $\angle ADE \neq 40^\circ$ kerana $\angle ADE$ bukan sudut pada lilitan bulatan yang dicangkum oleh lengkok AE .

Adakah sudut-sudut pada lilitan bulatan yang dicangkum oleh lengkok yang sama panjang adalah sama besar dan adakah sudut-sudut pada lilitan bulatan berkadaran dengan panjang lengkok yang dicangkum?

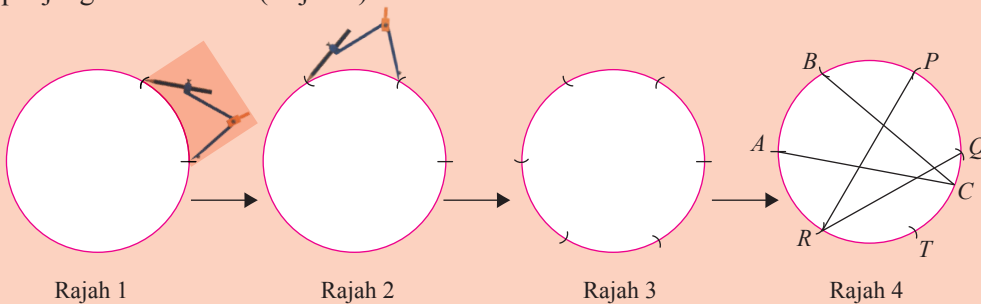
Cetusan Minda 3  Berkumpulan

- Tujuan:**
1. Menentusahkan sudut-sudut pada lilitan bulatan yang dicangkum oleh lengkok sama panjang adalah sama besar.
 2. Sudut-sudut pada lilitan bulatan adalah berkadaran dengan panjang lengkok yang dicangkum.

Bahan: Jangka lukis, protractor, pensel, pembaris dan kertas A4.

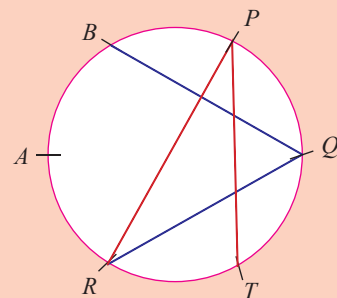
Langkah:

1. Lukis satu bulatan dengan jejari 5 cm. Tanpa mengubah bukaan jangka lukis, bahagikan lilitan bulatan kepada enam bahagian (Rajah 1 – Rajah 3).
2. Lukiskan dua sudut pada lilitan yang dicangkum oleh dua bahagian berlainan yang sama panjang dan labelkan (Rajah 4).



3. Ukur $\angle BCA$ dan $\angle PRQ$. Catatkan dalam jadual.
4. Ulangi langkah 1. Lukiskan perentas dengan panjang lengkok yang berlainan (Rajah 5). Ukur $\angle RPT$ dan $\angle BQR$. Catatkan dalam jadual.

Lengkok		Lengkok	
BA	PQ	RT	$BR = 2RT$
$\angle BCA$	$\angle PRQ$	$\angle RPT$	$\angle BQR$



Rajah 5

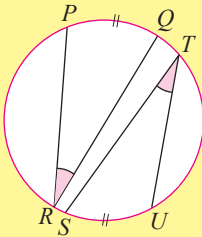
Perbincangan:

1. Apakah kesimpulan anda berkaitan sudut-sudut pada lilitan bulatan yang dicangkum oleh lengkok yang sama panjang?
2. Apakah kesimpulan anda berkaitan kesan perubahan panjang lengkok kepada sudut-sudut yang dicangkum pada lilitan bulatan?

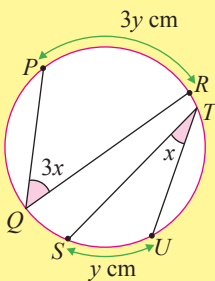
Daripada Cetusan Minda 3, didapati bahawa;

- (a) $\angle BCA = \angle PRQ$ [Panjang lengkok $AB =$ Panjang lengkok PQ].
- (b) $\angle BQR = 2 \times \angle RPT$ [Panjang lengkok $BR = 2 \times$ Panjang lengkok RT].

Secara generalisasi,



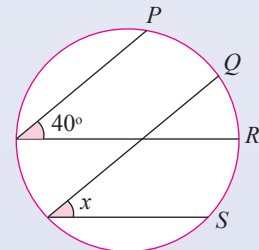
Sudut-sudut pada **lilitan bulatan** yang dicangkum oleh **lengkok** yang **sama panjang** adalah **sama saiz**. Jika panjang lengkok $PQ =$ panjang lengkok SU maka, $\angle PRQ = \angle STU$.



Saiz sudut pada **lilitan bulatan** yang dicangkum oleh suatu lengkok adalah **berkadaran** dengan **panjang lengkok** tersebut.

Contoh 2

Rajah di sebelah menunjukkan bulatan dengan panjang lengkok $PR = QS$. Tentukan nilai x . Berikan alasan untuk jawapan anda.



Penyelesaian:

$x = 40^\circ$ kerana $\angle x$ dan $\angle 40^\circ$ berada pada lilitan bulatan dan panjang lengkok $PR = QS$.

Contoh 3

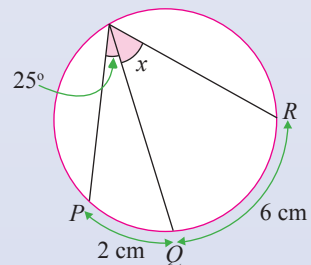
Berdasarkan rajah di sebelah, tentukan nilai x .

Penyelesaian:

$$\frac{x}{25^\circ} = \frac{6 \text{ cm}}{2 \text{ cm}}$$

$$x = 3(25^\circ)$$

$$x = 75^\circ$$



Contoh 4

Diberi panjang lengkok minor PS ialah dua kali panjang lengkok QR . Tentukan nilai x .

Penyelesaian:

$$\angle PTS = 180^\circ - 2(48^\circ)$$

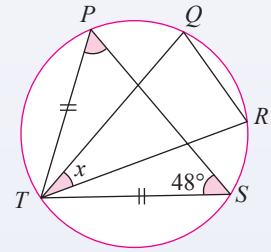
$$\angle PTS = 84^\circ$$

$$\text{Maka, } x = \frac{84^\circ}{2}$$

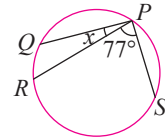
$$x = 42^\circ$$

Jumlah sudut pedalaman suatu segi tiga ialah 180° .

$$QR = \frac{PS}{2}$$



KUIZ

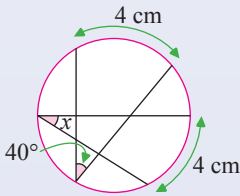


Jika panjang lengkok $RS = \frac{7}{2}QR$, tentukan nilai x .

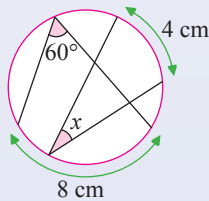
UJI MINDA 6.1b

1. Berdasarkan rajah-rajah di bawah, hitung nilai x .

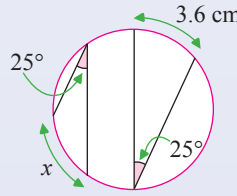
(a)



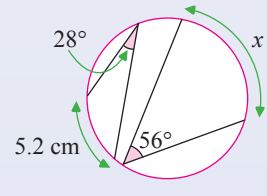
(b)



(c)



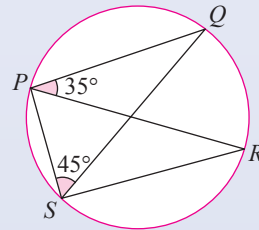
(d)



2. Rajah di sebelah menunjukkan suatu bulatan. Diberi bahawa panjang lengkok $RS = 2QR$, $\angle QPR = 35^\circ$ dan $\angle PSQ = 45^\circ$. Tentukan nilai

(a) $\angle SPR$

(b) $\angle SRP$

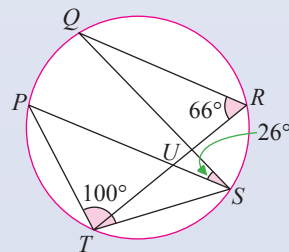


3. Dalam rajah di sebelah lengkok $QPT = 3RS$. Diberi bahawa $\angle QRT = 66^\circ$, $\angle QST = 26^\circ$ dan $\angle PTS = 100^\circ$. Tentukan nilai

(a) $\angle RQS$

(b) $\angle TUS$

(c) $\angle TPS$



Apakah hubungan antara sudut pada pusat bulatan dengan sudut pada lilitan yang dicangkum oleh suatu lengkok?

Cetusan Minda 4



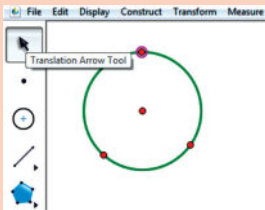
Berpasangan

Tujuan: Menentukan hubungan antara sudut pada pusat bulatan dengan sudut pada lilitan bulatan yang dicangkum oleh suatu lengkok.

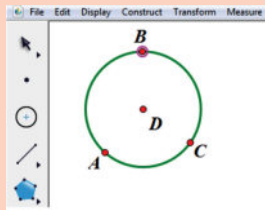
Bahan: Perisian dinamik

Langkah:

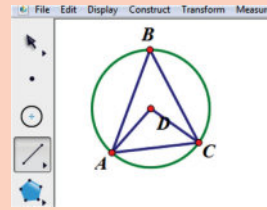
- Mulakan dengan *New Sketch* dan klik pada *Compass Tool* untuk melukis suatu bulatan.
- Gunakan *Point Tool* untuk meletakkan tiga titik di sekitar lilitannya (Rajah 1).
- Gunakan *Text Tool* untuk melabelkan semua titik pada bulatan tersebut dengan A , B , C dan di pusat sebagai D (Rajah 2).
- Gunakan *Straightedge Tool* untuk membina garis dari satu titik ke titik lain (Rajah 3).



Rajah 1

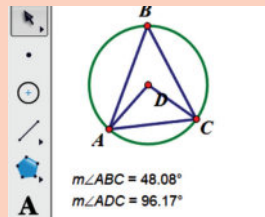


Rajah 2

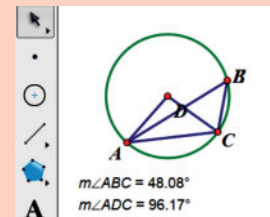


Rajah 3

- Gunakan *Selection Arrow Tool* untuk memilih titik A , B , dan C .
- Klik pada menu *Measure* dan pilih *Angle*. Nilai $\angle ABC$ akan dipaparkan.
- Ulangi langkah 5 dan 6 untuk mendapatkan $\angle ADC$. Nilai $\angle ADC$ akan dipaparkan (Rajah 4).



Rajah 4



Rajah 5

- Apakah hubungan antara $\angle ABC$ dengan $\angle ADC$?
- Klik pada titik B dan gerakkannya di sepanjang lilitan bulatan itu seperti pada Rajah 5. Adakah nilai $\angle ABC$ masih sama seperti yang diperoleh pada langkah 6?

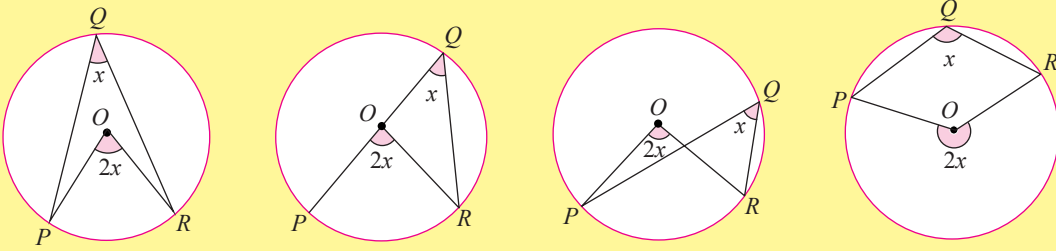
Perbincangan:

Apakah kesimpulan anda berkaitan hubungan antara sudut pada pusat bulatan dengan sudut pada lilitan bulatan yang dicangkum oleh lengkok yang sama?

Daripada Cetusan Minda 4, didapati bahawa;

- (a) $\angle ADC = 2 \times \angle ABC$
- (b) Nilai $\angle ABC$ tetap walaupun titik B digerakkan sepanjang lilitan bulatan.

Secara generalisasi,

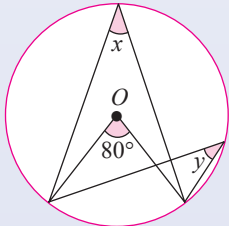


Saiz sudut pada pusat bulatan yang dicangkum oleh suatu lengkok yang sama ialah dua kali ganda saiz sudut pada lilitan bulatan.

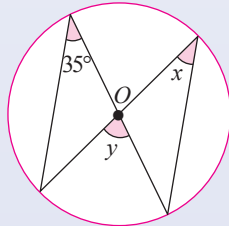
Contoh 5

Tentukan nilai x dan nilai y bagi setiap yang berikut.

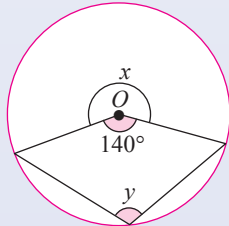
(a)



(b)



(c)



Penyelesaian:

(a) $x = \frac{1}{2}(80^\circ)$
 $x = 40^\circ$
 $y = 40^\circ$

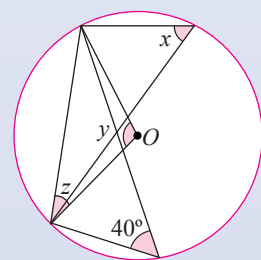
(b) $x = 35^\circ$
 $y = 2(35^\circ)$
 $y = 70^\circ$

(c) $x = 360^\circ - 140^\circ$
 $x = 220^\circ$
 $y = \frac{1}{2}(220^\circ)$
 $y = 110^\circ$

UJI MINDA 6.1c

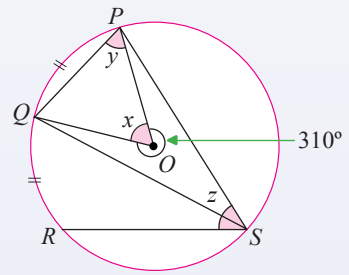
1. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . Tentukan nilai

- (a) x
- (b) y
- (c) z



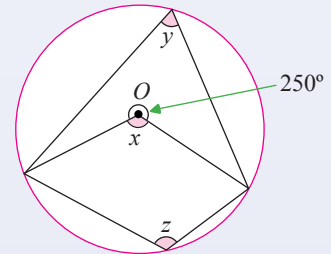
2. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . Diberi bahawa panjang lengkok $PQ = QR$ dan sudut major $POQ = 310^\circ$. Hitung nilai

- (a) x
 (b) y
 (c) z



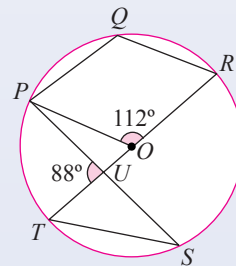
3. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . Hitung nilai

- (a) x
 (b) y
 (c) z



4. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . Diberi bahawa $\angle POR = 112^\circ$ dan $\angle PUT = 88^\circ$. Tentukan nilai

- (a) $\angle PQR$
 (b) $\angle UST$
 (c) $\angle RTS$

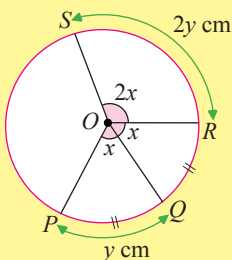


Adakah sudut-sudut pada pusat bulatan berkadaran dengan panjang lengkok yang dicangkum?

Anda telah pelajari bahawa;

1. Sudut-sudut pada lilitan bulatan yang dicangkum oleh lengkok yang sama panjang adalah sama saiz.
2. Saiz sudut pada lilitan bulatan yang dicangkum oleh suatu lengkok adalah berkadaran dengan panjang lengkok tersebut.

Kedua-dua konsep di atas juga boleh diaplikasi untuk sudut pada pusat bulatan. Secara generalisasi,

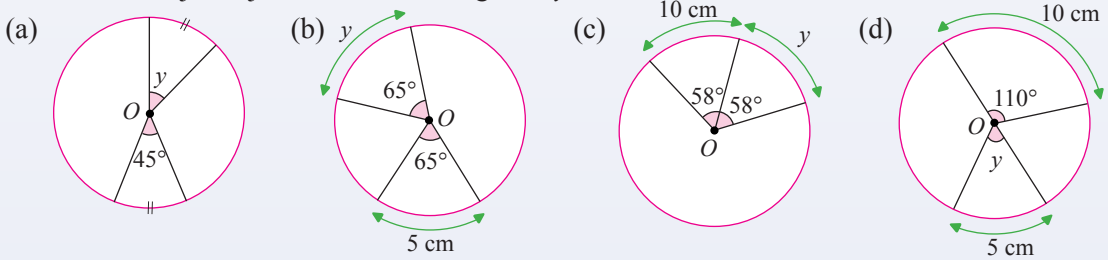


Bagi sudut-sudut pada pusat bulatan yang dicangkum oleh suatu lengkok;

- (a) saiz sudut adalah sama jika panjang lengkok sama.
 (b) perubahan saiz sudut adalah berkadaran dengan perubahan panjang lengkok.

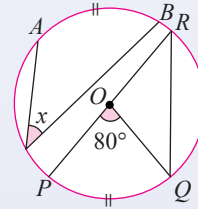
UJI MINDA 6.1d

1. Berdasarkan rajah-rajah di bawah, hitung nilai y .



2. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O dengan panjang lengkok $AB = PQ$. Tentukan

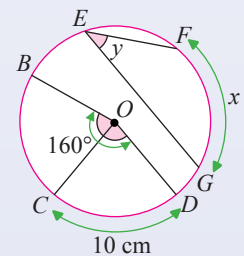
- (a) nilai x
- (b) sudut yang sama nilai dengan x



3. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . Diberi bahawa panjang lengkok $CD = 10$ cm dan $\angle BOD = 160^\circ$.

Jika panjang lengkok $BCD = 2CD$ dan $\angle FEG = \frac{1}{4} \angle BOD$, tentukan

- (a) nilai y
- (b) panjang x , dalam cm



Apakah nilai sudut pada lilitan bulatan yang dicangkum oleh diameter?

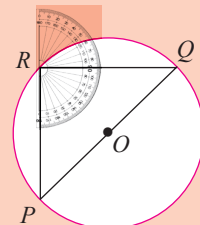
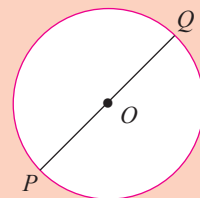
Cetusan Minda 5 Berpasangan

Tujuan: Menentukan sudut yang dicangkum oleh diameter.

Bahan: Jangka lukis, protractor, pensel, pembaris dan kertas lukisan.

Langkah:

1. Lukiskan sebuah bulatan berpusat di O dan diameter PQ seperti di sebelah.
2. Lukiskan dua perentas, PR dan QR seperti rajah di sebelah. Ukur nilai $\angle PRQ$.
3. Ubah kedudukan titik R pada lilitan bulatan. Ukur nilai $\angle PRQ$ yang baru.



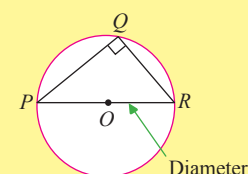
Perbincangan:

1. Apakah yang boleh anda rumuskan tentang nilai $\angle PRQ$ apabila kedudukan titik R diubah pada lilitan bulatan?
2. Berapakah nilai sudut pada lilitan bulatan yang dicangkum oleh diameter?

Hasil daripada Cetusan Minda 5, didapati bahawa;

Bagi semua kedudukan titik R pada lilitan bulatan yang dicangkum oleh diameter PQ , nilai $\angle PRQ$ ialah 90° .

Secara generalisasi,



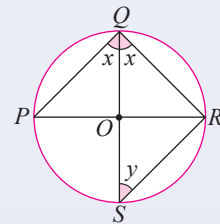
Sudut pada lilitan bulatan yang dicangkum oleh diameter ialah 90° . Jika PQR ialah semi bulatan maka, $\angle PQR = 90^\circ$.

SUDUT DISKUSI

Adakah diameter merupakan satu perentas? Bincangkan.

Contoh / 6

Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O dengan titik-titik P, Q, R dan S terletak pada lilitan bulatan. Diberi bahawa PR dan QS ialah diameter. Hitung nilai y .



Penyelesaian:

$$PR = QS$$

$$\text{Maka, } 2x = 90^\circ$$

$$x = 45^\circ$$

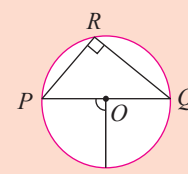
$$y + x + \angle QRS = 180^\circ$$

$$y + 45^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$$y = 180^\circ - 45^\circ - 90^\circ$$

$$y = 45^\circ$$

BULETIN



Jika lengkok $PRQ = 2PS$ maka, $\angle PRQ = \angle POS$

UJI MINDA 6.1e

1. Rajah-rajah di bawah menunjukkan bulatan berpusat di O . Hitung nilai x .

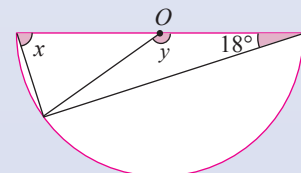
(a)

(b)

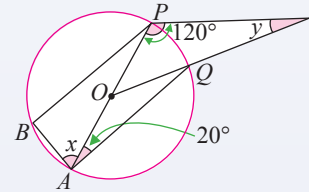
(c)

(d)

2. Rajah di sebelah menunjukkan semi bulatan dengan pusat di O . Tentukan nilai $x + y$.



3. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . Jika panjang lengkok $AB = PQ$, hitung nilai $x + y$.



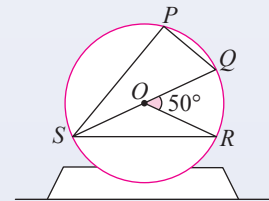
Bagaimanakah anda menyelesaikan masalah sudut dalam bulatan?

STANDARD PEMBELAJARAN
Menyelesaikan masalah yang melibatkan sudut dalam bulatan.

Contoh 7

Sebuah arca dibina dalam bentuk bulatan berpusat di O seperti pada rajah di sebelah. Titik-titik pada lilitan membentuk lengkok PQ yang sama panjang dengan lengkok QR . Garis SQ melalui O . Tentukan nilai

- (a) $\angle QSR$
(b) $\angle PQS$



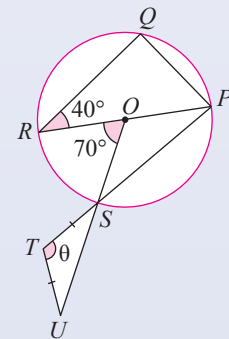
Penyelesaian:

(a) $\angle QSR = \frac{1}{2} \angle QOR$
 $= \frac{1}{2} (50^\circ)$
 $= 25^\circ$

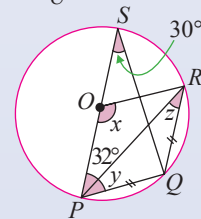
(b) $\angle PSQ = \angle QSR = 25^\circ$
 $\angle PQS + 90^\circ + 25^\circ = 180^\circ$
 $\angle PQS = 180^\circ - 90^\circ - 25^\circ$
 $= 65^\circ$

UJI MINDA 6.1f

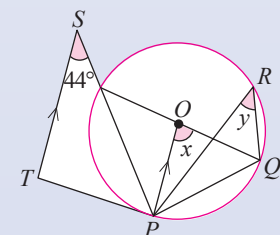
1. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . OSU dan PST ialah garis lurus. Diberi bahawa diameter bulatan ialah 16 cm, $\angle ROS = 70^\circ$, $\angle QRP = 40^\circ$ dan $ST = TU$.
- (a) Hitung nilai θ
(b) Panjang PQ , dalam cm, betul kepada 3 angka bererti



2. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . Diberi bahawa $PQ = QR$, $\angle PSQ = 30^\circ$ dan $\angle SPR = 32^\circ$. Hitung nilai $x + y + z$.



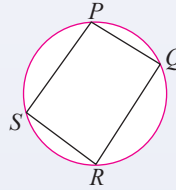
3. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . Diberi bahawa TS adalah selari dengan PO dan $\angle TSP = 44^\circ$. Hitung nilai $x + y$.



 **Apakah yang anda tahu tentang sisi empat kitaran?**

Sisi empat kitaran ialah suatu sisi empat dalam bulatan dengan keadaan **keempat-empat bucu sisi empat** tersebut terletak **pada lilitan bulatan**.

$PQRS$ pada rajah di sebelah ialah sisi empat kitaran. $\angle P$ dan $\angle R$ serta $\angle S$ dan $\angle Q$ dikenali sebagai **sudut bertentangan** dalam sisi empat kitaran.

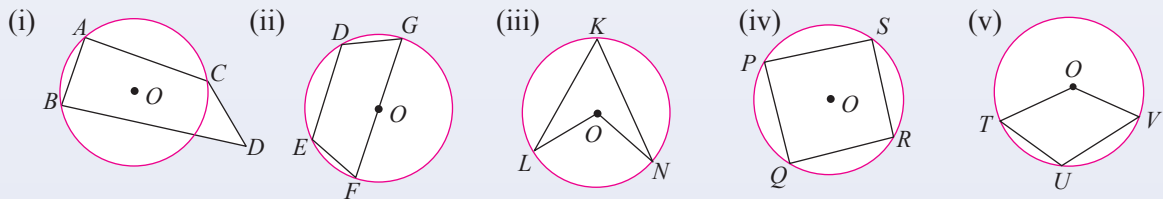


 **STANDARD PEMBELAJARAN**

Mengenal dan memerihalkan sisi empat kitaran.

Contoh 8

Bagi setiap bulatan berikut O ialah pusat bulatan.



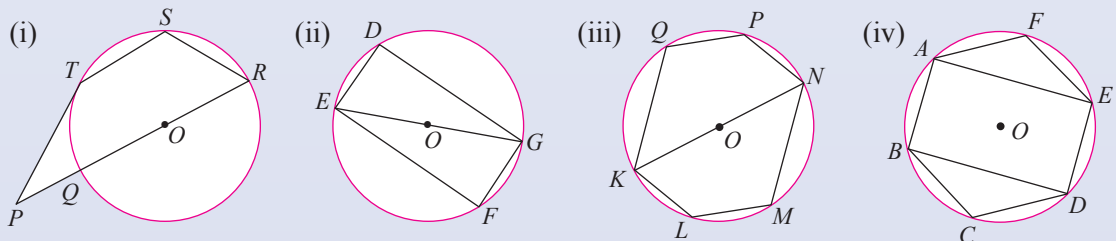
- (a) Kenal pasti sisi empat kitaran yang terdapat dalam setiap bulatan di atas dan jelaskan jawapan anda.
 (b) Nyatakan sudut bertentangan yang wujud dalam setiap sisi empat kitaran yang telah anda kenal pasti.

Penyelesaian:

- (a) (i) Bucu D tidak terletak pada lilitan maka, $ABCD$ bukan sisi empat kitaran.
 (ii) Semua bucu terletak pada lilitan maka, $DEFG$ ialah sisi empat kitaran.
 (iii) Bucu O tidak terletak pada lilitan maka, $KLON$ bukan sisi empat kitaran.
 (iv) Semua bucu terletak pada lilitan maka, $PQRS$ ialah sisi empat kitaran.
 (v) Bucu O tidak terletak pada lilitan maka, $OTUV$ bukan sisi empat kitaran.
 (b) (i) Tiada (ii) $\angle D$ dan $\angle F$, $\angle E$ dan $\angle G$ (iii) Tiada
 (iv) $\angle P$ dan $\angle R$, $\angle Q$ dan $\angle S$ (v) Tiada



UJI MINDA 6.2a

1. Bagi setiap bulatan berikut O ialah pusat bulatan.



- (a) Kenal pasti sisi empat kitaran yang terdapat dalam setiap bulatan di atas dan jelaskan jawapan anda.
 (b) Nyatakan sudut bertentangan yang wujud dalam setiap sisi empat kitaran yang telah anda kenal pasti.

Apakah hubungan antara sudut-sudut pada sisi empat kitaran?

Cetusan Minda 6   Berpasangan

Tujuan: Menentukan hubungan antara sudut pedalaman yang bertentangan dalam suatu sisi empat kitaran.

Bahan: Perisian dinamik

Langkah:

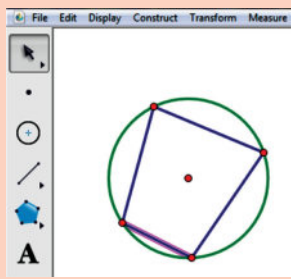
- Mulakan dengan *New Sketch* dan klik pada *Compass Tool* untuk melukis suatu bulatan.
- Klik pada *Straightedge Tool* untuk membina empat garis dari satu titik ke satu titik lain di lilitannya (Rajah 1).
- Gunakan *Text Tool* untuk melabelkan semua titik yang menyambungkan garisan tersebut dengan *A, B, C* dan *D*.
- Gunakan *Selection Arrow Tool* untuk memilih *D, A* dan *B*.
- Klik pada menu *Measure* dan pilih *Angle*. $\angle DAB$ akan dipaparkan.
- Ulangi langkah 4 dan 5 untuk mendapatkan $\angle ABC$, $\angle BCD$ dan $\angle CDA$ (Rajah 2).

Perbincangan:

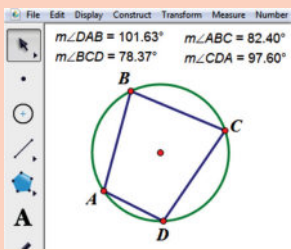
- Apakah hubungan antara $\angle DAB$, $\angle ABC$, $\angle BCD$ dengan $\angle ADC$?
- Buat kesimpulan tentang hubungan antara sudut lilitan tersebut.

STANDARD PEMBELAJARAN

Membuat dan menentusahkan konjektur tentang hubungan antara sudut-sudut pada sisi empat kitaran, dan seterusnya menggunakan hubungan tersebut untuk menentukan nilai sudut pada sisi empat kitaran.



Rajah 1

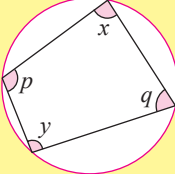


Rajah 2

Hasil daripada Cetusan Minda 6, didapati bahawa;

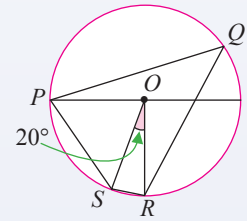
- (a) $\angle DAB + \angle BCD = 180^\circ$ dan $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$
- (b) **Jumlah sudut pedalaman** yang bertentangan dalam sisi empat kitaran ialah 180° .

Secara generalisasi,

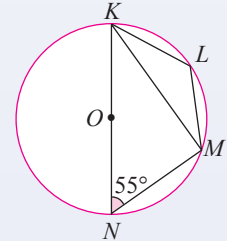


Hasil tambah sudut-sudut yang **bertentangan** dalam suatu **sisi empat kitaran** ialah 180° .
 $\angle x + \angle y = 180^\circ$ dan $\angle p + \angle q = 180^\circ$

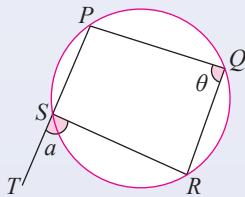
3. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . Jika POS ialah segi tiga sama sisi dan $\angle SOR = 20^\circ$, hitung nilai $\angle PQR$.



4. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . Diberi bahawa $\angle KNM = 55^\circ$ dan $KL = LM$. Tentukan nilai
 (a) $\angle KLM$
 (b) $\angle LMN$



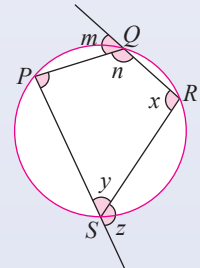
Apakah hubungan antara sudut peluaran dengan sudut pedalaman bertentangan yang sepadan?



Rajah menunjukkan sisi empat kitaran $PQRS$. Perentas PS dipanjangkan kepada T . $\angle TSR$, a , ialah **sudut peluaran** untuk sisi empat kitaran $PSRQ$. $\angle PQR$, θ , dikenali sebagai **sudut pedalaman bertentangan** yang sepadan dengan a .

Contoh 10

Dalam rajah di sebelah, $PQRS$ ialah sisi empat kitaran. Diberi bahawa m dan z ialah sudut peluaran. Nyatakan sudut pedalaman bertentangan yang sepadan dengan m dan z .



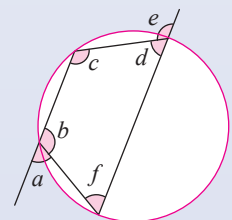
Penyelesaian:

y ialah sudut pedalaman bertentangan yang sepadan dengan m .
 n ialah sudut pedalaman bertentangan yang sepadan dengan z .

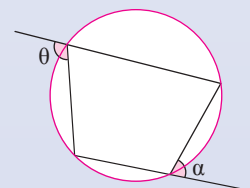
UJI MINDA 6.2c

1. Salin dan lengkapkan jadual di bawah berdasarkan rajah di sebelah.

Sudut peluaran	Sudut pedalaman bertentangan yang sepadan



2. Lukis bulatan seperti di sebelah. Labelkan sudut pedalaman bertentangan yang sepadan untuk sudut peluaran θ dan α dengan simbol p dan q masing-masing.





Bagaimanakah anda boleh menyelesaikan masalah yang melibatkan sisi empat kitaran?

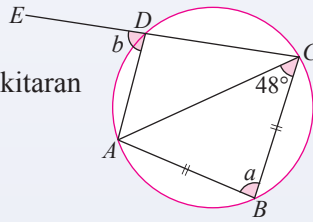


STANDARD PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan sisi empat kitaran.

Contoh 11

Rajah di sebelah menunjukkan sisi empat kitaran $ABCD$ dan garis lurus CDE . Hitung nilai



- (a) a
- (b) b

Penyelesaian:

(a) $\angle ACB = \angle CAB = 48^\circ$

$$\angle ACB + \angle CAB + a = 180^\circ$$

$$48^\circ + 48^\circ + a = 180^\circ$$

$$a = 180^\circ - 48^\circ - 48^\circ$$

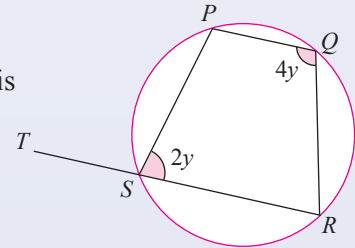
$$a = 84^\circ$$

(b) $b = a$

Maka, $b = 84^\circ$

Contoh 12

Rajah di sebelah menunjukkan sisi empat kitaran $PQRS$ dan garis lurus RST . Hitung nilai $\angle PST$.



Penyelesaian:

$$\angle PQR + \angle PSR = 180^\circ$$

$$4y + 2y = 180^\circ$$

$$6y = 180^\circ$$

$$y = 30^\circ$$

$$\angle PST = \angle PQR$$

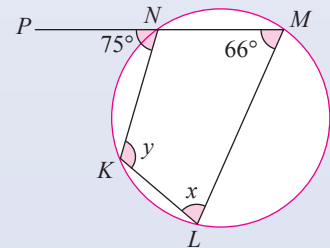
$$= 4y$$

$$= 4(30^\circ)$$

$$\angle PST = 120^\circ$$

Contoh 13

Rajah di sebelah menunjukkan sisi empat kitaran $KLMN$ dan garis lurus MNP . Hitung nilai



- (a) x
- (b) y

Penyelesaian:

(a) $\angle PNK$ ialah sudut peluaran. Sudut pedalaman bertentangan yang sepadan dengannya ialah sudut x .

Maka,

$$x = 75^\circ$$

(b) y dan $\angle NML$ ialah sudut pedalaman bertentangan dalam sisi empat kitaran $KLMN$.

Maka, $y = 180^\circ - \angle NML$

$$y = 180^\circ - 66^\circ$$

$$y = 114^\circ$$

6.3 Tangen Kepada Bulatan

Apakah yang anda faham tentang tangen kepada bulatan?

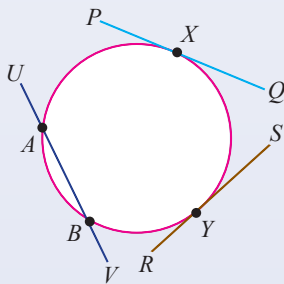
Anda telah ketahui bahawa bulatan merupakan satu bentuk yang unik dan mempunyai banyak ciri yang istimewa.

STANDARD PEMBELAJARAN

Mengenal dan memerihalkan tangen kepada bulatan.



Dalam gambar rajah di sebelah, titik T pada roda hanya akan menyentuh jalan raya sekali dalam satu pusingan penuh. Jalan raya berfungsi sebagai tangen kepada roda yang berbentuk bulat dan titik T ialah titik ketangenan apabila titik T menyentuh jalan raya.



Dalam rajah di sebelah, garis lurus PQ dan RS masing-masing menyentuh bulatan pada titik X dan titik Y . Sementara garis lurus UV melalui titik A dan titik B pada bulatan. Maka,

- (a) PQ dan RS – Tangen kepada bulatan.
- (b) X dan Y – Titik ketangenan bagi PQ dan RS , masing-masing.
- (c) UV – Bukan tangen.
- (d) A dan B – Bukan titik ketangenan bagi UV .

Tangen kepada bulatan ialah suatu garis lurus yang menyentuh bulatan tersebut pada satu titik sahaja. Titik sentuhan di antara tangen dengan bulatan ialah titik ketangenan.

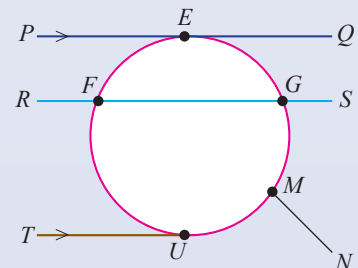
Contoh 14

Adakah semua garis lurus dan titik yang ditunjukkan dalam rajah di sebelah ialah tangen kepada bulatan dan titik ketangenan? Nyatakan alasan untuk jawapan anda.

Penyelesaian:

PQ dan TU ialah tangen kepada bulatan kerana menyentuh bulatan hanya pada satu titik. Titik E dan titik U ialah titik ketangenan bagi PQ dan TU masing-masing.

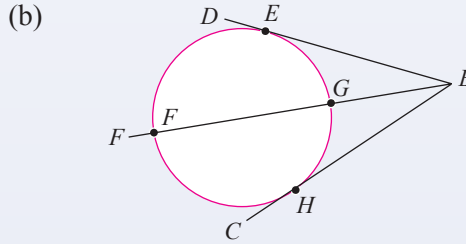
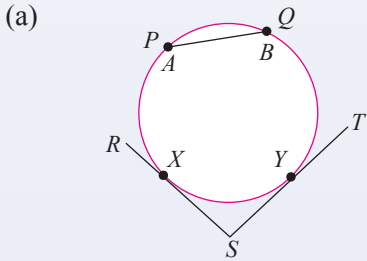
RS bukan tangen kepada bulatan kerana melalui dua titik pada bulatan. Maka, titik F dan titik G bukan titik ketangenan bagi RS . MN bukan tangen kepada bulatan kerana akan menyentuh dua titik pada bulatan jika dipanjangkan. Maka, titik M bukan titik ketangenan.



UJI MINDA 6.3a

1. Dalam rajah-rajah di bawah, kenal pasti

- (i) tangen (ii) titik ketangenan (iii) bukan tangen (iv) bukan titik ketangenan
Nyatakan alasan untuk jawapan anda.



Apakah yang anda tahu tentang nilai sudut di antara tangen dengan jejari bulatan pada titik ketangenan?

Cetusan Minda 7



STANDARD PEMBELAJARAN

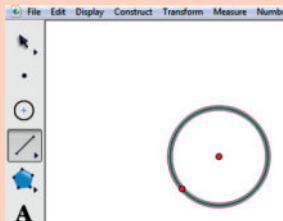
Tujuan: Mengukur sudut di antara tangen dengan jejari bulatan pada titik ketangenan.

Alatan: Perisian dinamik

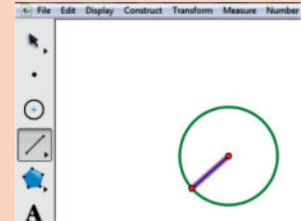
Langkah:

- Mulakan dengan *New Sketch* dan klik pada *Compass Tool* untuk melukis suatu bulatan (Rajah 1).
- Klik pada *Straightedge Tool* untuk melukis satu garis lurus dari pusat bulatan ke satu titik pada lilitan (Rajah 2).
- Klik pada *Arrow Tool* untuk memilih titik pada lilitan dan garis lurus.
- Klik *Construct* dan pilih *Perpendicular Line* (Rajah 3).
- Gunakan *Point Tool* untuk tandakan titik dan labelkan kesemua titik tersebut dengan *Text tool* sebagai *A*, *B* dan *C* (Rajah 4).
- Gunakan *Selection Arrow Tool* untuk memilih *A*, *B* dan *C*.

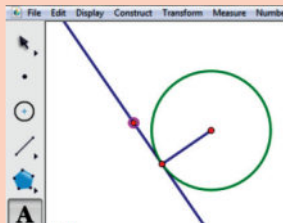
Membuat dan menentusahkan konjektur tentang sudut di antara tangen dengan jejari bulatan pada titik ketangenan.



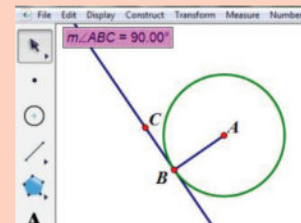
Rajah 1



Rajah 2



Rajah 3



Rajah 4

7. Klik pada menu *Measure* dan pilih *Angle*. Nilai $\angle ABC$ akan dipaparkan.
8. Ulangi langkah 2 hingga langkah 7 untuk melukis garis tangen di bahagian lain bulatan dan menentukan sudut di antara tangen dengan jejari pada titik ketangenan.

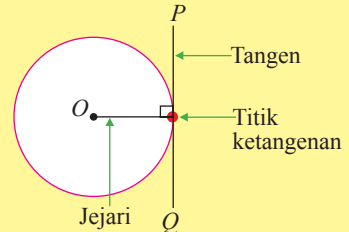
Perbincangan:

Apakah kesimpulan yang anda boleh buat tentang nilai sudut di antara tangen dengan jejari pada titik ketangenan?

Hasil daripada Cetusan Minda 7, didapati bahawa;

$\angle ABC = 90^\circ$ iaitu sudut di antara tangen dengan jejari yang bersilang pada titik ketangenan ialah sudut tegak.

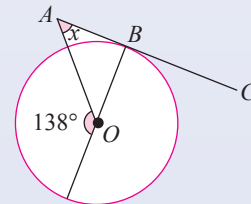
Secara generalisasi,



Jejari suatu bulatan yang bersilang dengan tangen kepada bulatan pada titik ketangenan akan membentuk 90° .

Contoh 15

Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O yang bertemu dengan garis lurus ABC pada titik B sahaja. Hitung nilai x .



Penyelesaian:

Garis ABC ialah tangen kepada bulatan dan bertemu jejari bulatan di titik B . Maka, sudut $\angle OBA = 90^\circ$.

$$\angle AOB + 138^\circ = 180^\circ$$

$$\begin{aligned} \angle AOB &= 180^\circ - 138^\circ \\ &= 42^\circ \end{aligned}$$

$$x + \angle AOB = 90^\circ$$

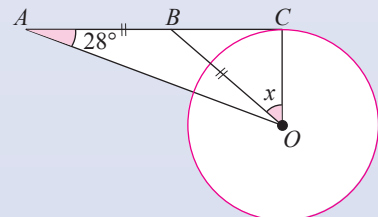
$$x = 90^\circ - \angle AOB$$

$$x = 90^\circ - 42^\circ$$

$$x = 48^\circ$$

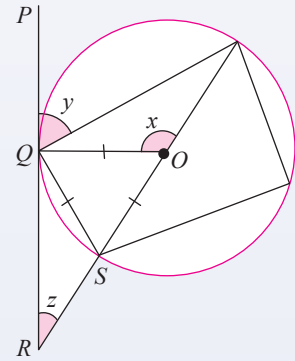
UJI MINDA 6.3b

1. Dalam rajah di sebelah, ABC ialah garis lurus dan O ialah pusat bulatan. Diberi bahawa $AB = OB$ dan $\angle BAO = 28^\circ$. Hitung nilai x .



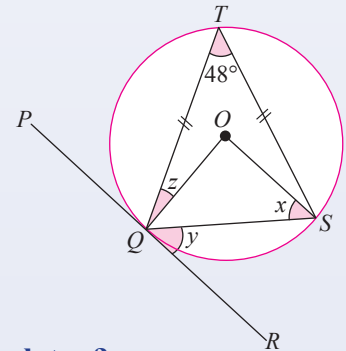
2. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . Diberi bahawa $\triangle OQS$ ialah segi tiga sama sisi dan PQR ialah tangen kepada bulatan. Hitung nilai

- (a) x
- (b) y
- (c) z



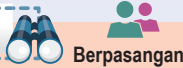
3. Dalam rajah di sebelah, O ialah pusat bulatan dan PQR ialah tangen kepada bulatan. Diberi bahawa $QT = ST$ dan $\angle QTS = 48^\circ$.

Hitung nilai $x + y + z$.



Apakah sifat-sifat berkaitan dua tangen kepada suatu bulatan?

Cetusan Minda 8



Tujuan: Menentukan sifat-sifat berkaitan dua tangen kepada suatu bulatan.

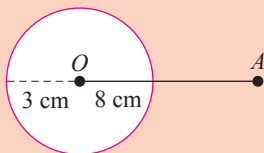
Bahan: Kertas lukisan, jangka lukis, protractor, pembaris dan pensel.

Langkah:

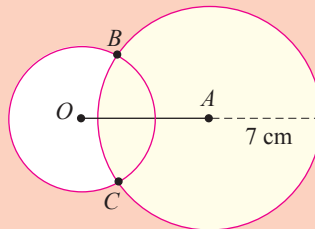
1. Lukiskan suatu bulatan berjejari 3 cm berpusat di O . Lukis satu garis lurus 8 cm dari pusat O dan labelkan sebagai OA (Rajah 1).
2. Lukiskan satu lagi bulatan berjejari 7 cm dengan titik A sebagai pusat bulatan. Tandakan titik persilangan kedua-dua bulatan sebagai B dan C (Rajah 2).
3. Lukiskan garis-garis lurus OB , OC , AB dan AC (Rajah 3).

STANDARD PEMBELAJARAN

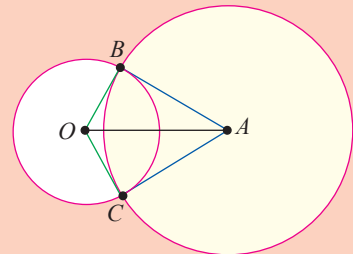
Membuat dan menentusahkan konjektur tentang sifat-sifat berkaitan dengan dua tangen kepada suatu bulatan.



Rajah 1



Rajah 2



Rajah 3

4. Ukur dan lengkapkan jadual di bawah.

$\angle AOB$	$\angle AOC$	$\angle OBA$	$\angle OCA$	$\angle OAB$	$\angle OAC$	Panjang			
						OB	OC	AB	AC

5. Tampil hasil dapatan kumpulan anda di sudut matematik. Bandingkan jawapan kumpulan anda dengan kumpulan lain.

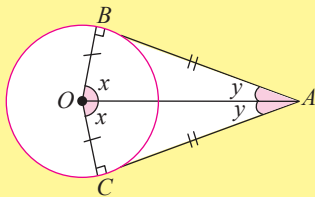
Perbincangan:

Apakah kesimpulan anda berkaitan pasangan $\angle AOB$ dan $\angle AOC$, $\angle OBA$ dan $\angle OCA$, $\angle OAB$ dan $\angle OAC$ serta panjang garis OB , OC , AB dan AC ?

Hasil daripada Cetusan Minda 8, didapati bahawa;

- (a) $\angle AOB = \angle AOC$, $\angle OBA = \angle OCA$ dan $\angle OAB = \angle OAC$
- (b) Panjang $OB = OC$ dan panjang $AB = AC$

Secara generalisasi,



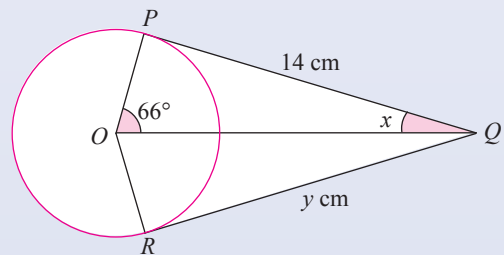
Jika dua tangen kepada suatu bulatan berpusat di O dengan titik ketangenan B dan C , masing-masing bertemu pada titik A , maka,

- $BA = CA$
- $\angle BOA = \angle COA$
- $\angle OAB = \angle OAC$

Contoh 16

Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . Tangen PQ dan RQ bertemu di titik Q . Hitung

- (a) nilai x
- (b) nilai y
- (c) panjang jejari bulatan



Penyelesaian:

- (a) Segi tiga $\triangle OPQ$ bersudut tegak dan $\triangle OPQ = 90^\circ$.

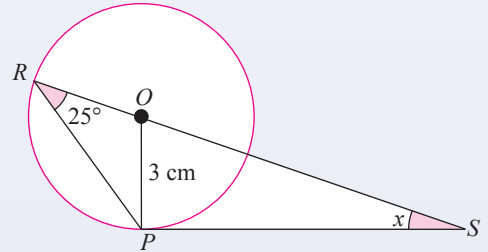
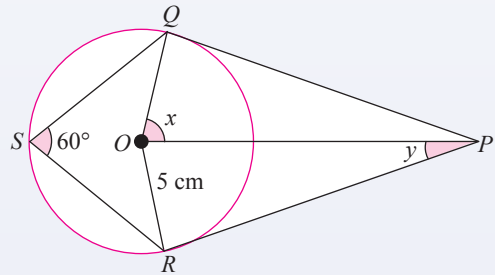
Maka, $x + 66^\circ = 90^\circ$
 $x = 90^\circ - 66^\circ$
 $x = 24^\circ$

- (b) Panjang $PQ = QR = y$
 Maka, $y = 14$ cm

(c) $\tan 24^\circ = \frac{OP}{14}$
 $OP = 14 \times \tan 24^\circ$
 Jejari, $OP = 6.233$ cm

UJI MINDA 6.3c

- Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berjejari 5 cm dan berpusat di O . Diberi bahawa PQ dan PR ialah tangen kepada bulatan dan $\angle QSR = 60^\circ$. Hitung
 (a) nilai x (b) nilai y
 (c) panjang PQ (d) panjang OP
- Dalam rajah di sebelah, O ialah pusat bulatan dengan jejari 3 cm dan ROS ialah garis lurus. Diberi bahawa $\angle ORP = 25^\circ$ dan PS ialah tangen kepada bulatan. Hitung
 (a) nilai x (b) panjang PS
 (c) panjang RS



Apakah hubungan sudut di antara tangen dan perentas dengan sudut dalam tembereng selang-seli yang dicangkum oleh perentas tersebut?

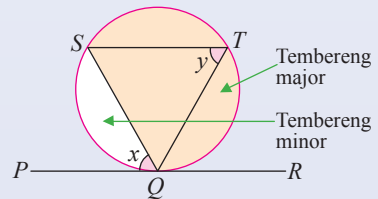
STANDARD PEMBELAJARAN

Membuat dan menentusahkan konjektur tentang hubungan sudut di antara tangen dan perentas dengan sudut dalam tembereng selang-seli yang dicangkum oleh perentas itu.

Dalam Rajah 1(a), PQR ialah tangen kepada bulatan. $\angle x$ ialah sudut di antara perentas QS dengan tangen PQR pada tembereng minor.

$\angle y$ ialah sudut pada tembereng major atau tembereng selang-seli yang dicangkum oleh perentas QS .

Dalam Rajah 1(b), O ialah pusat bulatan. OQ dan OS ialah jejari bulatan serta PQR ialah tangen kepada bulatan. Maka,



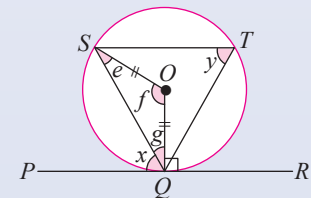
Rajah 1(a)

(a) $x + g = 90^\circ$
 $g = 90^\circ - x$
 $e = g$

Gantikan

(b) $f = 180^\circ - 2g$
 $f = 180^\circ - 2(90^\circ - x)$
 $f = 180^\circ - 180^\circ + 2x$
 $f = 2x$ (1)

(c) $y = \frac{f}{2}$ (2)
 Gantikan (1) dalam (2)
 $y = \frac{2x}{2}$
 $y = x$



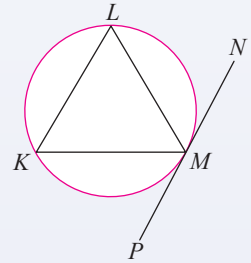
Rajah 1(b)

Berdasarkan pernyataan bagi Rajah 1(a) dan Rajah 1(b), kita boleh merumuskan bahawa;

$\angle x = \angle y$ dan $\angle \theta = \angle \beta$ kerana sudut di antara perentas dengan tangen bernilai sama dengan sudut pada tembereng selang-seli yang dicangkum oleh perentas tersebut.

Contoh 17

Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga KLM dan PMN ialah tangen kepada bulatan. Tentukan sudut dalam tembereng selang-seli untuk
 (a) $\angle PMK$ (b) $\angle NML$

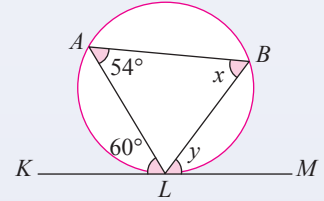


Penyelesaian:

- (a) $\angle KLM$ (b) $\angle LKM$

Contoh 18

Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga $\triangle ABL$ dalam bulatan. Diberi bahawa KLM ialah tangen kepada bulatan. Tentukan nilai
 (a) x (b) y

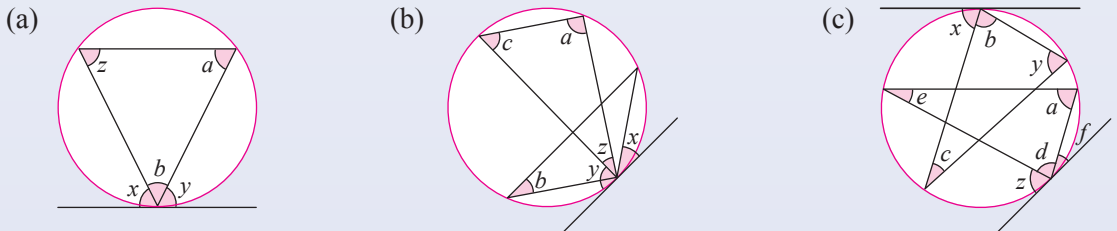


Penyelesaian:

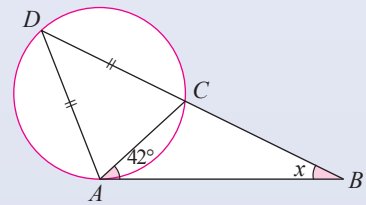
- (a) $x = 60^\circ$ kerana x ialah sudut dalam tembereng selang-seli bagi $\angle KLA$ yang dicangkum oleh perentas AL .
 (b) $y = 54^\circ$ kerana $\angle LAB$ ialah sudut dalam tembereng selang-seli bagi y yang dicangkum oleh perentas BL .

UJI MINDA 6.3d

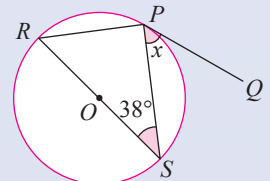
1. Nyatakan pasangan sudut yang sama nilai di dalam bulatan-bulatan berikut.



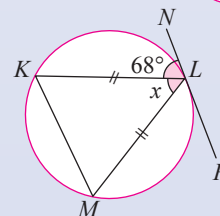
2. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan dengan AB ialah tangen kepada bulatan tersebut. Diberi $\angle BAC = 42^\circ$. Hitung nilai x .



3. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . PQ ialah tangen kepada bulatan. Diberi $\angle PSR = 38^\circ$. Hitung nilai x .



4. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan dengan PLN ialah tangen kepada bulatan. $\triangle KLM$ ialah segi tiga sama kaki. Diberi $\angle KLN = 68^\circ$. Hitung nilai x .



Bagaimanakah anda menyelesaikan masalah yang melibatkan tangen kepada bulatan?

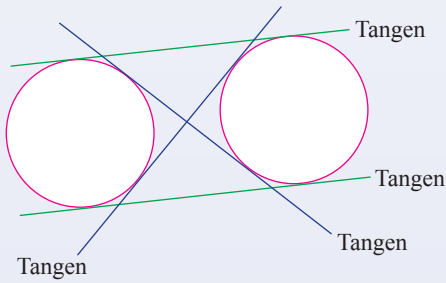
Apakah yang anda tahu tentang tangen sepunya?

STANDARD PEMBELAJARAN
Menyelesaikan masalah yang melibatkan tangen kepada bulatan.

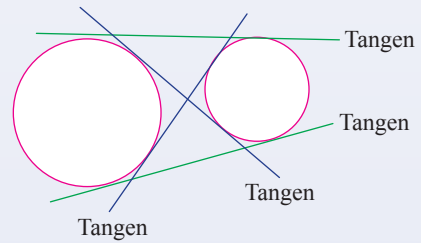
Tangen sepunya kepada dua bulatan ialah satu garis lurus yang merupakan tangen kepada kedua-dua bulatan tersebut.

Perhatikan pasangan bulatan berikut dan tangen sepunya.

1.

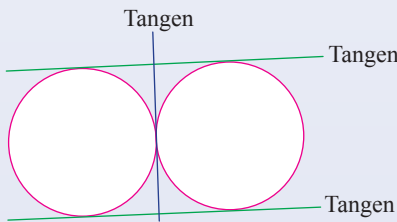


Rajah 1(a)

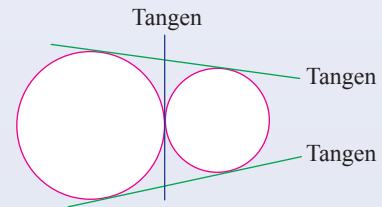


Rajah 1(b)

2.

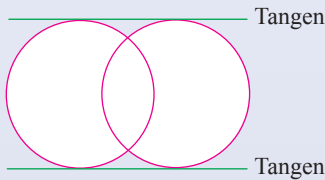


Rajah 2(a)

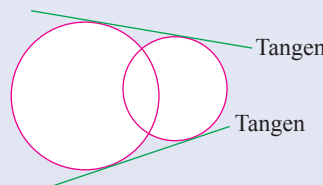


Rajah 2(b)

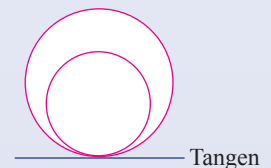
3.



Rajah 3(a)



Rajah 3(b)

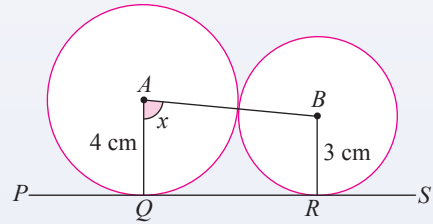


Rajah 3(c)

- Daripada rajah-rajah di atas didapati bahawa jika dua bulatan yang sama saiz atau berlainan saiz
- (a) tidak bersentuhan seperti pada Rajah 1(a) dan Rajah 1(b) akan menghasilkan empat tangen sepunya.
 - (b) bersentuhan di luar seperti pada Rajah 2(a) dan Rajah 2(b) akan menghasilkan tiga tangen sepunya.
 - (c) bersilang seperti pada Rajah 3(a) dan Rajah 3(c) akan menghasilkan dua tangen sepunya.
 - (d) bertindih di dalam seperti pada Rajah 3(c) akan menghasilkan hanya satu tangen sepunya.

Contoh 19

Rajah di sebelah menunjukkan dua bulatan yang berpusat di A dan di B dengan jejari 4 cm dan 3 cm masing-masing. Diberi $PQRS$ ialah tangen sepunya kepada kedua-dua bulatan tersebut. Hitung nilai x .

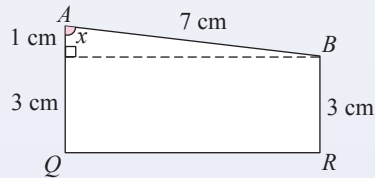


Penyelesaian:

$$\cos x = \frac{1}{7}$$

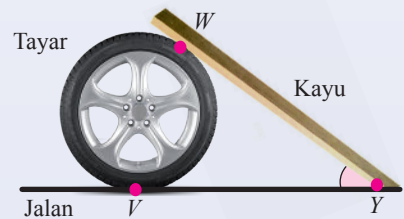
$$x = \cos^{-1}\left(\frac{1}{7}\right)$$

$$x = 81.79^\circ$$



Contoh 20

Sebatang kayu disandarkan kepada sebuah tayar seperti dalam rajah di sebelah. Diberi V ialah titik sentuhan di antara tayar dengan jalan. W ialah titik sentuhan di antara kayu dengan tayar sementara Y ialah titik sentuhan di antara kayu dengan jalan raya. Diameter tayar ialah 50 cm dan jarak WY ialah 1.2 meter. Dengan menganggap bahawa jalan raya itu ialah suatu garis lurus, hitung



- jarak VY
- jarak di antara pusat tayar dengan titik Y dalam meter. Nyatakan jawapan anda betul kepada dua tempat perpuluhan.

Memahami masalah

- VY dan WY ialah tangen kepada bulatan. Diameter tayar 50 cm dan jarak WY ialah 1.2 meter.
- Jarak di antara pusat tayar dengan titik y .

Merancang strategi

Lakar rajah dan labelkannya dengan nilai-nilai yang diberi.

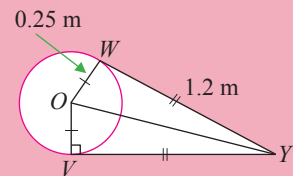
Diameter = 50 cm = 0.5 meter
 Jejari = 25 cm = 0.25 meter
 $WY = 1.2$ meter

Membuat kesimpulan

- $\triangle OWY$ dan $\triangle OVY$ ialah kongruen. Maka, $VY = WY = 1$ meter.
- Jarak di antara pusat tayar dengan titik Y , $OY = 1.23$ m.

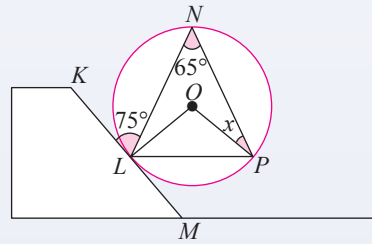
Melaksanakan strategi

- $VY = WY = 1.2$ m.
- $OY = \sqrt{1.2^2 + 0.25^2}$
 $OY = \sqrt{1.5025}$
 $OY = 1.23$ m (2 t.p.)

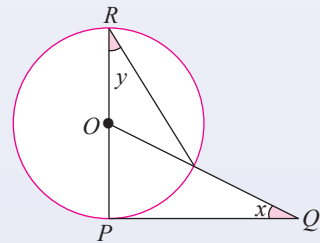


UJI MINDA 6.3e

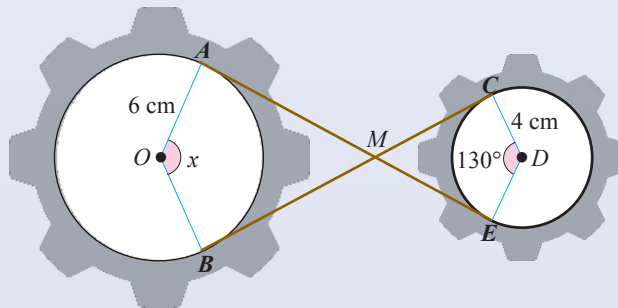
1. Rajah di sebelah menunjukkan keratan rentas dari pandangan atas sebuah tong berpusat di O . Dinding lurus KLM menyentuh tong bulat itu di titik L . Diberi bahawa $\angle KLN = 75^\circ$ dan $\angle LNP = 65^\circ$. Hitung nilai x .



2. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . PQ ialah tangen kepada bulatan. Diberi bahawa $PQ = 2OP$. Tentukan nilai $\angle x$ dan $\angle y$. Nyatakan jawapan dalam minit dan darjah.

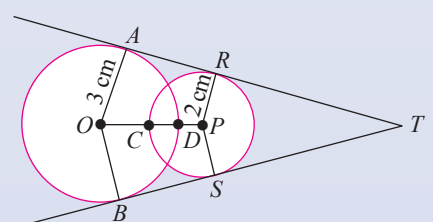


3. Rajah di bawah menunjukkan sebahagian daripada sistem gear pada suatu mesin. Rantai lurus AE dan BC bertemu pada kedua-dua gear pada titik-titik A, B, C , dan E . Gear-gear itu berbentuk bulat dengan pusat-pusat O dan D , masing-masing. Diberi bahawa $OA = 6$ cm, $DC = 4$ cm dan $\angle CDE = 130^\circ$. Hitung



- (a) nilai x
 (b) panjang dalam cm, betul kepada 4 angka bererti
 (i) AM (ii) CM (iii) OD

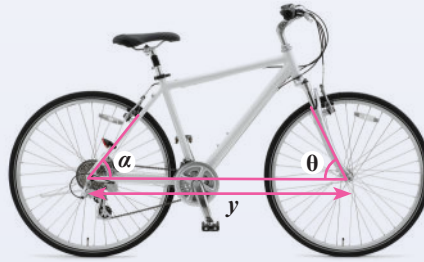
4. Rajah di sebelah menunjukkan dua bulatan dengan jejari 3 cm dan 2 cm dan berpusat di O dan P masing-masing. Diberi panjang $CD = DP$. Hitung panjang, dalam cm, betul kepada dua tempat perpuluhan.



- (a) OP (b) BS (c) BST

Bagaimanakah anda menyelesaikan masalah yang melibatkan sudut dan tangen bagi bulatan?

Kita sentiasa melihat bentuk bulatan dalam pelbagai kegunaan harian. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah basikal. Bolehkah anda menghitung panjang y , $\angle\alpha$ dan $\angle\theta$?

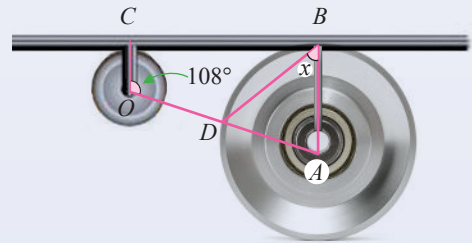


STANDARD PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan sudut dan tangen bagi bulatan.

Contoh 21

Rajah di sebelah menunjukkan dua takal berpusat O dan A , masing-masing, digantung dari siling rata BC . Tali ADO menghubungkan kedua-dua takal itu. Hitung nilai x .



Penyelesaian:

Memahami masalah

BC ialah tangen pada bulatan-bulatan pada titik C dan B .

$$\angle OCB = \angle ABC = 90^\circ$$

$$\angle AOC = 108^\circ$$

Mengenal pasti $\angle ABD, x$

Merancang strategi

$$\angle OCB + \angle ABC + \angle AOC + \angle OAB = 360^\circ$$

$$\angle ABD = \angle ADB = x$$

Membuat kesimpulan

$$\text{Nilai } x = 54^\circ$$

Melaksanakan strategi

$$\angle OAB + 90^\circ + 90^\circ + 108^\circ = 360^\circ$$

$$\begin{aligned} \angle OAB &= 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 108^\circ \\ &= 72^\circ \end{aligned}$$

AB dan AD ialah jejari. Maka,

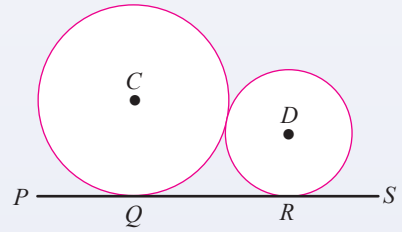
$$\angle ABD = \angle ADB = x$$

$$x = \frac{180^\circ - 72^\circ}{2}$$

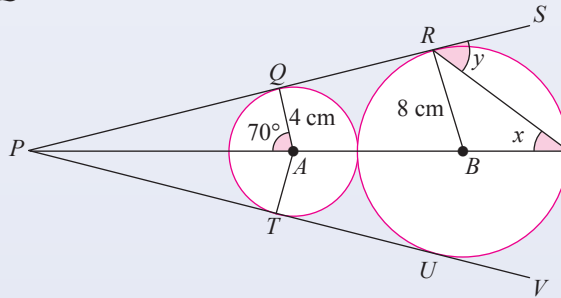
$$x = 54^\circ$$

UJI MINDA 6.4a

- Rajah di sebelah menunjukkan dua bulatan dengan pusat C dan D . Diberi jejari kedua-dua bulatan tersebut ialah 6 cm dan 3 cm masing-masing. $PQRS$ ialah tangen sepunya kepada kedua-dua bulatan. Hitung
 - panjang QR , dalam cm. Nyatakan jawapan betul kepada 3 angka bererti.
 - luas sisi 4 $CDRQ$ dalam cm^2 . Nyatakan jawapan betul kepada 4 angka bererti.



- Rajah di bawah menunjukkan dua bulatan berpusat di A dan B dengan jejari 4 cm dan 8 cm masing-masing. Diberi bahawa $PQRS$ dan $PTUV$ ialah tangen sepunya kepada kedua-dua bulatan tersebut dan $\angle PAQ = 70^\circ$.
 - nilai x
 - nilai y
 - panjang QR , dalam cm betul kepada 4 angka bererti.



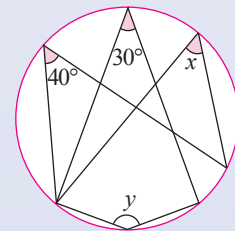
Hitung

- nilai x
- nilai y
- panjang QR , dalam cm betul kepada 4 angka bererti.

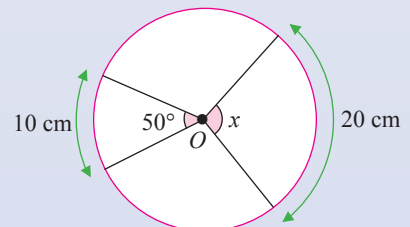
Cabaran Dinamis

Uji Diri

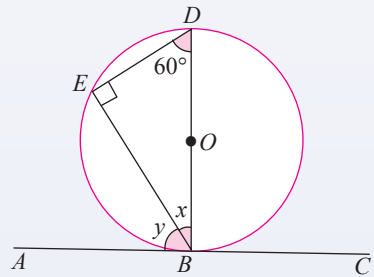
- Rajah di sebelah menunjukkan suatu bulatan. Hitung nilai x dan y .



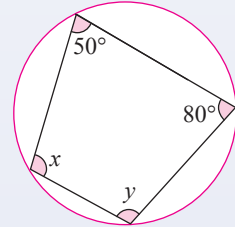
- Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . Hitung nilai x .



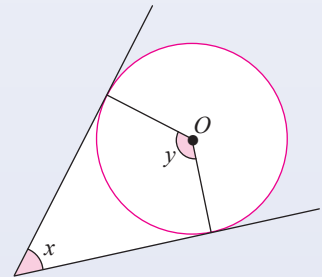
3. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . ABC ialah tangen kepada bulatan. Diberi bahawa $\angle BDE = 60^\circ$. Hitung nilai
 (a) x
 (b) y



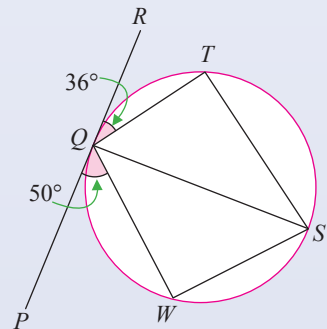
4. Rajah di sebelah menunjukkan sisi empat kitaran. Hitung nilai $x + y$.



5. Bulatan berpusat di O di sebelah mempunyai dua tangen kepada bulatan seperti yang ditunjukkan. Apakah hubungan antara sudut x dan sudut y ?

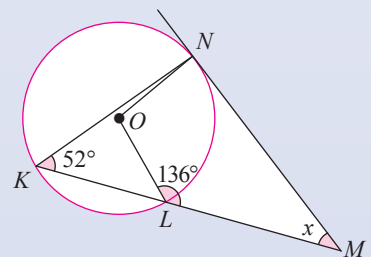


6. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan. Diberi bahawa PQR ialah tangen kepada bulatan. $\angle RQT = 36^\circ$ dan $\angle PQW = 50^\circ$. Hitung nilai sudut TSW .

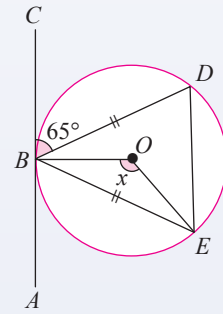


Mahir Diri

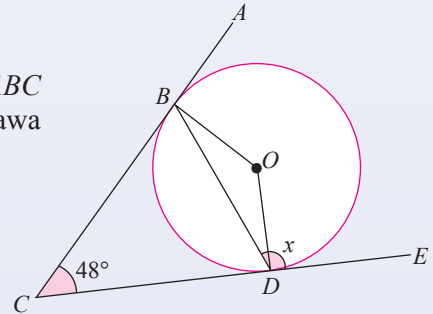
1. Dalam rajah di sebelah, O ialah pusat bulatan dan MN ialah tangen kepada bulatan. Diberi bahawa $\angle LKN = 52^\circ$ dan $\angle MLO = 136^\circ$. Hitung nilai x .



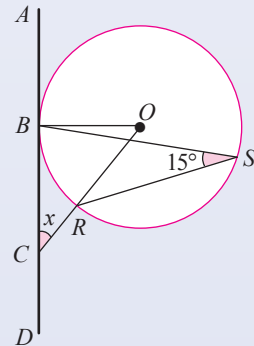
2. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . ABC ialah tangen kepada bulatan. Diberi bahawa $BD = BE$ dan $\angle CBD = 65^\circ$. Hitung nilai x .



3. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . ABC dan CDE ialah tangen kepada bulatan. Diberi bahawa $\angle BCD = 48^\circ$. Hitung nilai x .



4. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . AD ialah tangen kepada bulatan. Diberi bahawa $\angle BSR = 15^\circ$. Hitung nilai x .

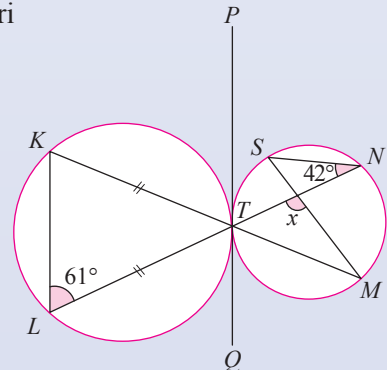


Masteri Kendiri

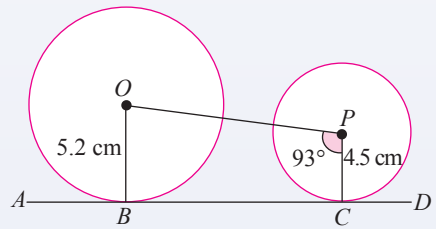


1. Rajah di sebelah menunjukkan dua bulatan. PTQ ialah tangen sepunya kepada kedua-dua bulatan tersebut. Diberi panjang $KT = LT$, $\angle KLT = 61^\circ$ dan $\angle SNT = 42^\circ$. Hitung

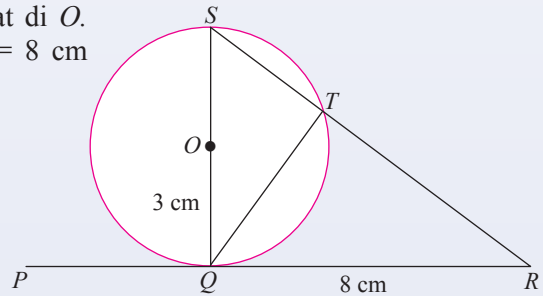
- (a) $\angle LTQ$
 (b) nilai x



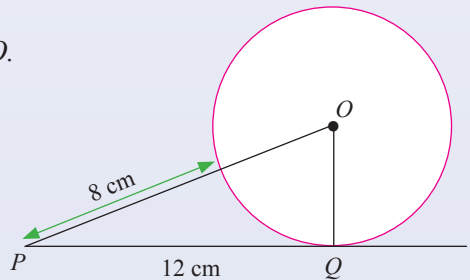
2. Rajah di sebelah menunjukkan dua bulatan berpusat di O dan di P masing-masing. $ABCD$ ialah tangen sepunya kepada kedua-dua bulatan. Hitung luas trapezium $OBCP$, dalam cm^2 , betul kepada 3 angka bererti.



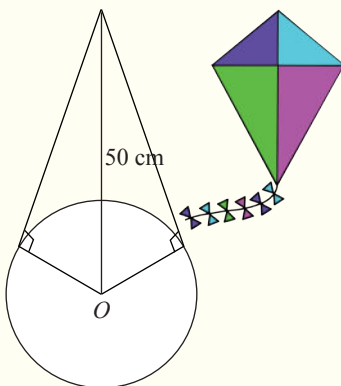
3. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . Diberi bahawa jejari bulatan ialah 3 cm, $QR = 8$ cm dan PQR ialah tangen kepada bulatan. Tentukan
 (a) $\angle TRQ$
 (b) panjang ST , dalam cm.



4. Rajah di sebelah menunjukkan bulatan berpusat di O . PQ ialah tangen kepada bulatan. Hitung nilai
 (a) jejari bulatan, dalam cm
 (b) panjang OP , dalam cm
 (c) luas $\triangle OPQ$, dalam cm^2



PROJEK



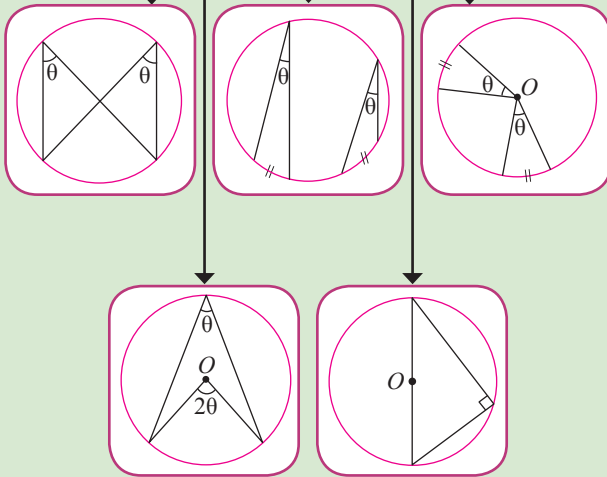
Layang-layang merupakan suatu permainan tradisional di negara kita. Layang-layang dapat dibina dengan menggunakan konsep tangen kepada bulatan. Dengan ilmu kongruen dan ketangenan yang telah dipelajari, hasilkan satu layang-layang yang mempunyai panjang 50 cm. Dapatkan panduan daripada rajah yang telah disediakan di sebelah.



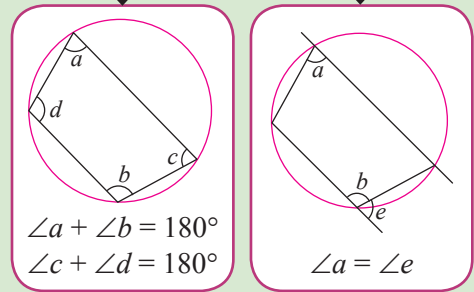
PETA KONSEP

Bulatan

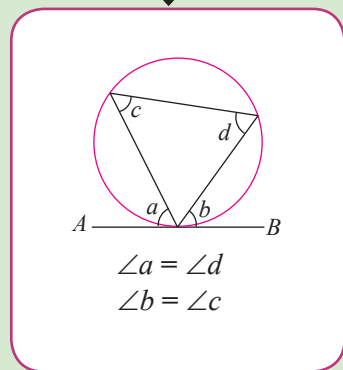
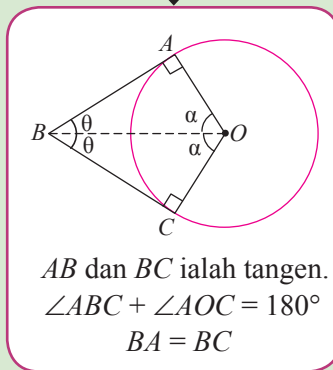
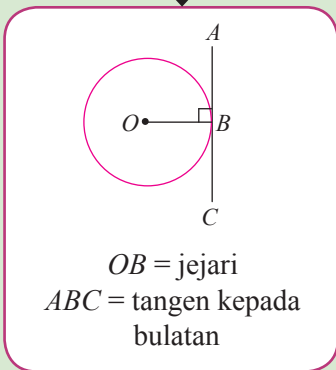
Ciri-ciri sudut dalam bulatan



Sisi empat kitaran



Tangen kepada bulatan



Pada akhir bab ini, saya dapat:



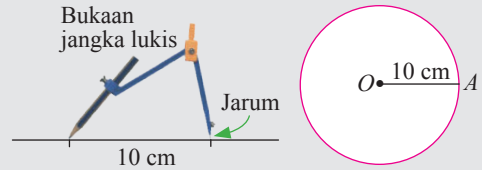
1.	Membuat dan menentusahkan konjektur tentang hubungan antara sudut-sudut pada lilitan dengan sudut pusat yang dicangkum oleh lengkok tertentu, dan seterusnya menggunakan hubungan tersebut untuk menentukan nilai sudut dalam bulatan.		
2.	Menyelesaikan masalah yang melibatkan sudut dalam bulatan.		
3.	Mengenal dan memerihalkan sisi empat kitaran.		
4.	Membuat dan menentusahkan konjektur tentang hubungan antara sudut-sudut pada sisi empat kitaran, dan seterusnya menggunakan hubungan tersebut untuk menentukan nilai sudut pada sisi empat kitaran.		
5.	Menyelesaikan masalah yang melibatkan sisi empat kitaran.		
6.	Mengenal dan memerihalkan tangen kepada bulatan.		
7.	Membuat dan menentusahkan konjektur tentang sudut di antara tangen dengan jejari bulatan pada titik ketangenan.		
8.	Membuat dan menentusahkan konjektur tentang sifat-sifat berkaitan dengan dua tangen kepada suatu bulatan.		
9.	Membuat dan menentusahkan konjektur tentang hubungan sudut di antara tangen dengan perentas dengan sudut dalam tembereng selang seli yang dicangkum oleh perentas itu.		
10.	Menyelesaikan masalah yang melibatkan tangen kepada bulatan.		
11.	Menyelesaikan masalah yang melibatkan sudut dan tangen bagi bulatan.		

JELAJAH MATEMATIK

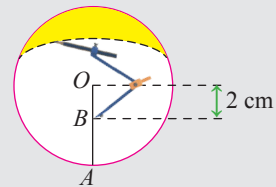
Bulan akan mengalami perubahan mengikut fasa. Murid boleh melukis bentuk bulan yang berlainan fasa untuk digunakan sebagai hiasan.

Bahan: Kertas lukisan, jangka lukis, pensel, pembaris dan gunting

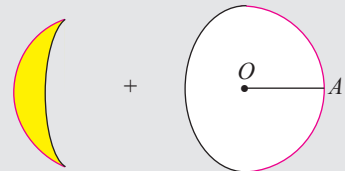
1. Lukiskan suatu bulatan dengan jejari 10 cm.



2. Kemudian, kekalkan bukaan jangka lukis pada 10 cm dan tempatkan jarumnya 2 cm daripada titik *O* iaitu titik *B*. Lukiskan bulatan seperti rajah di sebelah.









3. Bahagian yang berlorek boleh digunting dan digunakan sebagai bulan sabit. Bahagian yang tidak berlorek boleh digunakan bulan separa penuh seperti rajah di sebelah.



4. Langkah (a) dan (b) boleh diulangi dengan mengubah jarak *OB*. Jarak *OB* boleh dipanjangkan kepada 2 cm untuk mendapatkan dua bentuk bulan yang berlainan. Seterusnya jarak itu boleh dipanjangkan untuk bentuk yang berlainan. Contohnya adalah seperti berikut:

Jarak OB	Bentuk yang terhasil
1 cm	 + 
2 cm	 + 

Bentuk-bentuk ini boleh digunakan sebagai alat untuk mengajar perubahan bentuk bulan atau hiasan seperti di bawah.

Hari	4	8	12	15	19	23	27
Fasa bulan							
	Bulan sabit	Bulan separa	Purnama baru	Purnama	Purnama lama	Bulan separa	Bulan sabit

BAB 7

Pelan dan Dongakan



Apakah yang akan anda pelajari?

7.1

Unjuran Ortogon

7.2

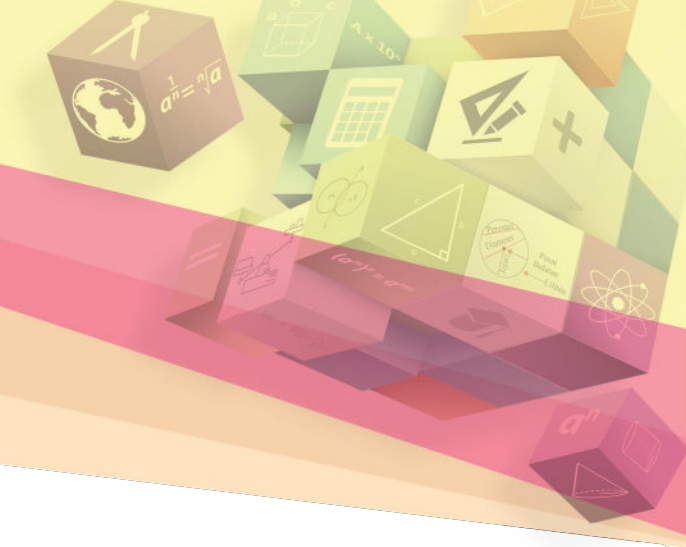
Pelan dan Dongakan

Kenapa Belajar Bab Ini?

- Lukisan pelan dan dongakan suatu objek membolehkan bentuk sebenar objek tersebut dapat dilihat dalam bentuk dua dimensi dari pelbagai arah pandangan.
- Pelan dan dongakan digunakan dalam bidang kejuruteraan, pembinaan perindustrian, rekaan grafik, arkitek, perkomputeran dan sebagainya.

Setiap bangunan di Putrajaya mempunyai keunikan tersendiri. Bangunan Ibu Pejabat Suruhanjaya Tenaga Malaysia di Putrajaya yang dikenali sebagai Bangunan Berlian merupakan sebuah bangunan dengan reka bentuk yang unik dan sangat menarik. Bangunan Berlian telah menerima anugerah *ASEAN Energy Award* kerana struktur dan reka bentuk yang menggunakan cahaya matahari secara maksimum. Index Bangunan Hijau Malaysia dan Program *Green Mark* Singapura juga telah memberi pengiktirafan tahap platinum atas reka bentuk yang membolehkan pengumpulan dan penggunaan air hujan dengan kadar yang tinggi. Keunikan dan kekreatifan seni bina Bangunan Berlian ini terserlah apabila dilihat dari pelbagai arah pandangan. Pernahkah anda melawat Bangunan Berlian?





Eksplorasi Zaman

Mimar Sinan merupakan antara arkitek agung dan paling berpengaruh. Nama sebenar beliau ialah Sinan bin Abdulmennan bin Dogan Yusuf (1498-1588). Beliau berasal dari kawasan Anatolia di Agırnas, Kayseri yang berlatarbelakangkan dari keluarga Turki Kristian. Pada 1539 Sultan telah menganugerahkan pangkat Ketua Arkitek Uthmaniyyah kepada Sinan. Sejak itu, beliau digelar sebagai Mimar Sinan yang bermaksud Arkitek Sinan. Selepas Hagia Sophia dijadikan sebagai masjid, para arkitek Uthmaniyyah sering menjadikan Masjid Aya Sofya sebagai kayu ukur bagi mereka bentuk masjid-masjid yang lain. Disebabkan itulah, kita lihat kebanyakan masjid di Turki mempunyai reka bentuk yang hampir sama.



<http://yakin-pelajar.com/Eksplorasi%20Zaman/Bab%207/>

GERBANG KATA

- asalan
- bentuk geometri
- dongakan
- garis padu
- garis sempang
- ortogon
- pelan
- skala
- sukuan
- unjuran
- *origin*
- *geometrical shape*
- *elevation*
- *solid line*
- *dashed line*
- *orthogon*
- *plan*
- *scale*
- *quadrant*
- *projection*

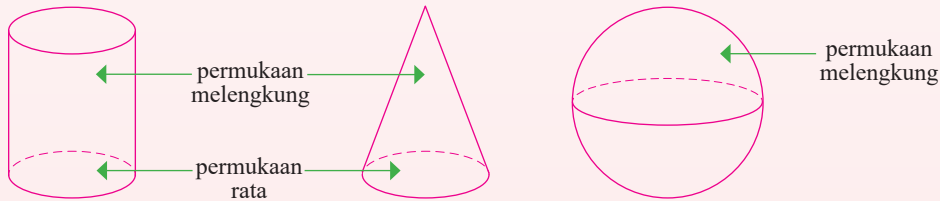
7.1 Unjuran Ortogon

Apakah satah dan normal kepada satah?

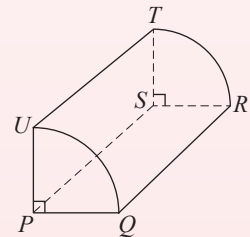
Anda telah mempelajari objek dalam dua dimensi dan tiga dimensi. Setiap objek tersebut terdiri daripada permukaan rata atau permukaan melengkung atau kedua-duanya.

STANDARD PEMBELAJARAN

Melukis unjuran ortogon.

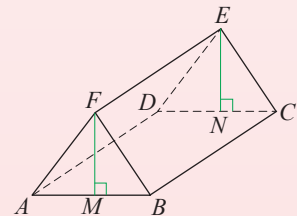


Rajah di sebelah menunjukkan suatu sukuan silinder tegak dengan tapak mengufuk $PQRS$. $PSTU$ dan $PQRS$ ialah satah mencancang dan $QRTU$ ialah permukaan melengkung.



Satah ialah permukaan rata pada suatu objek. Terdapat tiga jenis satah iaitu **satah mengufuk**, **satah mencancang** dan **satah condong**.

Rajah di sebelah menunjukkan suatu prisma tegak dengan $ABCD$ ialah satah mengufuk. ABF dan CDE ialah satah mencancang. $BCEF$ dan $ADEF$ ialah satah condong. Garis FM dan EN berserenjang dengan garis AB dan CD masing-masing. Garis FM dan EN juga dikenali sebagai normal kepada satah $ABCD$.



Normal kepada suatu satah ialah garis lurus yang berserenjang atau bersudut tegak dengan sebarang garis pada satah tersebut.

Contoh 1

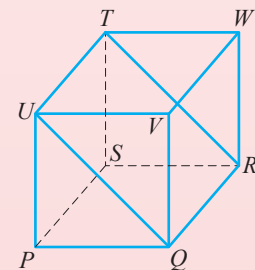
Rajah di sebelah menunjukkan kubus. Nyatakan normal kepada satah berikut.

- (a) $PQRS$ (b) $PSTU$ (c) $RSTW$ (d) $QRTU$

Penyelesaian:

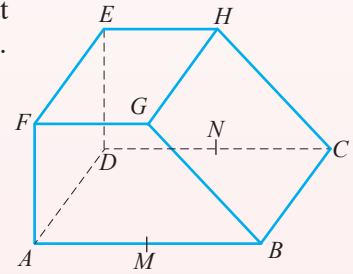
- (a) UP, VQ, WR, TS ←
 (b) QP, RS, WT, VU
 (c) QR, PS, UT, VW
 (d) PV, SW

Susunan huruf untuk menyatakan normal adalah penting. TS bermaksud garis TS berserenjang dengan satah $PQRS$ pada titik S .



Contoh 2

Rajah di sebelah menunjukkan prisma tegak dengan tapak segi empat tepat $ABCD$. M dan N ialah titik tengah AB dan CD masing-masing. Diberi $FG = EH = DN = NC = AM = MB$.



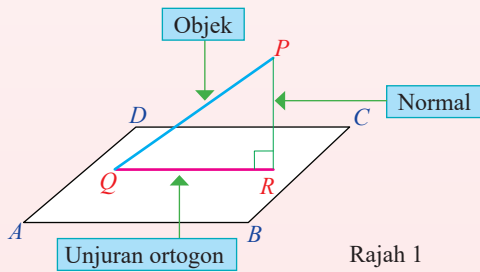
Nyatakan normal kepada satah berikut.

- (a) $ABCD$ (b) $ADEF$

Penyelesaian:

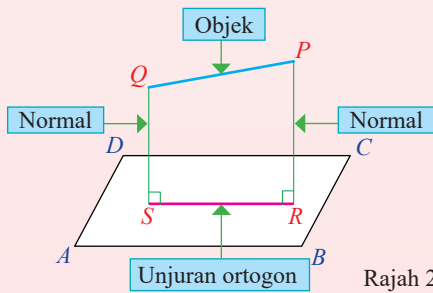
- (a) FA, GM, HN, ED (b) BA, CD, GF, HE

Apakah yang anda faham tentang unjuran ortogon?



Rajah 1

Dalam Rajah 1, PQ ialah satu garis lurus dengan keadaan titik Q berada pada satah mengufuk $ABCD$. PR ialah garis normal kepada satah $ABCD$. Garis lurus RQ yang terletak pada satah $ABCD$ ialah unjuran ortogon bagi garis lurus PQ pada satah $ABCD$.

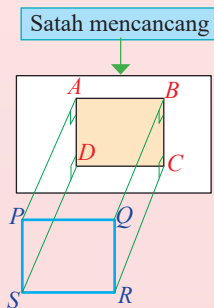


Rajah 2

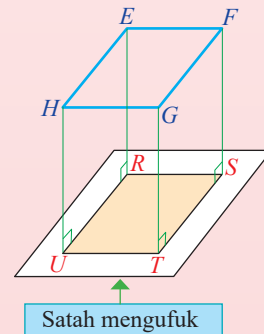
Dalam Rajah 2, garis PR dan QS adalah normal kepada satah $ABCD$. RS ialah unjuran ortogon bagi garis lurus PQ pada satah $ABCD$.

Unjuran ortogon ialah imej yang terbentuk pada suatu satah apabila **unjuran garis** dari objek berserenjang dengan satah tersebut.

Dalam Rajah 1 dan Rajah 2, kita telah melihat unjuran ortogon bagi satu garis. Seterusnya ialah unjuran ortogon bagi satah dua dimensi dan objek tiga dimensi.



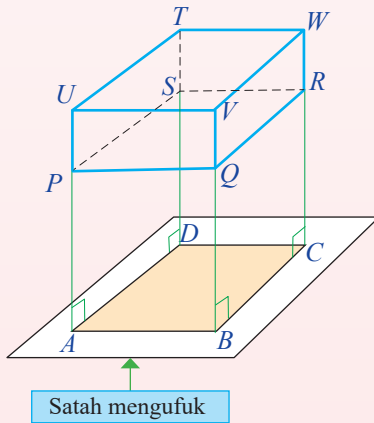
Rajah 3



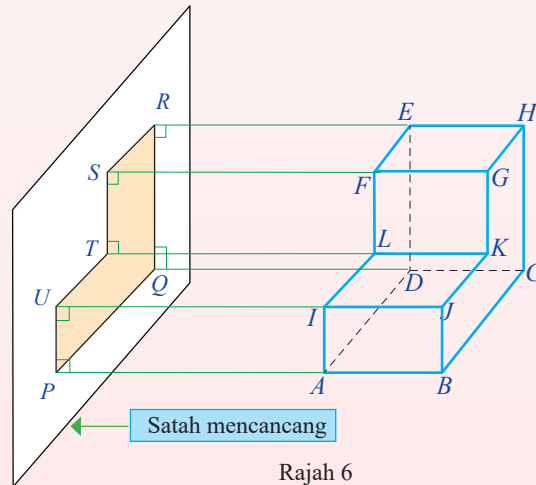
Rajah 4

Dalam Rajah 3, objek $PQRS$ diunjurkan kepada satah mencancang dan dalam Rajah 4 objek $EFGH$ diunjurkan kepada satah mengufuk.

Rajah	Objek	Normal kepada satah	Unjuran ortogon pada satah
Rajah 3	$PQRS$	PA, QB, RC, SD	$ABCD$
Rajah 4	$EFGH$	ER, FS, GT, HU	$RSTU$



Rajah 5



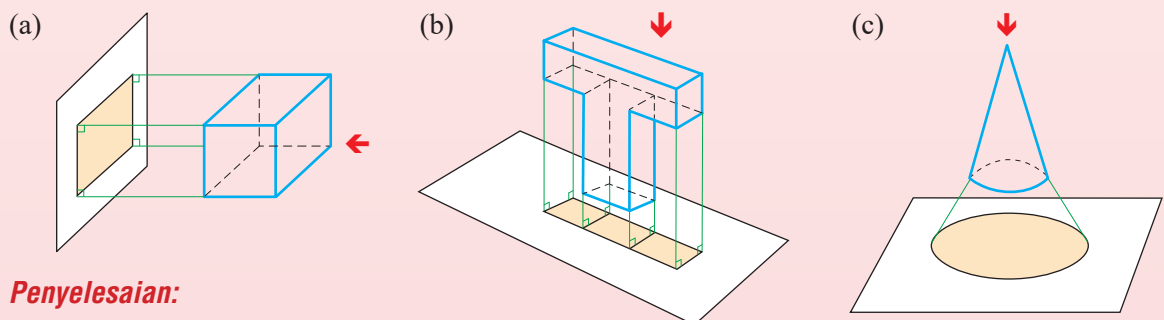
Rajah 6

Dalam Rajah 5, suatu kuboid diunjurkan kepada satah mengufuk dan dalam Rajah 6 suatu prisma tegak dengan permukaan $BCHGKJ$ sebagai keratan rentas seragamnya diunjurkan kepada satah mencancang.

Rajah	Objek	Normal kepada satah	Unjuran ortogon pada satah
Rajah 5	Kuboid	PA, QB, RC, SD	$ABCD$
Rajah 6	Prisma tegak	AP, IU, LT, DQ, FS, ER	$PQRSTU$

Contoh / 3

Setiap rajah berikut menunjukkan unjuran suatu objek pada satah mencancang atau satah mengufuk. Tentukan sama ada unjuran yang terhasil ialah unjuran ortogon atau bukan.



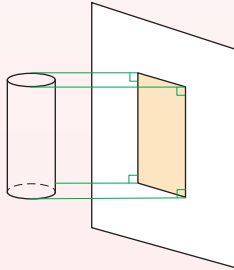
Penyelesaian:

- (a) Ya
- (b) Ya
- (c) Bukan kerana garis yang diunjurkan dari objek kepada satah **bukan normal**.

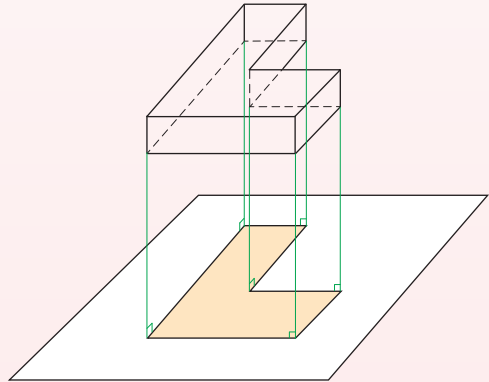
UJI MINDA 7.1a

1. Setiap rajah di bawah menunjukkan objek dan unjurannya kepada suatu satah. Tentukan sama ada unjuran itu ialah unjuran ortogon atau bukan.

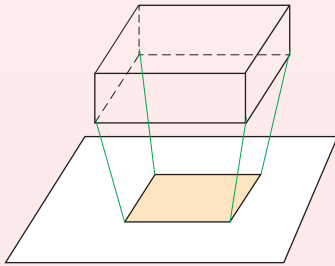
(a)



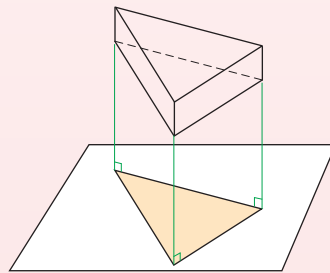
(b)



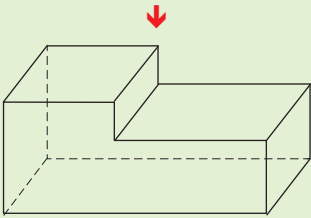
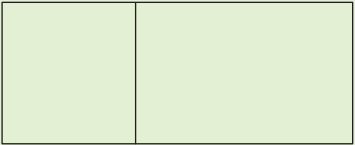
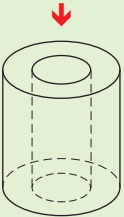
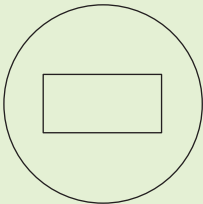
(c)



(d)



2. Seorang murid melihat objek berikut dari arah pandangan yang diberi. Antara kombinasi berikut yang manakah menunjukkan unjuran ortogon yang betul?

Objek	Unjuran ortogon
<p>(a)</p> 	
<p>(b)</p> 	

Bagaimanakah anda melukis unjuran ortogon?

Anda boleh melukis unjuran ortogon suatu objek pada satah mengufuk atau satah mencancang dengan mengikuti langkah-langkah berikut.

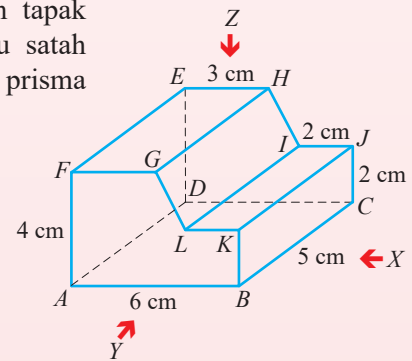
1. Kenal pasti jenis satah dan arah objek perlu diunjurkan.
2. Lukiskan garis normal daripada semua bucu objek tersebut kepada satah. Pastikan garis normal tersebut lurus dan tegak agar panjang sisi unjuran sama seperti panjang sisi objek.
3. Sambungkan titik-titik persilangan normal dengan satah untuk melukis bentuk unjuran ortogon.
4. Lukis semula unjuran ortogon tersebut dengan ukuran yang sebenar. Labelkan semua bucu dan panjang sisi.

Contoh 4

Rajah di sebelah menunjukkan sebuah prisma tegak dengan tapak berbentuk segi empat tepat $ABCD$ yang terletak pada suatu satah mengufuk. Permukaan $ABKLGJ$ ialah keratan rentas seragam prisma tersebut. Sisi-sisi AF dan BK adalah tegak.

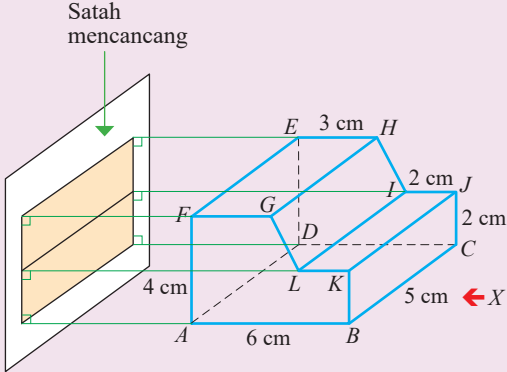
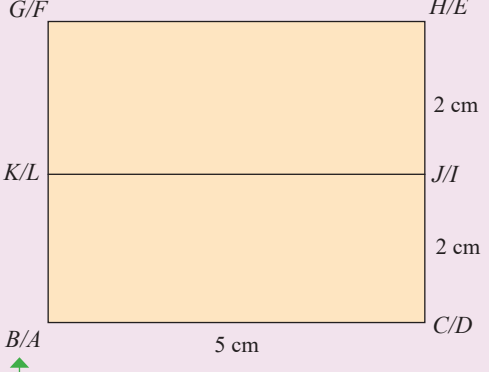
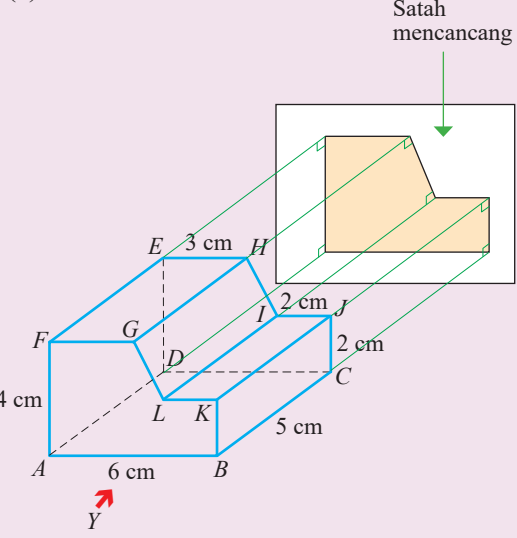
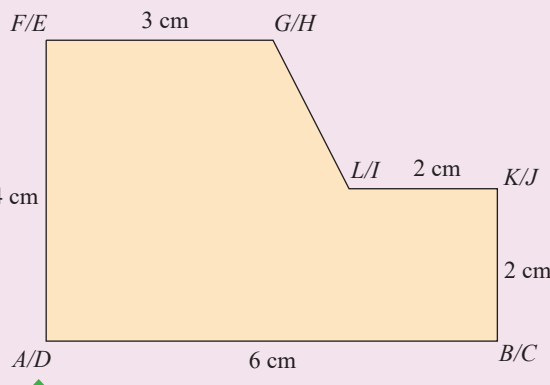
Lukis unjuran ortogon bagi objek tersebut pada

- (a) satah mengufuk sebagaimana dilihat dari arah Z .
- (b) satah mencancang sebagaimana dilihat dari arah X .
- (c) satah mencancang sebagaimana dilihat dari arah Y .



Penyelesaian:

Arah pandangan	Unjuran ortogon
<p>(a)</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>Susunan huruf adalah mengikut arah pandangan. Titik D berada di bawah titik E apabila dipandang dari arah Z.</p> </div>

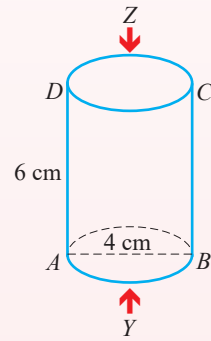
Arah pandangan	Unjuran ortogon
<p>(b)</p> 	 <p>Titik <i>A</i> berada di belakang titik <i>B</i> apabila dilihat dari arah <i>X</i>.</p>
<p>(c)</p> 	 <p>Titik <i>D</i> berada di belakang titik <i>A</i> apabila dilihat dari arah <i>Y</i>.</p>

Contoh 5

Rajah di sebelah menunjukkan objek berbentuk silinder yang terletak pada suatu satah mengufuk. Diberi diameter silinder ialah 4 cm dan tingginya 6 cm.

Lukis unjuran ortogon objek silinder tersebut pada

- (a) satah mengufuk sebagaimana dilihat dari arah Z .
- (b) satah mencancang sebagaimana dilihat dari arah Y .

**Penyelesaian:**





Arah pandangan	Unjuran ortogon
<p>(a)</p>	
<p>(b)</p>	

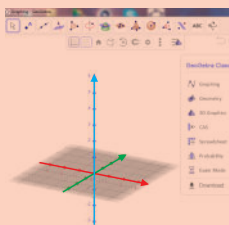
Cetusan Minda 1 Berkumpulan

Tujuan: Menentukan unjuran ortogon suatu objek.

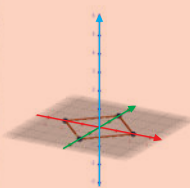
Bahan: Perisian dinamik, kertas lukisan.

Langkah:

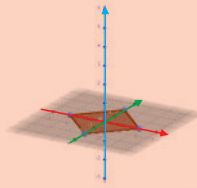
1. Buka pada *View*  dan pilih *3D graphics*.
2. Pilih bentuk piramid .
3. Paparan asas terbentuk (Rajah 1).
4. Seret pengelonsor ke paparan dan pilih empat titik iaitu:
 - (a) Titik $(-2, 0)$ pada garisan merah.
 - (b) Titik $(-2, 0)$ pada garisan hijau.
 - (c) Titik $(2, 0)$ pada garisan merah.
 - (d) Titik $(2, 0)$ di garisan hijau dan sambungkan ke titik permulaan $(-2, 0)$ di garisan merah (Rajah 2).
5. Paparan akan menunjukkan bentuk berwarna coklat (Rajah 3).
6. Seretkan pengelonsor hingga ke atas pada garisan biru $(0, 4)$ (Rajah 4).
7. Pilih *icon rotate 3D*,  pilih *view in front of* .
8. Letakkan anak panah pada hujung atas garis biru untuk melihat unjuran ortogon pada satah mengufuk (Rajah 5).



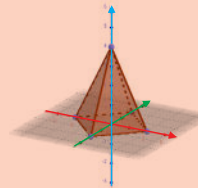
Rajah 1



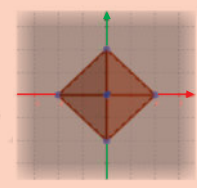
Rajah 2



Rajah 3



Rajah 4




Rajah 5

9. Ulangi langkah 8 pada garis merah dan garis hijau untuk melihat unjuran ortogon pada satah mencancang.
10. Lukiskan unjuran ortogon yang terhasil pada langkah 8 dan 9 dalam jadual yang diberi.
11. Pilih fail baru. Bina bentuk 3D lain dan lukiskan unjuran ortogon dari arah pandangan yang berlainan.







Hasil Dapatan

Piramid 	Unjuran ortogon
Pandangan pada satah mengufuk dilihat dari garis biru	
Pandangan pada satah mencancang dilihat dari garis merah	
Pandangan pada satah mencancang dilihat dari garis hijau	

Perbincangan:

Bincangkan bentuk unjuran ortogon yang terhasil berbanding bentuk sebenar objek.

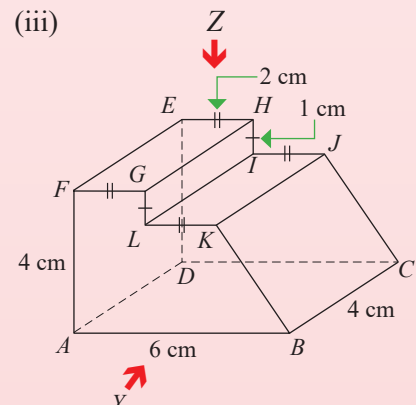
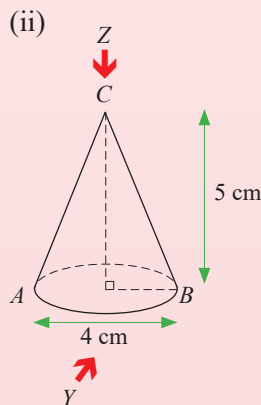
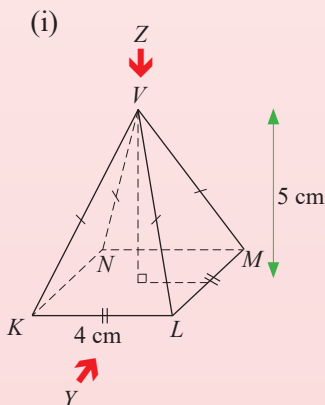
Hasil daripada Cetusan Minda 1, didapati bahawa;

Piramid 	Unjuran ortogon
Pandangan pada satah mengufuk dilihat dari garis biru	
Pandangan pada satah mencancang dilihat dari garis merah	
Pandangan pada satah mencancang dilihat dari garis hijau	

UJI MINDA 7.1b

1. Setiap objek di bawah terletak pada suatu satah mengufuk. Lukis unjuran ortogon bagi setiap objek tersebut pada

- satah mengufuk sebagaimana dilihat dari arah Z.
- satah mencancang sebagaimana dilihat dari arah Y.



Bagaimanakah anda membanding dan membeza objek dengan unjurannya?

STANDARD PEMBELAJARAN

Membanding dan membeza antara objek dan unjuran ortogon yang sepadan.

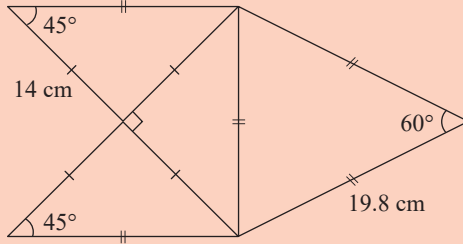
Cetusan Minda 2 Berkumpulan

Tujuan: Membanding dan membeza suatu objek dengan unjuran ortogon dari segi panjang sisi tepi dan saiz sudut.

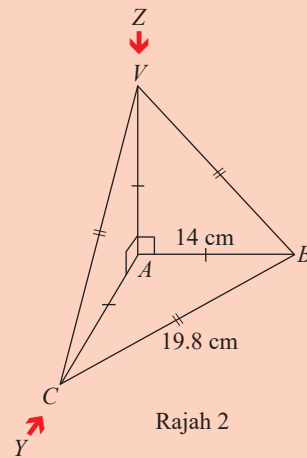
Bahan: Kadbod, pensel, gunting, pelekat dan kertas lukisan.

Langkah:

1. Lukis pada kadbod bentuk berikut mengikut ukuran yang diberi (Rajah 1).
2. Gunting bentuk pada Rajah 1 dan gunakan pita pelekat untuk membina prisma tegak (Rajah 2).



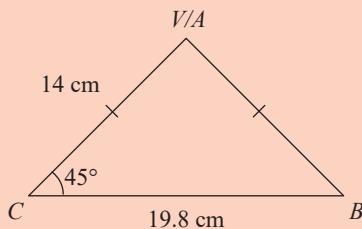
Rajah 1



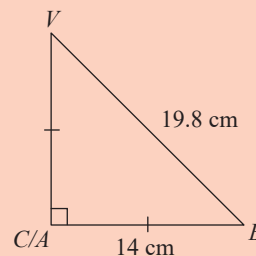
Rajah 2

3. Lukis unjuran ortogon untuk bentuk prisma tegak yang anda bina pada satah mengufuk sebagaimana dilihat dari arah Z dan pada satah mencancang sebagaimana dilihat dari arah Y.
4. Hasil unjuran ortogon kepada satah mengufuk dan satah mencancang adalah seperti berikut:

Unjuran dari arah Z
(Satah mengufuk)



Unjuran dari arah Y
(Satah mencancang)



5. Ukur setiap panjang, sisi dan sudut bagi kedua-dua unjuran ortogon yang anda lukis. Lengkapkan jadual di bawah.

Panjang sisi	Objek	Unjuran dari arah Z	Sudut	Objek	Unjuran dari arah Z
AC	14 cm	14 cm	$\angle VCB$	60°	45°
AB			$\angle VBC$		
BC	19.8 cm	19.8 cm	$\angle BAC$	90°	90°
VC	19.8 cm	14 cm	$\angle CAB$		
VB					

Panjang sisi	Objek	Unjuran dari arah Y	Sudut	Objek	Unjuran dari arah Y
AV	14 cm	14 cm	$\angle VCB$	60°	90°
AB			$\angle VBC$	60°	45°
BC	19.8 cm	14 cm	$\angle CVB$		
VC			$\angle AVB$	45°	45°
VB	19.8 cm	19.8 cm			

Perbincangan:

Adakah semua panjang sisi dan saiz sudut unjuran ortogon sama seperti objek? Bincangkan.

Hasil daripada Cetusan Minda 2, didapati bahawa;

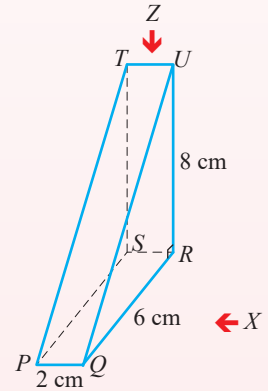
- Bagi unjuran ortogon pada satah mengufuk dari arah Z, panjang sisi AC , AB dan BC serta $\angle BAC$, $\angle ACB$ dan $\angle ABC$ tidak berubah.
- Bagi unjuran ortogon pada satah mencancang dari arah Y, panjang sisi AV , AB dan VB serta $\angle AVB$ dan $\angle ABV$ tidak berubah.

Secara generalisasi,

Panjang sisi dan saiz sudut pada unjuran ortogon suatu objek berbeza mengikut arah pandangan.

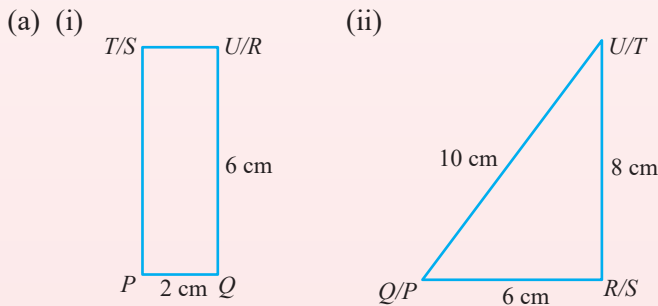
Contoh 6

Rajah di sebelah menunjukkan prisma tegak dengan tapak segi empat tepat $PQRS$ terletak pada suatu satah mengufuk. Satah URQ ialah keratan rentas seragam objek.



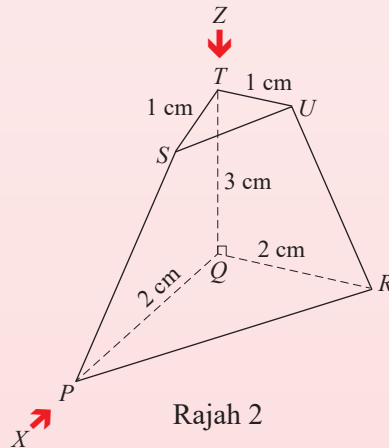
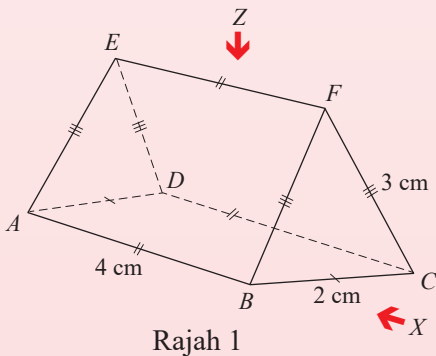
- (a) Lukiskan dengan skala penuh unjuran ortogon prisma itu pada
- satah mengufuk sebagaimana dilihat dari arah Z .
 - satah mencancang sebagaimana dilihat dari arah X .
- (b) Nyatakan kesimpulan anda tentang panjang sisi dan saiz sudut di antara objek dengan unjuran ortogon masing-masing. Jelaskan kesimpulan anda.

Penyelesaian:



- (b) (i) Panjang sisi TU , SR , PQ , PS dan QR serta saiz sudut tegak tidak berubah pada unjuran ortogon sebagaimana dari arah Z . Panjang sisi TP dan UQ berubah.
- (ii) Panjang sisi TP , UQ , PS , QR , TS dan UR serta saiz semua sudut tidak berubah pada unjuran ortogon sebagaimana dilihat dari arah X .

UJI MINDA 7.1c



1. (a) Rajah 1 dan Rajah 2 di atas menunjukkan dua prisma tegak yang terletak pada satah mengufuk. Lukiskan dengan skala penuh unjuran ortogon kedua-dua prisma tersebut pada
- satah mengufuk sebagaimana dilihat dari arah Z .
 - satah mencancang sebagaimana dilihat dari arah X .
- (b) Nyatakan kesimpulan anda tentang panjang sisi dan saiz sudut antara objek dengan unjuran ortogon bagi Rajah 1 dan Rajah 2. Jelaskan kesimpulan anda.

Apakah itu pelan dan dongakan?

Anda telah pelajari bahawa unjuran ortogon suatu objek atau pepejal boleh dilukis pada satah mengufuk dan satah mencancang.

Unjuran ortogon pada **satah mengufuk** yang dilihat dari pandangan atas dikenali sebagai **pelan**. **Unjuran ortogon** pada **satah mencancang** yang dilihat dari pandangan sisi atau pandangan depan dikenali sebagai **dongakan**. Lukisan unjuran ortogon yang memberi maklumat tepat berkaitan reka bentuk dan saiz suatu objek.

STANDARD PEMBELAJARAN

Melukis pelan dan dongakan suatu objek mengikut skala.

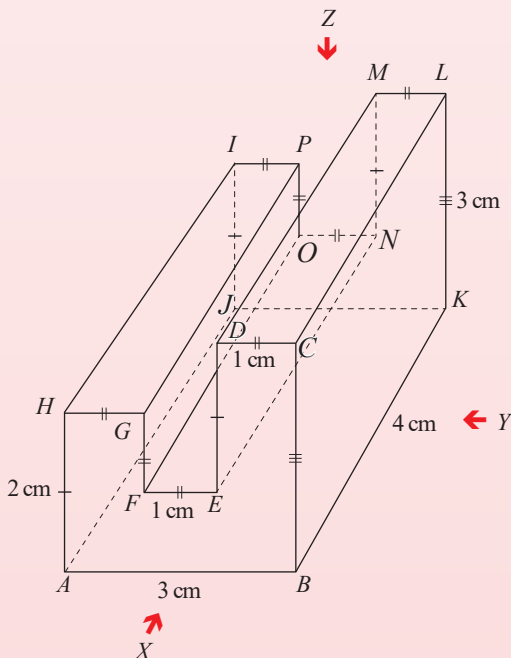
TIP

Skala penuh bermaksud ukuran sebenar.

Bagaimanakah anda melukis pelan dan dongakan suatu objek mengikut skala?

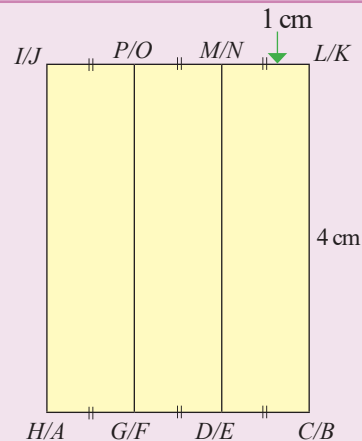
Rajah di bawah menunjukkan prisma tegak dengan tapak berbentuk segi empat tepat $ABKJ$ terletak pada suatu satah mengufuk. $ABCDEFGH$ ialah keratan rentas seragam prisma tersebut. Sisi AH , FG , ED dan BC adalah tegak. Pelan prisma tegak tersebut boleh dilukis seperti yang dilihat dari arah Z dan dongakan objek tersebut boleh dilukis seperti yang dilihat dari arah X dan arah Y . Lukisan pelan dan dongakan hendaklah dilukis mengikut skala penuh.

Prisma tegak (objek)



Pelan

Sebagaimana dilihat dari arah Z iaitu pandangan dari atas.



Nota:

Semua sisi dilukis dengan **garis padu** kerana dapat dilihat dari pandangan atas.

Dongakan depan
 Sebagaimana dilihat dari arah X .

Nota:
 Semua sisi dilukis dengan **garis padu** kerana dapat dilihat dari pandangan mata sebagaimana dilihat dari arah X .

Dongakan sisi
 Sebagaimana dilihat dari arah Y .

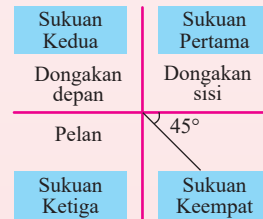
Nota:
 Garis GP , HI , EN dan FO dilukis dengan **garis sempang** kerana sisi tersebut terlindung dari pandangan mata sebagaimana dilihat dari arah Y .

Lukisan pelan, dongakan depan dan dongakan sisi suatu objek juga boleh dilukis secara gabungan pada sehelai kertas yang dibahagikan kepada empat sukuan. Berikut adalah antara dua kaedah yang lazim digunakan.

Kaedah 1



Kaedah 2



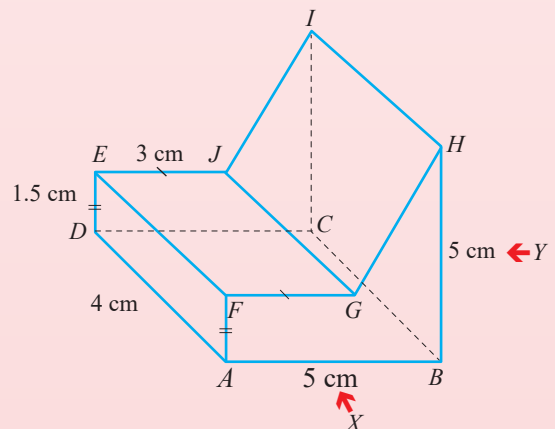
Kedudukan dongakan depan adalah pada bahagian atas pelan. Dongakan sisi dilukis pada bahagian kiri atau bahagian kanan dongakan depan, mengikut arah pandangan.

Dalam kaedah 1, pandangan sisi adalah dari kanan ke kiri seperti dalam contoh 7. Maka, kedudukan dongakan ini adalah di sebelah kiri dongakan depan seperti kaedah 1. Manakala dalam kaedah 2, pandangan sisi adalah dari kiri ke kanan seperti dalam contoh 8. Maka, kedudukan dongakan ini adalah di sebelah kanan dongakan depan seperti kaedah 2.

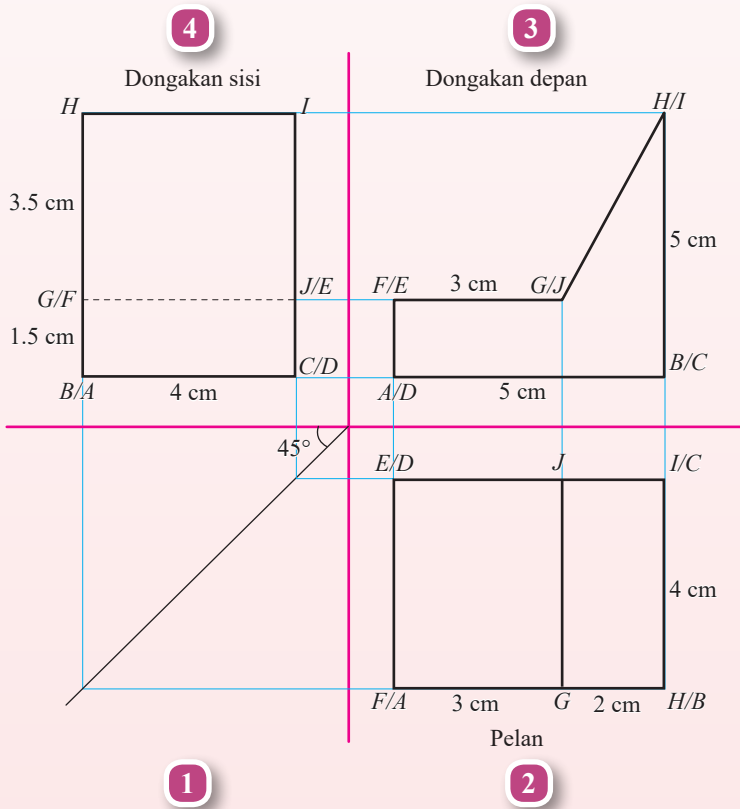
Contoh 7

Rajah di sebelah menunjukkan prisma tegak dengan tapak berbentuk segi empat tepat $ABCD$ terletak pada suatu satah mengufuk. $ABHG$ ialah keratan rentas seragam prisma tersebut. Sisi-sisi AF dan BH adalah tegak. Lukis dengan skala penuh

- pelan prisma.
- dongakan prisma dari arah X .
- dongakan prisma dari arah Y .



Penyelesaian:



Langkah-langkah:

- 1 Arah dongakan sisi (arah Y) adalah ke kiri, maka kedudukan dongakan sisi pada sukuan kedua.
- 2 Lukiskan pelan dengan skala penuh pada sukuan keempat.
- 3 Unjurkan sisi pelan dengan garis pada halus ke sukuan pertama sebagai panduan untuk melukis dongakan depan (arah X).
- 4 Unjurkan sisi unjuran depan dan pelan sehingga ke sukuan kedua untuk melukis dongakan sisi.

TIP

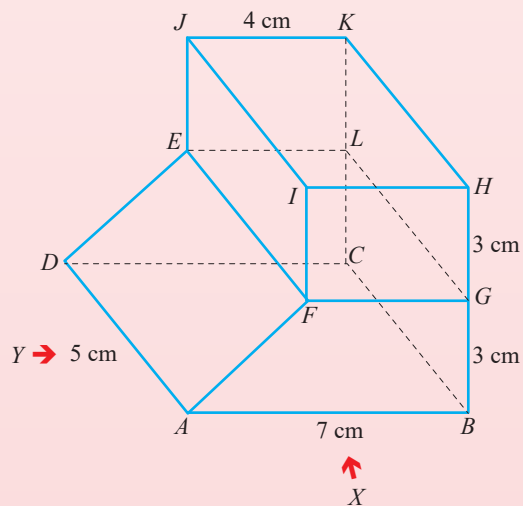
Panduan melukis pelan dan dongakan.

- ◆ Garis padu **tebal** untuk sisi yang nampak.
- ◆ Garis **sempang** untuk sisi terlindung.
- ◆ Garis padu **halus** untuk garis binaan.

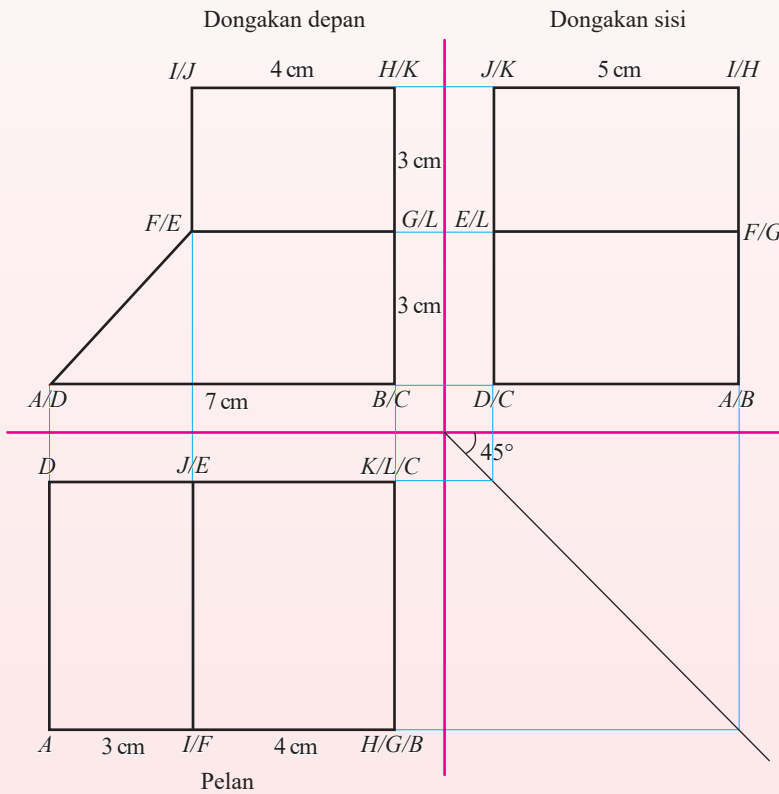
Contoh 8

Rajah di sebelah menunjukkan gabungan kuboid dan prisma tegak dengan tapak berbentuk segi empat tepat $ABCD$ yang terletak pada suatu satah mengufuk. $ABGHIF$ ialah keratan rentas seragam objek. Sisi-sisi BH dan FI adalah tegak. Lukis dengan skala penuh

- (a) pelan objek.
- (b) dongakan objek dari arah X .
- (c) dongakan objek dari arah Y .



Penyelesaian:



TIP

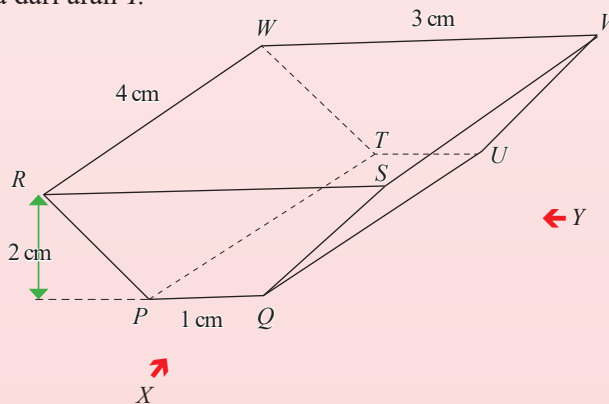
Arah dongakan sisi (arah Y) adalah dari kiri ke kanan, maka kedudukan dongakan sisi adalah pada sukuan pertama.

SUDUT DISKUSI

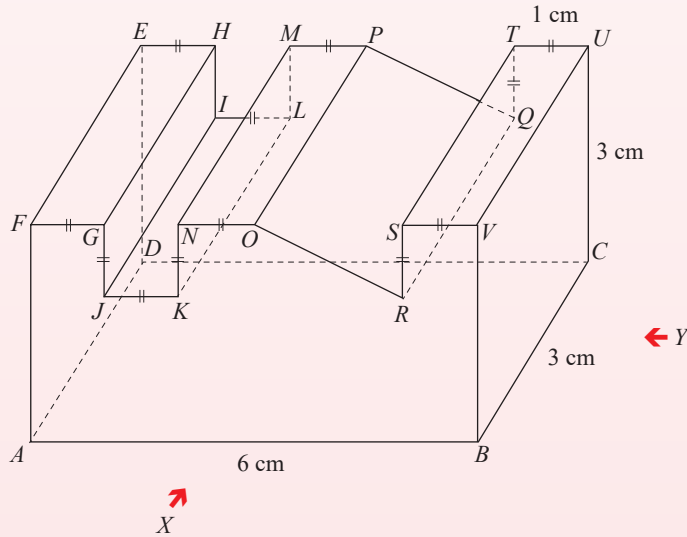
Dalam mata pelajaran Reka Bentuk dan Teknologi (RBT), pelan dan dongakan suatu objek dilukis dengan kaedah unjuran ortografik. Adakah kaedah tersebut sama dengan kaedah yang anda gunakan dalam bab ini? Bincangkan.

UJI MINDA 7.2a

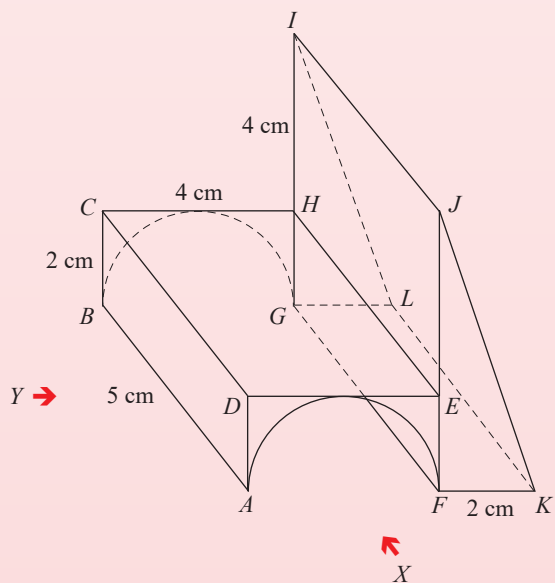
- Rajah di bawah menunjukkan prisma dengan tapak segi empat tepat $PQUT$ terletak pada suatu satah mengufuk. $PQSR$ ialah keratan rentas seragam prisma tersebut. Lukis dengan skala penuh
 - pelan prisma.
 - dongakan prisma dari arah X .
 - dongakan prisma dari arah Y .



2. Rajah di bawah menunjukkan suatu bongkah dengan tapak segi empat tepat $ABCD$ terletak pada suatu satah mengufuk. $ABVSRONKJGF$ ialah keratan rentas seragam bongkah tersebut. Sisi-sisi AF, JG, KN, RS dan BV adalah tegak. Lukis dengan skala penuh
- pelan objek.
 - dongakan objek dari arah X .
 - dongakan objek dari arah Y .



3. Rajah di bawah menunjukkan gabungan kuboid dan prisma tegak terletak pada suatu satah mengufuk. Sebuah semi silinder dikeluarkan dari kuboid tersebut. $ADEFKJ$ ialah keratan rentas seragam objek. Sisi-sisi AD dan FEJ adalah tegak. Lukis dengan skala penuh
- pelan objek.
 - dongakan objek dari arah X .
 - dongakan objek dari arah Y .



Bagaimanakah anda mensintesis pelan dan dongakan suatu objek dan melakar objek tersebut?

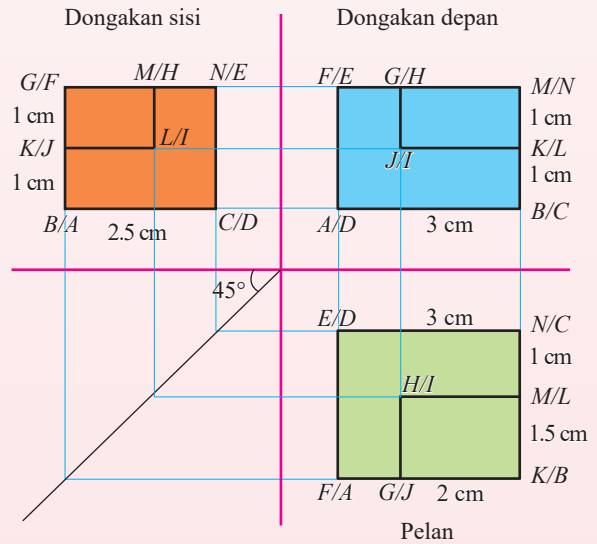
STANDARD PEMBELAJARAN

Mensintesis pelan dan dongakan suatu objek dan melakar objek tersebut.

Lukisan pelan dan dongakan pada empat sukuan yang dihubungkan antara satu dengan lain boleh digunakan untuk melakar bentuk tiga dimensi objek tersebut dengan mudah.

Contoh 9

Rajah di sebelah menunjukkan pelan, dongakan depan dan dongakan sisi bagi sebuah prisma tegak dengan tapak berbentuk segi empat tepat. Suatu bongkah berbentuk kuboid telah dikeluarkan dari prisma tersebut. Lakar bentuk tiga dimensi prisma tersebut.

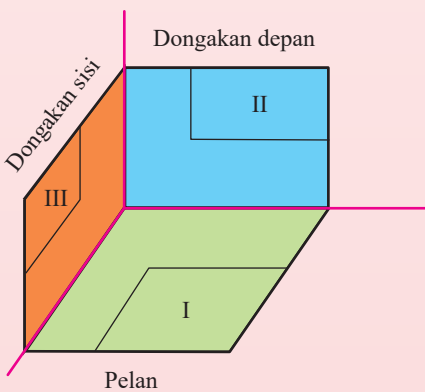


Penyelesaian:

Kedudukan dongakan sisi adalah di sukuan kedua. Maka, pandangan dongakan sisi adalah dari arah kanan.

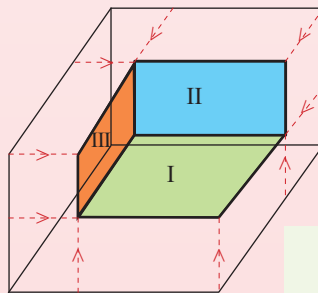
Langkah 1

Lakarkan ketiga-tiga unjuran ortogon yang diberi pada satah yang berkaitan dengan menggunakan ukuran sebenar. Permukaan yang bertanda I, II dan III adalah permukaan bongkah kuboid.



Langkah 2

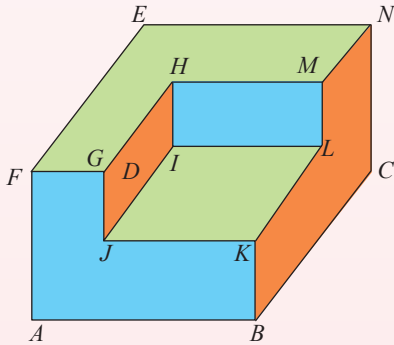
Unjurkan permukaan I, II dan III supaya bertemu seperti rajah di bawah.



Imbas QR Code atau layari <http://yakini-pelajar.com/Bab%207%video/> untuk menonton video tentang lukisan unjuran ortografik yang menggunakan perisian dinamik.

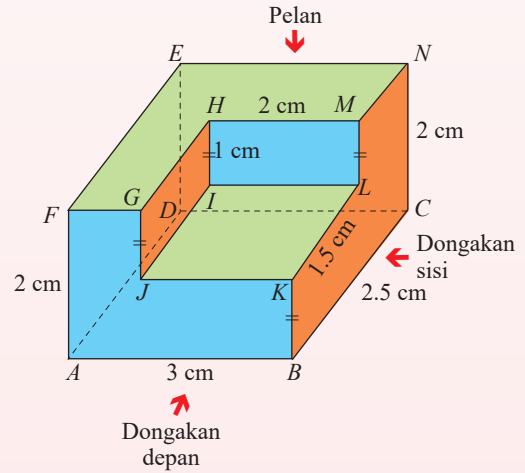
Langkah 3

Lakarkan objek dan labelkan bucu-bucu berkaitan dengan huruf dalam unjuran mengikut warna masing-masing.



Langkah 4

Lengkapkan lakaran objek dengan melabelkan panjang sisi.

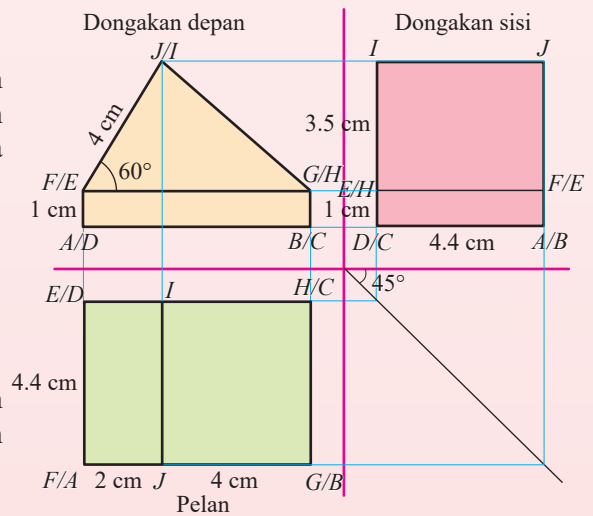


Contoh 10

Rajah di sebelah menunjukkan pelan, dongakan depan dan dongakan sisi bagi gabungan sebuah kuboid dan prisma tegak. Lakar bentuk tiga dimensi gabungan objek tersebut.

Penyelesaian:

Kedudukan dongakan sisi adalah di sukuan pertama. Maka, pandangan dongakan sisi adalah dari kiri ke kanan.

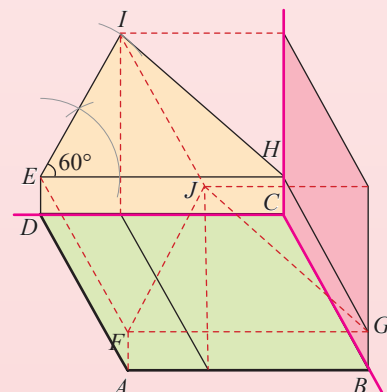


Langkah 1

Lakarkan ketiga-tiga unjuran ortogon yang diberi pada satah yang berkaitan dengan menggunakan ukuran yang sebenar. Soalan ini mengandungi sudut 60° pada permukaan berbentuk segi tiga. Maka, sudut 60° mesti dibina dengan kaedah yang betul.

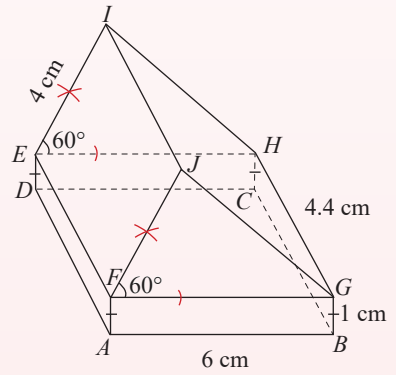
Langkah 2

Sambungkan bucu-bucu untuk menghasilkan objek gabungan. Labelkan bucu mengikut unjuran.



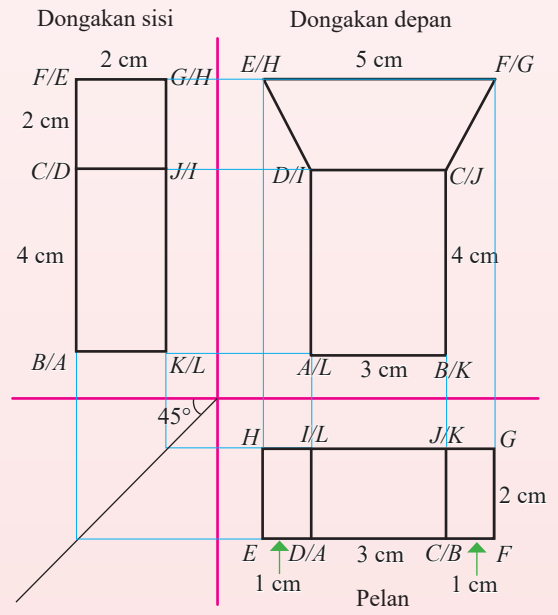
Langkah 3

Lukis gabungan objek dengan ukuran yang tepat dan labelkan bucu dan panjang sisi.

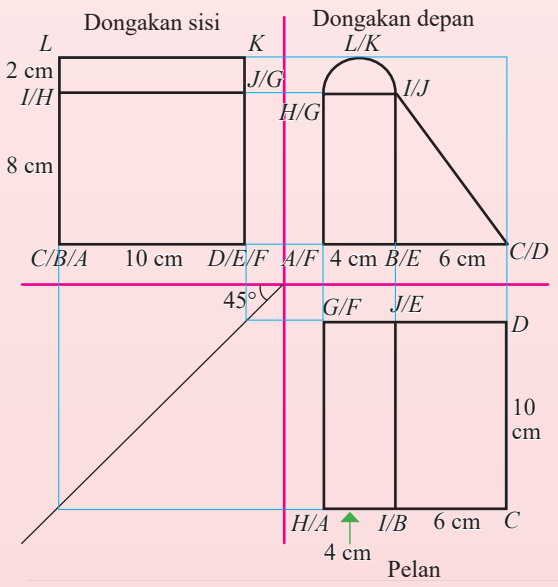


UJI MINDA 7.2b

1. Rajah di sebelah menunjukkan pelan, dongakan depan dan dongakan sisi bagi gabungan sebuah kuboid dan prisma tegak. Lakar bentuk tiga dimensi gabungan objek tersebut.



2. Rajah di sebelah menunjukkan pelan, dongakan depan dan dongakan sisi gabungan kuboid, prisma tegak dan semi silinder. Lakar bentuk tiga dimensi gabungan objek tersebut.



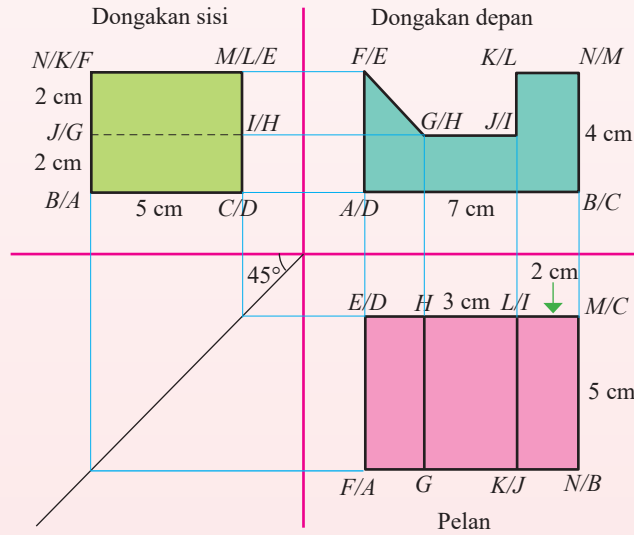
Bagaimanakah anda menyelesaikan masalah yang melibatkan pelan dan dongakan?

STANDARD PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan pelan dan dongakan.

Contoh 11

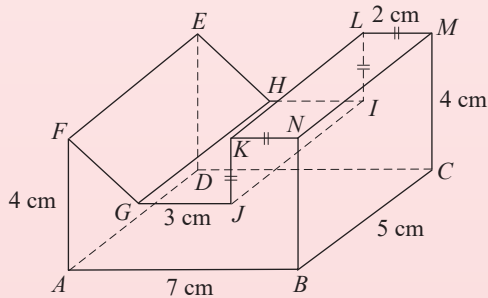
Rajah di bawah menunjukkan pelan, dongakan depan dan dongakan sisi sisi suatu prisma tegak.



- Lukis dengan skala penuh prisma tegak tersebut.
- Nyatakan panjang sisi FG , dalam cm, betul kepada satu tempat perpuluhan.
- Pada asalnya, prisma tersebut merupakan sebuah kuboid dengan ukuran $7 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$. Hitung isi padu prisma tegak $EFGHIJKL$, dalam cm^3 , yang telah dikeluarkan dari kuboid tersebut.
- Nyatakan nisbah isi padu prisma tegak yang dikeluarkan berbanding dengan prisma tegak yang anda lukis di dalam soalan (a).

Penyelesaian:

(a)



(b) $FG = 2.8 \text{ cm}$

(c) Isi padu prisma yang dikeluarkan
 $= \frac{1}{2}(2 \text{ cm})(3 + 5) \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$
 $= 40 \text{ cm}^3$

(d) Isi padu prisma tegak yang diunjurkan
 $= \text{Isi padu kuboid} - \text{isi padu prisma } EFGHIJKL$
 $= (7 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}) - 40 \text{ cm}^3$
 $= 140 \text{ cm}^3 - 40 \text{ cm}^3$
 $= 100 \text{ cm}^3$

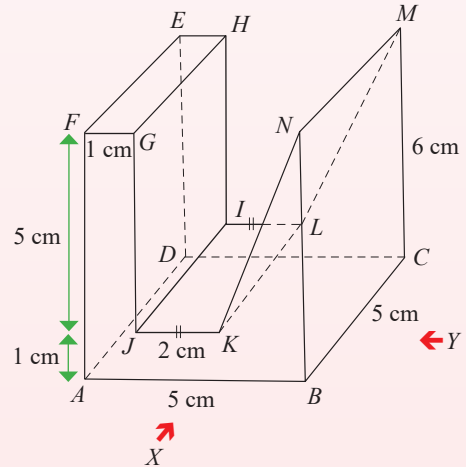
Maka, nisbah
 $40 : 100$
 $2 : 5$

UJI MINDA 7.2c

1. Rajah di bawah menunjukkan sebuah prisma tegak dengan tapak segi empat sama $ABCD$ terletak pada suatu satah mengufuk. $ABNKJGF$ ialah keratan rentas seragam prisma tersebut.



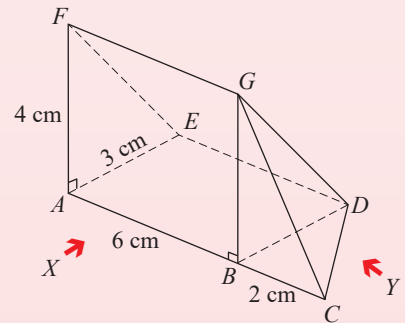
- (a) Lukiskan dengan skala penuh
 - (i) pelan prisma tersebut.
 - (ii) dongakan pada satah mencancang selari dengan AB dari arah X .
 - (iii) dongakan pada satah mencancang selari dengan BC dari arah Y .
- (b) Prisma tegak ini merupakan hasil daripada sebuah kuboid dengan ukuran $5\text{ cm} \times 5\text{ cm} \times 6\text{ cm}$. Sebuah prisma tegak lain $GJKNMLIH$ telah dikeluarkan daripada kuboid. Hitung
 - (i) isi padu prisma yang dikeluarkan.
 - (ii) nisbah isi padu prisma $GJKNMLIH$ dengan isi padu prisma yang tinggal.



2. Rajah di bawah menunjukkan gabungan sebuah prisma tegak dengan tapak berbentuk segi empat tepat dan sebuah piramid tegak dengan tapak berbentuk segi tiga terletak pada suatu satah mengufuk. Sisi-sisi AF dan BG adalah tegak.



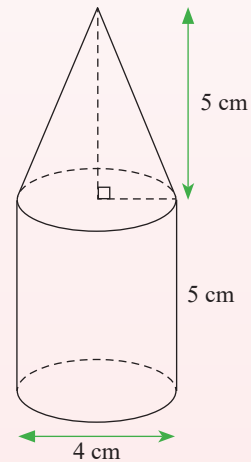
- (a) Lukiskan dengan skala penuh
 - (i) pelan gabungan prisma tersebut.
 - (ii) dongakan pada satah mencancang selari dengan AC dari arah X .
 - (iii) dongakan pada satah mencancang selari dengan BD dari arah Y .
- (b) Ukur panjang CD , CG dan DG pada pelan, dongakan X dan dongakan Y .
- (c) Gunakan cara lain untuk menghitung panjang CD , CG dan DG objek asal. Adakah jawapan anda sama dengan nilai di soalan (b)? Terangkan.
- (d) Unjuran ortogon manakah yang mempamerkan nilai sebenar $\angle AEF$, $\angle AFE$, $\angle BCG$, $\angle BGC$, $\angle BCD$ dan $\angle BDC$?



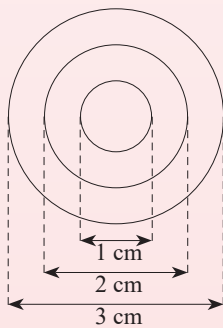


Uji Diri

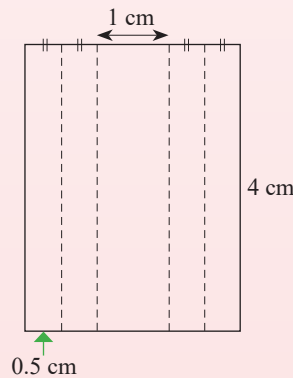
- Rajah di sebelah menunjukkan gabungan silinder dan kon yang terletak pada suatu meja mengufuk. Nyatakan sama ada pernyataan berikut benar atau palsu berkaitan unjuran ortogon gabungan objek tersebut.
 - Pelan berbentuk bulatan berdiameter 4 cm dengan satu titik di tengah bulatan tersebut.
 - Unjuran ortogon dongakan adalah kongruen dari semua arah.
 - Panjang sisi sendeng kon pada dongakan sisi adalah kurang daripada 5 cm.
 - Tiada ada permukaan melengkung pada dongakan depan.



- Rajah di bawah menunjukkan pelan dan dongakan bagi suatu objek gabungan. Huraikan reka bentuk asal objek gabungan tersebut.



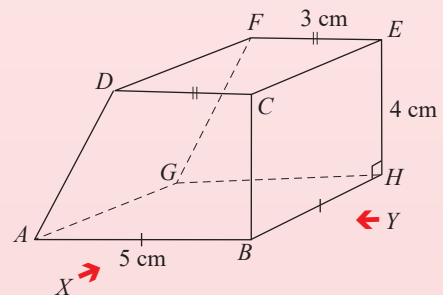
Pelan



Dongakan

Mahir Diri

- Rajah di sebelah menunjukkan sebuah prisma tegak dengan tapak berbentuk segi empat sama $ABHG$ terletak pada suatu satah mengufuk. $ABCD$ ialah keratan rentas seragam prisma itu.
 - Lukiskan dengan skala penuh
 - planel prisma tersebut.
 - dongakan prisma dari arah X .
 - dongakan prisma dari arah Y .
 - Ukur panjang sisi AD dan $\angle ADC$ pada unjuran yang merupakan keratan rentas seragam prisma.



2. Rajah di sebelah menunjukkan gabungan prisma tegak dan kuboid terletak pada suatu satah mengufuk. Sisi-sisi AD, FG, BC dan KJ adalah tegak.

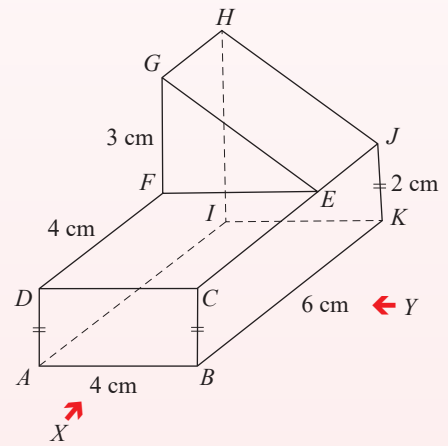
(a) Lukis dengan skala penuh

(i) pelan objek.

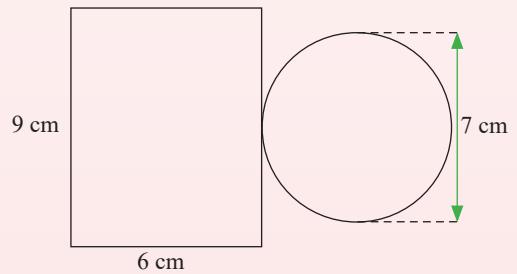
(ii) dongakan dari arah X .

(iii) dongakan dari arah Y .

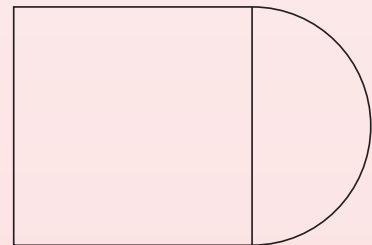
(b) Hitung isi padu, dalam cm^3 , gabungan pepejal tersebut.



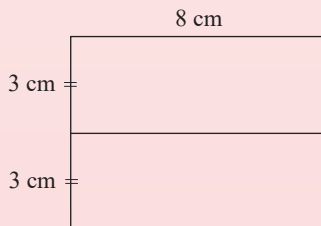
3. Rajah di sebelah menunjukkan pelan gabungan kuboid dan silinder tegak. Jika tinggi kuboid dan silinder ialah 5 cm, hitung isi padu gabungan pepejal dalam cm^3 .



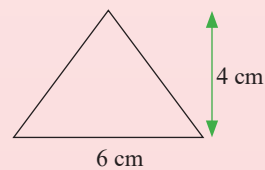
4. Rajah di sebelah menunjukkan pelan bagi gabungan suatu kubus dan semi silinder. Diberi lilitan pelan semi silinder ialah 11 cm dan tinggi semi silinder adalah sama dengan panjang sisi kubus. Hitung isi padu gabungan pepejal tersebut, dalam cm^3 .



5. Rajah di bawah menunjukkan pelan dan dongakan depan suatu prisma. Hitung isi padu prisma tersebut dalam cm^3 .



Pelan

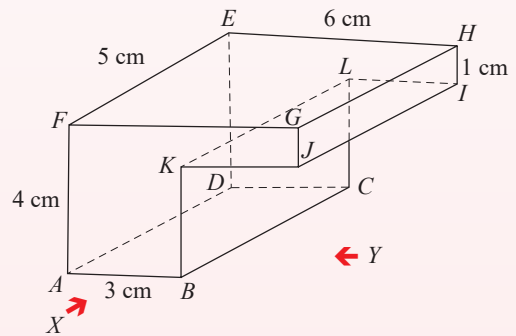


Dongakan depan

Masteri Kendiri



1. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah prisma tegak dengan tapak segi empat tepat $ABCD$ terletak pada suatu satah mengufuk, sisi-sisi AF , BK dan JG adalah tegak.

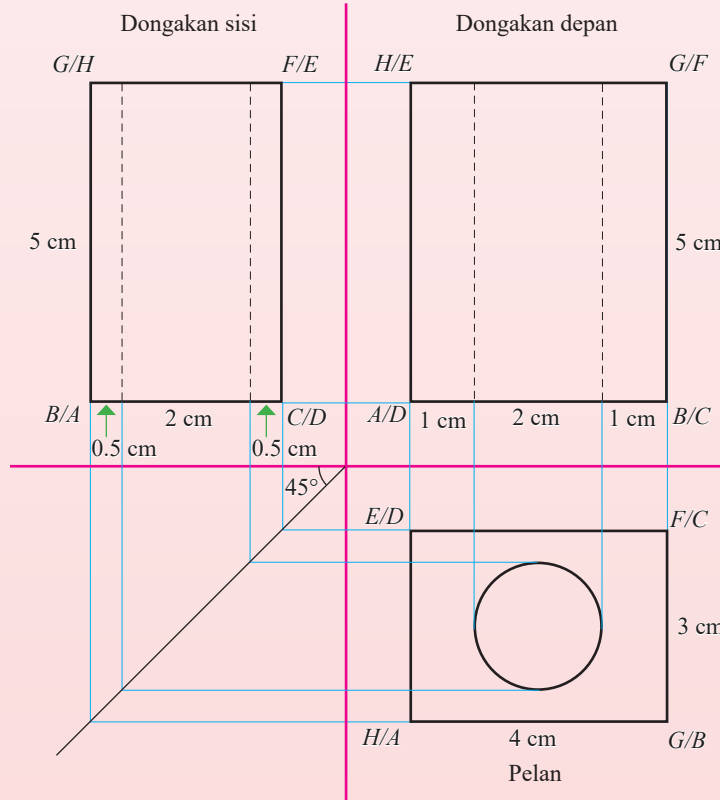


- Lukis pada skala penuh
 - pelan prisma tersebut.
 - dongakan pada satah mencancang selari dengan AB dari arah X .
 - dongakan pada satah mencancang selari dengan BC dari arah Y .
- Objek tersebut perlu diperkukuh agar tapak objek sama dengan bentuk pelan. Berapakah isi padu objek baru yang perlu ditambah?
- Jika kos 1 cm^3 objek baru ialah RM2.20, hitung jumlah kos untuk membina keseluruhan gabungan objek.



2. Rajah di bawah menunjukkan pelan, dongakan depan dan dongakan sisi bagi suatu kuboid yang berlubang. Lubang tersebut berbentuk silinder tegak.

- Lakar bentuk tiga dimensi objek tersebut.
- Hitung isi padu objek tersebut.



STEM

Tujuan: Membina pondok belajar.

Arahan:

1. Jalankan aktiviti ini secara berkumpulan.
2. Cadangkan pembinaan satu pondok belajar tertutup pada ruang $5 \text{ m} \times 5 \text{ m}$.
3. Cadangan anda perlulah mengambil kira perkara-perkara berikut:
 - (a) Penggunaan cahaya matahari maksimum pada waktu siang.
 - (b) Peredaran udara yang cukup.
 - (c) Mesra alam dan kondusif.
 - (d) Kos pembinaan yang minimum.
4. Buat laporan bergambar dengan menggunakan multimedia tentang cadangan kumpulan anda.



PROJEK

Rumah impian saya

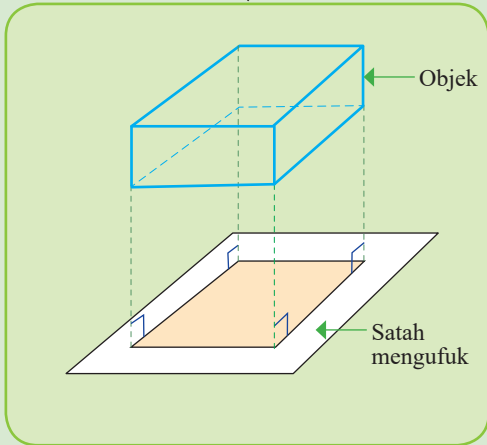
1. Lukis rumah impian anda dengan skala yang sesuai dengan menggunakan lukisan berskala yang telah anda pelajari.
2. Lukis pelan, dongakan depan dan dongakan sisi rumah tersebut.
3. Buat model rumah impian anda berpandukan lukisan berskala, pelan dan dongakan yang telah dilukis.
4. Dapatkan maklumat bahan-bahan binaan yang diperlukan daripada pelbagai sumber berdasarkan keluasan rumah yang ingin anda bina.
5. Hitung anggaran kos untuk membina rumah impian anda.
6. Pamerkan model rumah anda dan bentangkan kajian yang anda lakukan.



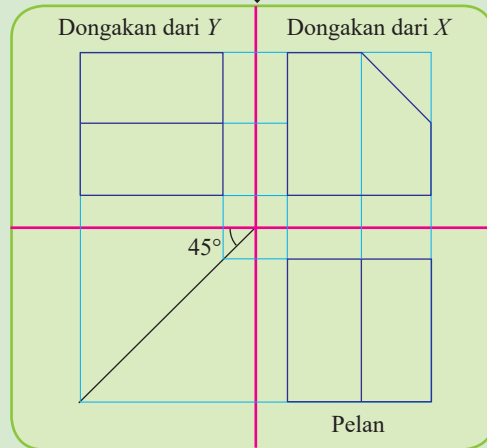
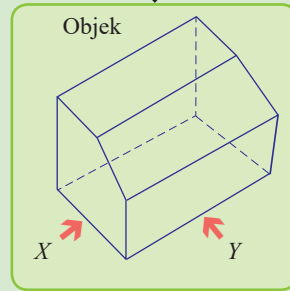
PETA KONSEP

Pelan dan dongakan

Unjuran ortogon



Pelan dan dongakan



(IMBAS KENDIRI)

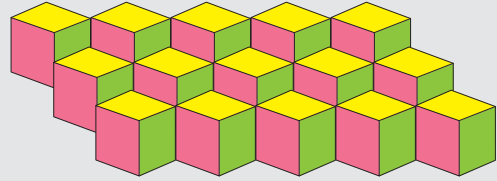
Pada akhir bab ini, saya dapat:



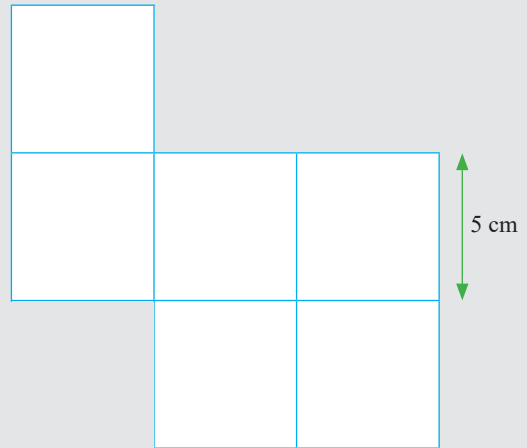
1.	Melukis unjuran ortogon.		
2.	Membanding dan membeza antara objek dan unjuran ortogon yang sepadan.		
3.	Melukis pelan dan dongakan suatu objek mengikut skala.		
4.	Mensintesis pelan dan dongakan suatu objek dan melakar objek tersebut.		
5.	Menyelesaikan masalah yang melibatkan pelan dan dongakan.		


JELAJAH MATEMATIK

1. Sediakan 15 buah kubus seperti pada rajah sebelah yang bersisi 5 cm (anda juga boleh menggunakan rubik kiub).



2. Bina gabungan kubus membentuk suatu binaan mengikut kreativiti anda.
3. Lukiskan pelan dan dongakan susunan bongkah tersebut.



4. Kumpulan yang berjaya membina gabungan kubus yang terbanyak dan paling kreatif adalah pemenangnya.

BAB 8

Lokus dalam Dua Dimensi



Apakah yang akan anda pelajari?

8.1

Lokus

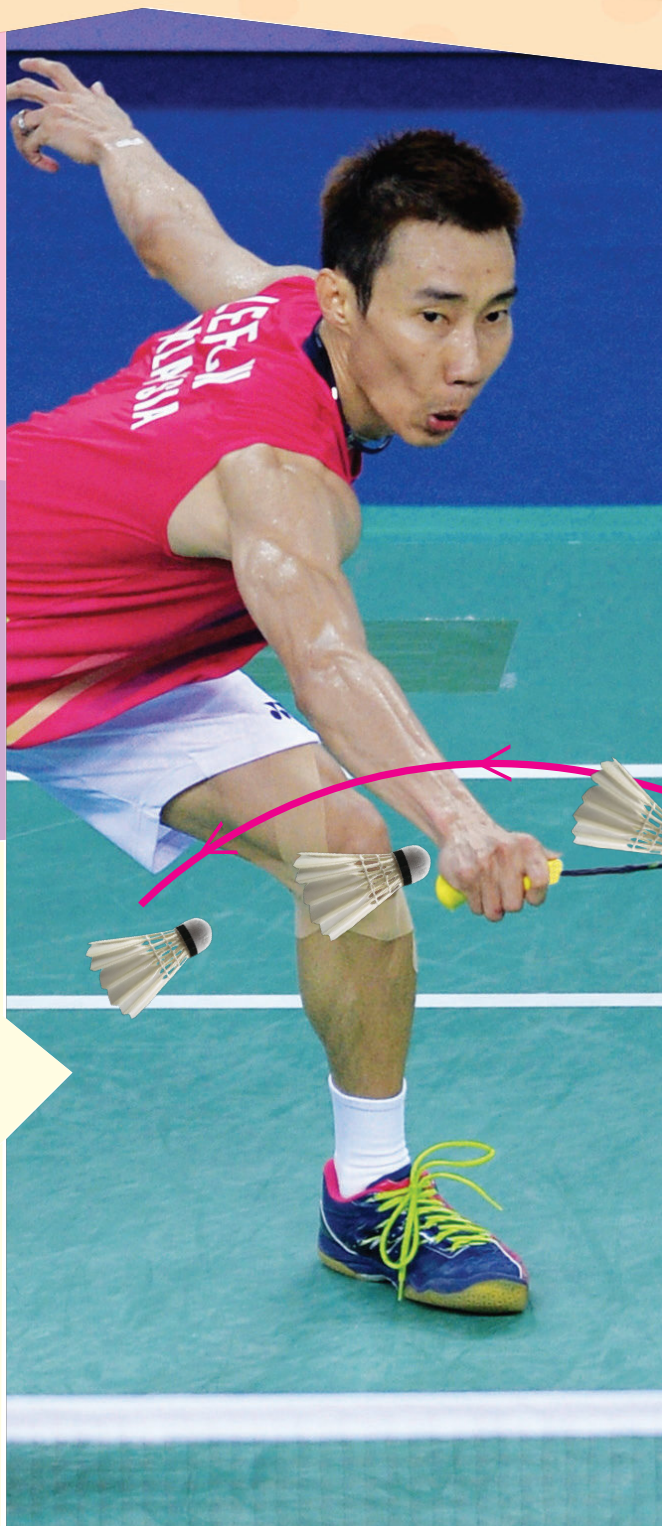
8.2

Lokus dalam Dua Dimensi

Kenapa Belajar Bab Ini?

- Pengetahuan tentang lokus membolehkan seseorang menganggar atau meramal sesuatu jarak pergerakan atau lokasi berdasarkan syarat syarat tertentu.
- Konsep lokus digunakan dalam bidang pembinaan, lukisan kejuruteraan, penerbangan, pergerakan satelit dan sebagainya.

Jaguh badminton negara, Datuk Lee Chong Wei kini memegang rekod pukulan smash paling kencang sejak September 2015 apabila melakukan pukulan tersebut dengan kepantasan 408 kilometer sejam (km/j) ketika menjuarai Kejohanan Badminton Terbuka Hong Kong 2015 yang berlangsung di Coliseum Hung Hom ketika itu. Menurut Persekutuan Badminton Dunia (BWF), kelajuan pukulan yang dilakukan oleh Chong Wei itu telah direkod dan diukur dengan menggunakan teknologi Hawk Eye yang telah diguna pakai dalam beberapa kejohanan utama sejak September 2015. Tahukah anda, gerakan bulu tangkis adalah mengikut syarat-syarat tertentu?



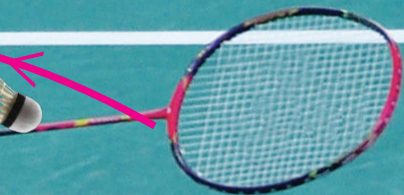


Eksplorasi Zaman

Apollonius (260-190 SM) merupakan ahli matematik Yunani purba yang sangat berminat dalam mengkaji masalah lokus. Beliau telah membuat kajian atas jenis-jenis lokus seperti yang berbentuk garis lurus dan lengkung-lengkung tertentu. Manakala ahli Matematik Yunani yang paling cemerlang dalam kajian lokus ialah Pappus (-350 TM). Bahan-bahan lokus Pappus masih menjadi bahan kajian oleh pakar matematik pada hari ini.



<http://yakini-pelajar.com/Eksplorasi%20Zaman/Bab%208/>



GERBANG KATA

- berjarak sama • *equal distance*
- bulatan • *circle*
- lengkok • *arc*
- lengkung • *curve*
- lokus • *locus*
- lokus-lokus • *loci*
- pembahagi dua sama seranjang • *perpendicular bisector*
- pembahagi dua sudut • *angle bisector*

8.1 Lokus

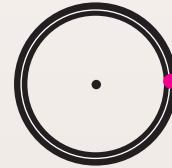
Apakah yang anda faham tentang lokus?

Dalam rajah di sebelah, sekeping pelekat warna diletakkan pada tayar basikal, seperti yang ditunjukkan.

Apakah bentuk yang akan dihasilkan oleh pelekat itu apabila basikal dikayuh?



Bentuk yang dihasilkan oleh pelekat itu ialah suatu bulatan seperti pada rajah di sebelah. Adakah bentuk ini mematuhi syarat-syarat tertentu?



Gambar rajah di bawah menunjukkan sebiji bola yang ditendang oleh seorang pemain bola sepak. Pergerakan suatu titik pada bola tersebut menghasilkan suatu lengkung.



BULETIN

Penyokong bola sepak Malaysia pasti akan mengingati saat 'Super Mokh', Allahyarham Datuk Mokhtar Dahari melepaskan tendangan kencang dari jarak 40 meter, ketika menentang skuad England 3 pada tahun 1978.

Gambar rajah di sebelah menunjukkan suatu roket yang sedang dilancarkan. Pergerakan suatu titik pada roket tersebut akan menghasilkan suatu bentuk garis lurus.



Lokus ialah satu surihan atau lintasan oleh satu set titik dalam satu satah atau ruang tiga dimensi yang memenuhi syarat-syarat tertentu.

Cetusan Minda 1



Berkumpulan

Tujuan: Mengenal pasti lokus dua dimensi dalam situasi kehidupan seharian.

Bahan: Kad-kad situasi.

Langkah:

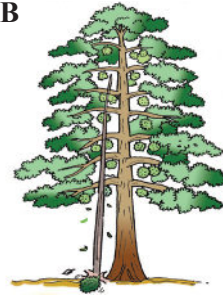
1. Setiap kumpulan diberikan beberapa keping kad situasi dengan pergerakan dalam aktiviti seharian seperti contoh di bawah.

Situasi A



Bola yang dijaringkan

Situasi B



Buah durian yang gugur dari pokok.

Situasi C



Kapal terbang yang sedang mendarat.

Situasi D



Hujung pengelap cermin kereta yang sedang bergerak.

2. Bincang dalam kumpulan dan lakarkan lokus bagi satu titik pada objek yang terlibat dalam situasi-situasi yang diberi.
3. Bentangkan hasil lakaran lokus dan bandingkan jawapan dengan kumpulan lain.

Perbincangan:

Bincangkan lima pergerakan lain yang boleh dikategorikan sebagai lokus dalam aktiviti seharian.

Hasil daripada Cetusan Minda 1, didapati bahawa;

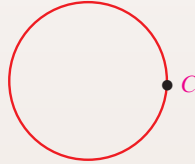
Bentuk lokus dua dimensi boleh dilihat dalam bentuk garis lurus, lengkok dan lengkung.

Contoh 1

Satu titik C dilukis pada satu sayap sebuah kipas yang sedang berputar seperti dalam rajah. Terang dan lakarkan lokus bagi titik C .

Penyelesaian:

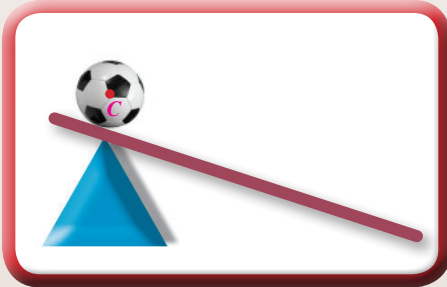
Lokus itu adalah berbentuk bulatan.



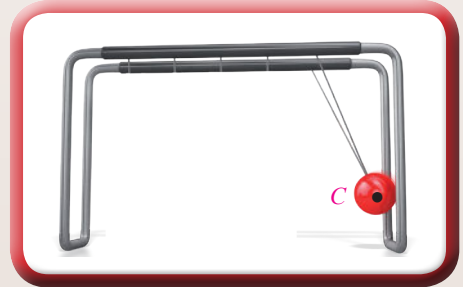
UJI MINDA 8.1a

1. Terang dan lakarkan lokus bagi titik C pada setiap objek dalam rajah berikut.

(a) Sebiji bola berpusat C yang berguling sepanjang suatu satah condong.



(b) Titik C pada bandul yang berayun.



(c) Titik C pada permainan yo-yo yang sedang bergerak.



(d) Titik C pada kasut seorang kanak-kanak yang sedang bermain papan gelongsor di taman permainan.

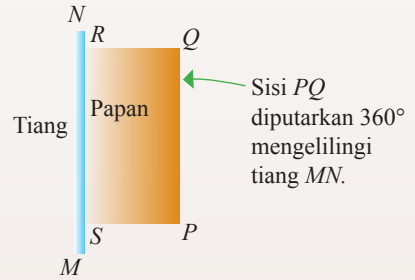


2. Nyata dan lakarkan lokus bagi satu titik pada;

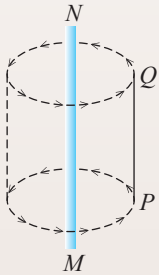
- sebiji kelapa yang jatuh dari pokok.
- sebuah kereta yang sedang bergerak di atas sebatang jalan raya yang lurus.
- seekor katak yang sedang melompat.

Contoh 2

Rajah di sebelah menunjukkan sebatang tiang MN . Sekeping papan berbentuk segi empat tepat $PQRS$ disambung pada tiang itu dengan keadaan papan $PQRS$ boleh digerakkan. Jika sisi PQ diputarakan 360° , mengelilingi tiang MN , apakah bentuk tiga dimensi yang akan terbentuk?



Penyelesaian:



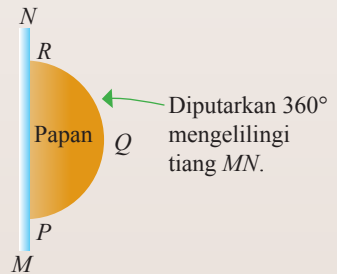
Bentuk yang dihasilkan apabila sisi PQ diputarakan 360° mengelilingi tiang MN ialah bentuk **silinder** tegak.

IMBAS KEMBALI

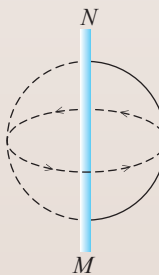
Silinder, sfera, kon, prisma dan piramid merupakan antara contoh bentuk **tiga dimensi**.

Contoh 3

Rajah di sebelah menunjukkan sebatang tiang MN . Sekeping papan berbentuk semi bulatan PQR disambung pada tiang itu dengan keadaan papan PQR itu boleh digerakkan. Jika papan PQR diputarakan 360° , mengelilingi tiang MN , apakah bentuk tiga dimensi yang akan terbentuk?



Penyelesaian:



Bentuk yang dihasilkan apabila papan berbentuk semi bulatan diputarakan 360° mengelilingi tiang MN ialah bentuk **sfera**.

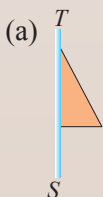
BULETIN

Bentuk tiga dimensi ini dikenali sebagai **frustum**.



UJI MINDA 8.1b

1. Lakarkan lokus tiga dimensi apabila bentuk dua dimensi yang dilorekkan, diputarakan 360° mengelilingi tiang ST .



8.2 Lokus Dalam Dua Dimensi

Apakah lokus bagi titik yang berjarak tetap dari satu titik tetap?

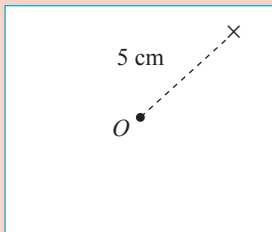
Cetusan Minda 2 Berpasangan

Tujuan: Menentukan lokus bagi suatu titik yang berjarak tetap dari satu titik tetap.

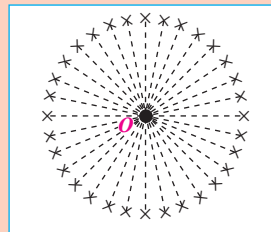
Bahan: Kertas kosong, pensel dan pembaris.

Langkah:

1. Tandakan satu titik tetap, O , pada sehelai kertas (Rajah 1).
2. Ukur 5 cm dari titik O dan tandakan \times .
3. Ulangi langkah 2 sebanyak mungkin (Rajah 2).



Rajah 1



Rajah 2

4. Perhatikan kedudukan titik-titik \times yang ditanda (Rajah 2).
5. Ulangi langkah 1 hingga 3 dengan ukuran yang berlainan dari titik tetap O .
6. Adakah bentuk geometri yang terhasil sama seperti pada langkah 4? Terangkan.

Perbincangan:

Apakah bentuk geometri yang dihasilkan oleh kedudukan titik-titik \times ? Terangkan.

STANDARD PEMBELAJARAN

Memerihal lokus bagi titik yang berjarak tetap dari satu titik tetap.



Imbas QR Code atau layari <http://youtu.be/ZCYDsfvx88g> untuk menonton video yang memerihal lokus bagi titik yang berjarak tetap dari satu titik tetap.

Hasil daripada Cetusan Minda 2, didapati bahawa;

Titik-titik yang ditanda pada jarak yang sama dari titik tetap O , membentuk satu bulatan.

Secara generalisasi,

Lokus bagi suatu titik yang berjarak tetap dari **satu titik tetap** ialah sebuah **bulatan** yang **berpusat di titik tetap tersebut**.

Cetusan Minda 3



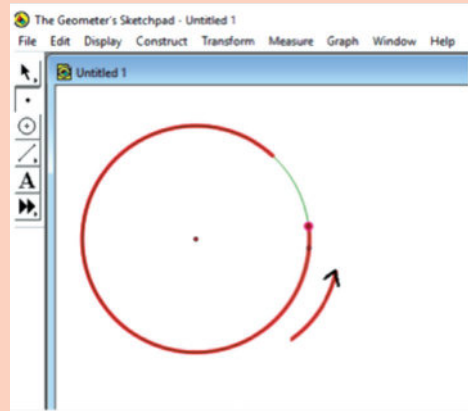
Berpasangan

Tajuk: Membina lokus berjarak tetap dari satu titik tetap.

Bahan: Perisian dinamik

Langkah:

1. Mulakan dengan *New Sketch*.
2. Pilih *Compass Tool* dan lukiskan satu bulatan.
3. Pilih *Point Tool* dan tandakan.
4. Buka menu *Display* dan pilih *Trace Point* diikuti dengan *Animate Point*.
5. Perhatikan animasi pergerakan yang dihasilkan.



Perbincangan:

Apakah bentuk yang terhasil daripada pergerakan titik yang ditanda?

Hasil daripada Cetusan Minda 3, didapati bahawa;

Satu titik yang sentiasa bergerak dengan jarak yang sama dari suatu titik tetap menghasilkan suatu bulatan.

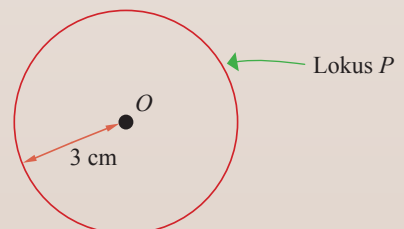
 Bagaimanakah anda membina lokus bagi titik yang berjarak tetap dari satu titik tetap?

Contoh 4

Bina lokus bagi titik P yang sentiasa berjarak 3 cm dari satu titik tetap O .

Penyelesaian:

1. Tandakan titik O .
2. Ukur 3 cm untuk bukaan jangka lukis.
3. Bina bulatan berjejari 3 cm yang berpusat pada titik O .



Apakah lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua titik tetap?

Cetusan Minda 4 Berpasangan

STANDARD PEMBELAJARAN

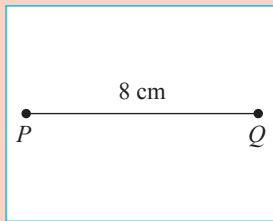
Tujuan: Menentukan lokus bagi suatu titik yang berjarak sama dari dua titik tetap.

Memerihkan lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua titik tetap.

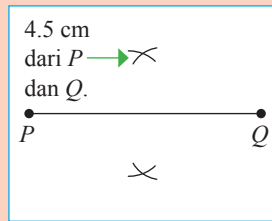
Bahan: Kertas kosong, jangka lukis, pembaris dan pensel.

Langkah:

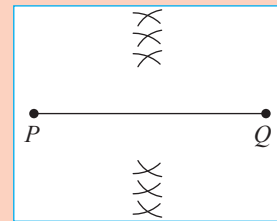
1. Tandakan dua titik tetap P dan Q yang berjarak 8 cm (Rajah 1).
2. Dengan menggunakan jangka lukis, tandakan persilangan, 4.5 cm dari titik P dan 4.5 cm titik Q (Rajah 2).
3. Ulangi langkah 2 dengan jarak-jarak lain yang lebih daripada 4.5 cm dari titik P dan titik Q (Rajah 3).



Rajah 1



Rajah 2



Rajah 3

4. Perhatikan kedudukan tanda-tanda persilangan pada Rajah 3.
5. Ulangi langkah 1 hingga 3 dengan ukuran berbeza di antara titik P dengan titik Q .
Adakah jawapan anda sama seperti pada langkah 4?

Perbincangan:

Apakah bentuk yang dihasilkan oleh kedudukan tanda-tanda persilangan? Terangkan.



Imbas QR Code atau layari <http://youtu.be/nieUGXAg1hE> untuk menonton video yang memerihal lokus bagi titik yang berjarak tetap dari dua titik tetap.

Hasil daripada Cetusan Minda 4, didapati bahawa;

Kedudukan tanda-tanda persilangan yang ditanda sama jarak dari titik tetap P dan Q membentuk satu garis lurus yang melalui titik tengah PQ .

Secara generalisasi,

Lokus bagi suatu titik yang berjarak sama dari **dua titik tetap** ialah **pembahagi dua sama seranjang** bagi garis lurus yang menyambungkan dua titik tetap itu.

Cetusan Minda 5



Berpasangan

Tajuk: Membina lokus berjarak sama dari dua titik tetap.

Bahan: Perisian dinamik

Langkah:

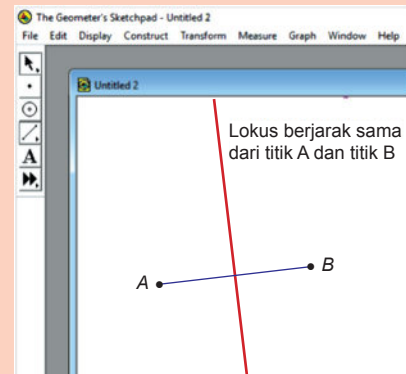
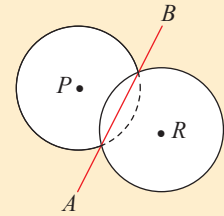
1. Mulakan dengan *New Sketch*.
2. Pilih *Straightedge Tool* untuk melukis satu segmen garis. Pilih *Text Tool* untuk melabel titik *A* dan titik *B*.
3. Pilih menu *Construct* untuk membina titik tengah (*midpoint*) segmen garis itu.
4. Tandakan kedua-dua segmen garis dan titik tengah dengan *Selection Arrow Tool*.
5. Pilih menu *Construct* untuk membina garis serenjang (*Perpendicular line*) (Rajah 1).

Perbincangan:

Apakah bentuk geometri yang terhasil? Terangkan.

IMBAS KEMBALI

Garis *AB* dikenali sebagai pembahagi dua sama.



Rajah 1

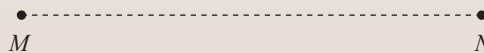
Hasil daripada Cetusan Minda 5, didapati bahawa;

Lokus yang berjarak sama dari dua titik tetap, *AB* ialah **satu garis lurus yang berserenjang** dengan garis lurus tersebut dan melalui titik tengah *AB*.

Bagaimanakah anda membina lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua titik tetap?

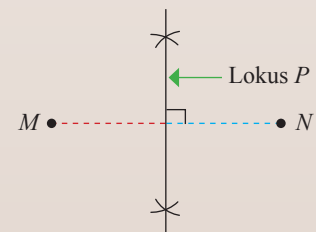
Contoh 5

Bina lokus bagi titik *P* yang berjarak sama dari dua titik tetap *M* dan *N*.



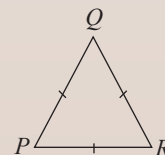
Penyelesaian:

1. Tandakan dua lengkok kecil menggunakan jangka lukis dengan bukaan lebih separuh daripada panjang *MN* dari titik *M*.
2. Dengan bukaan jangka lukis yang sama, tanda persilangan lengkok dari titik *N*.
3. Sambungkan kedua-dua titik persilangan dengan garis lurus.



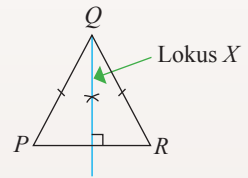
Contoh 6

Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga sama sisi *PQR*. Tentukan lokus bagi titik *X* yang berjarak sama dari titik *P* dan titik *R*.



Penyelesaian:

Lokus bagi titik X yang berjarak sama dari titik P dan titik R ialah pembahagi dua sama serenjang bagi garis yang menyambungkan titik P dan titik R .



Apakah lokus bagi titik yang berjarak tetap dari satu garis lurus?

Cetusan Minda 6

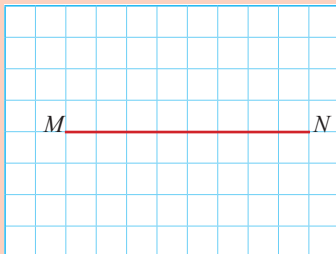


Tujuan: Menentukan lokus bagi suatu titik yang berjarak tetap dari satu garis lurus.

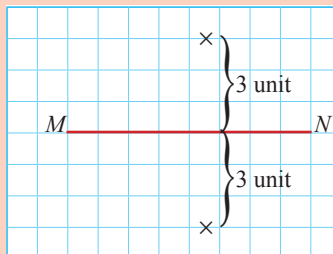
Bahan: Kertas grid segi empat sama, pembaris, pensel.

Langkah:

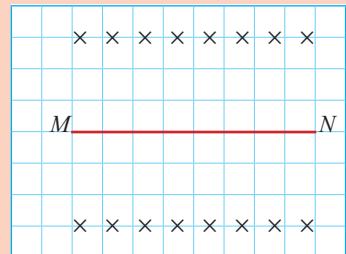
1. Lukis satu garis lurus MN (Rajah 1).
2. Tandakan suatu titik \times , yang berjarak 3 unit tegak dari garis MN (Rajah 2).



Rajah 1



Rajah 2



Rajah 3

3. Ulangi langkah 2 dengan sebanyak mungkin titik-titik \times (Rajah 3).
4. Perhatikan kedudukan titik-titik \times pada Rajah 3. Apakah pendapat anda tentang kedudukan titik-titik \times tersebut?
5. Ulangi langkah 1 hingga 4 dengan jarak unit yang berbeza.
6. Ulangi langkah 1 hingga 4 dengan garis lurus MN yang dilukis secara mencancang.

Perbincangan:

Apakah kesimpulan anda tentang kedudukan titik-titik yang ditanda sama jarak dari satu garis lurus?

STANDARD PEMBELAJARAN

Memerihalkan lokus bagi titik yang berjarak tetap dari satu garis lurus.

Hasil daripada Cetusan Minda 6, didapati bahawa;

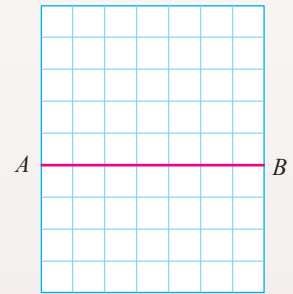
Lokus bagi suatu titik yang sentiasa sama jarak dari garis lurus, MN , ialah sepasang garis lurus yang selari dengan MN .

Secara generalisasi,

Lokus bagi titik yang berjarak tetap **dari satu garis lurus** ialah **garis lurus yang selari** dengan garis lurus tersebut.

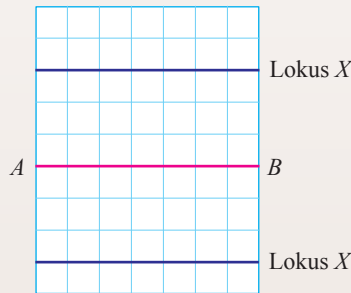
Contoh 7

Rajah di sebelah menunjukkan satu garis AB dilukis pada grid segi empat sama bersisi 1 unit. Pada rajah, lukiskan lokus bagi titik X yang sentiasa bergerak 3 unit dari garis AB .



Penyelesaian:

Lokus bagi titik X yang bergerak 3 unit dari garis AB ialah sepasang garis yang selari dengan AB dan berjarak 3 unit dari garis AB .



Apakah lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua garis lurus yang selari?

Cetusan Minda 7

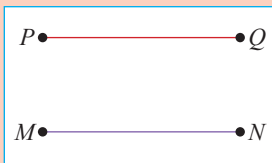


Tujuan: Menentukan lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua garis lurus yang selari.

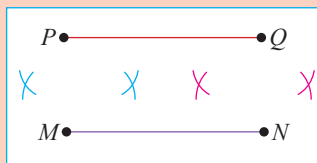
Bahan: Kertas kosong, jangka lukis, pembaris dan pensel.

Langkah:

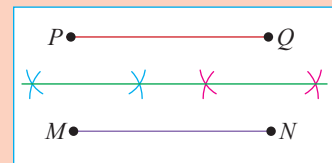
1. Lukiskan dua garis lurus PQ dan MN yang selari (Rajah 1).
2. Dengan menggunakan jangka lukis, tandakan persilangan dari titik P dan titik M .
3. Ulangi langkah 2 untuk titik Q dan titik N (Rajah 2).
4. Sambungkan kesemua titik persilangan yang ditanda dengan melukis satu garis lurus (Rajah 3).



Rajah 1



Rajah 2



Rajah 3

5. Perihalkan sifat garis lurus yang menyambungkan kesemua titik persilangan (Rajah 3).

Perbincangan:

1. Ulangi langkah 1 hingga 4 dengan melukis dua garis lurus selari dengan kedudukan menegak dan condong.
2. Adakah hasil yang anda peroleh sama seperti langkah 4?

STANDARD PEMBELAJARAN
 Memerihal lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua garis lurus yang selari.

Hasil daripada Cetusan Minda 7, didapati bahawa:

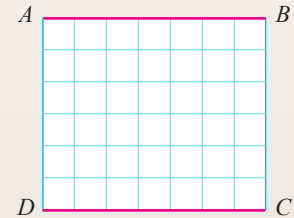
- (a) Lokus yang berjarak sama dari dua garis selari PQ dan MN ialah satu garis lurus.
- (b) Lokus tersebut adalah selari dengan garis lurus PQ dan MN serta melalui titik tengah garis PQ dan MN .

Secara generalisasi,

Lokus bagi titik yang **berjarak sama dari dua garis lurus** yang selari ialah **satu garis lurus yang selari dan melalui titik tengah** bagi pasangan garis lurus selari tersebut.

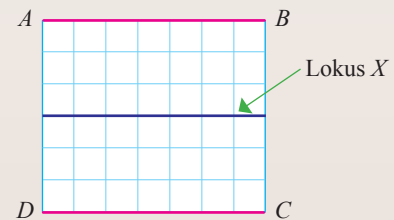
Contoh 8

Rajah di sebelah menunjukkan segi empat tepat, $ABCD$ yang dilukis pada grid segi empat sama bersisi 1 unit. Huraikan dan lukis lokus X yang berjarak sama dari garis AB dan DC .



Penyelesaian:

Lokus bagi titik X yang berjarak sama dari garis AB dan DC ialah garis yang selari dengan AB dan DC serta berjarak 3 unit dari garis AB dan DC .



Apakah lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua garis lurus yang bersilang?

Cetusan Minda 8 Berkumpulan

Tujuan: Menentukan lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua garis lurus yang bersilang.

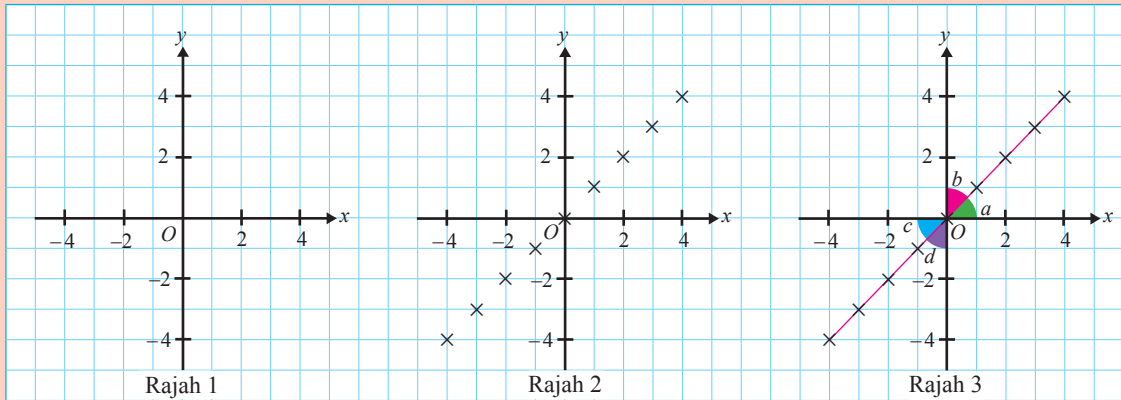
Bahan: Kertas grid segi empat sama, pembaris, pensel dan protractor.

Langkah:

1. Lukiskan paksi y dan paksi x pada satah Cartes pada kertas grid (Rajah 1).
2. Tandakan pasangan koordinat yang bernilai sama. Contoh, $(0, 0)$, $(-2, -2)$, $(4, 4)$ dan sebagainya (Rajah 2).
3. Sambungkan kesemua titik dengan satu garis lurus. Ukur $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$ dan $\angle d$ dengan menggunakan protractor (Rajah 3).

STANDARD PEMBELAJARAN

Memerihalkan lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua garis lurus yang bersilang.



Perbincangan:

1. Apakah kesimpulan anda tentang nilai $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$ dan $\angle d$ dengan sudut yang terbentuk pada persilangan paksi x dan paksi y ?
2. Apakah kaitan antara garis lurus yang menyambungkan pasangan koordinat bernilai sama dengan nilai $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$ dan $\angle d$?

Hasil daripada Cetusan Minda 8, didapati bahawa;

- (a) $\angle a = \angle b = \angle c = \angle d = 45^\circ$.
- (b) Garis lurus yang menyambungkan pasangan koordinat bernilai sama, membahagi dua sama sudut persilangan antara paksi- x dengan paksi- y .

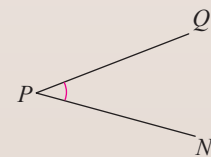
Secara generalisasi,

Lokus bagi titik yang berjarak sama dari **dua garis lurus yang bersilang** ialah **pembahagi dua sama sudut** bagi garis-garis tersebut.

Bagaimanakah anda membina lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua garis lurus yang bersilang?

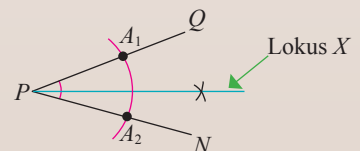
Contoh 9

Bina lokus bagi titik X yang berjarak sama dari dua garis lurus, PQ dan PN yang bersilang di P .



Penyelesaian:

1. Dengan menggunakan jangka lukis, tanda satu lengkuk daripada titik P yang memotong garis lurus PQ dan PN .
2. Tandakan titik persilangan antara lengkuk dan garis lurus PQ dan PN sebagai A_1 dan A_2 masing-masing.
3. Bina persilangan dari titik A_1 dan A_2 .
4. Lukis satu garis lurus yang menyambungkan titik persilangan yang dibina pada langkah 3 dan titik P .

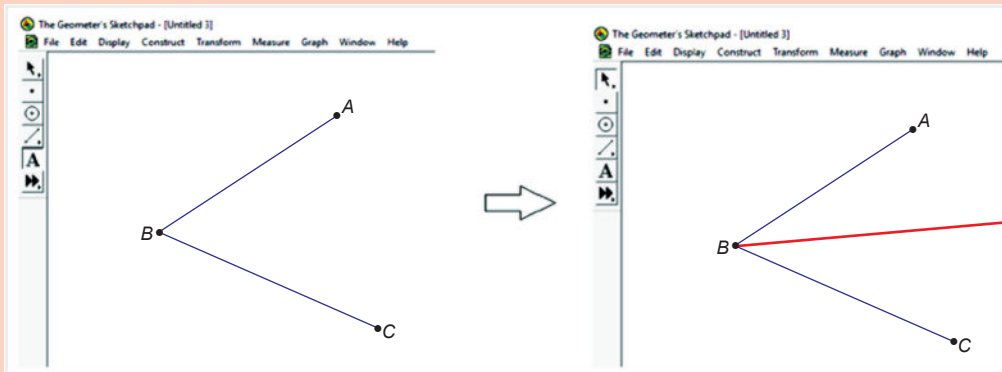


Tajuk: Membina lokus berjarak sama dari dua garis lurus yang bersilang.

Bahan: Perisian dinamik

Langkah:

1. Mulakan dengan *New Sketch*.
2. Pilih *Straightedge Tool* untuk melukis garis AB dan BC yang bersilang di B .
3. Guna *Text Tool* untuk melabel titik A , diikuti titik B dan seterusnya titik C (Titik persilangan mesti ditanda pada giliran yang kedua).
4. Tandakan ketiga-tiga titik di A , B dan C dengan *Selection Arrow Tool*. (Rajah 1)
5. Pilih menu *Construct* untuk membina pembahagi dua sama sudut (*Angle bisector*) antara dua garis yang bersilang. (Rajah 2)



Rajah 1

Rajah 2

Perbincangan:

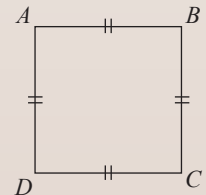
Apakah kesimpulan anda berkaitan lokus berjarak sama dari dua garis lurus yang bersilang?

Hasil daripada Cetusan Minda 9, didapati bahawa;

Lokus suatu titik yang berjarak sama dari dua garis lurus AB dan BC yang bersilang di titik B ialah satu garis lurus yang membahagi dua sama $\angle ABC$.

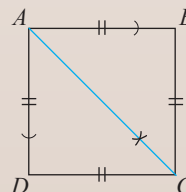
Contoh 10

Rajah di sebelah menunjukkan segi empat sama $ABCD$. Huraikan dan lukis lokus bagi titik Y yang bergerak sama jarak dari garis AB dan garis AD .



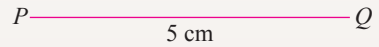
Penyelesaian:

Lokus bagi titik Y yang bergerak sama jarak dari garis AB dan garis AD ialah garis lurus yang membahagi dua sama sudut BAD .



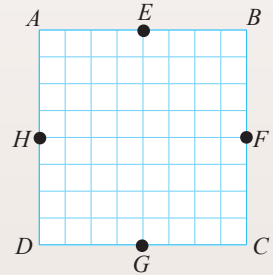
UJI MINDA 8.2a

1. Rajah menunjukkan garis lurus PQ yang berjarak 5 cm.



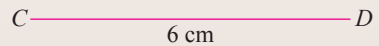
- (a) X ialah satu titik yang sentiasa berjarak 3 cm dari titik P . Huraikan selengkapnya lokus bagi titik X .
- (b) Y ialah satu titik yang sentiasa berjarak 4 cm dari titik Q . Huraikan selengkapnya lokus bagi titik Y .

2. Rajah di sebelah menunjukkan segi empat sama $ABCD$ yang dilukis pada grid segi empat sama bersisi 1 unit. P, Q, R, S dan T ialah lima titik yang bergerak di dalam segi empat sama $ABCD$. Dengan menggunakan huruf di dalam rajah, nyatakan lokus bagi titik



- (a) P yang bergerak dengan keadaan jaraknya sentiasa sama dari titik A dan titik D .
- (b) Q yang bergerak dengan keadaan jaraknya sentiasa sama titik B dan titik D .
- (c) R yang bergerak dengan keadaan jaraknya sentiasa 4 unit dari garis lurus BC .
- (d) S yang bergerak dengan keadaan jaraknya sentiasa sama dari garis lurus AB dan BC .
- (e) T yang bergerak dengan keadaan jaraknya sentiasa 4 unit dari garis lurus EG .

3. Rajah di sebelah menunjukkan garis lurus CD yang berjarak 6 cm.

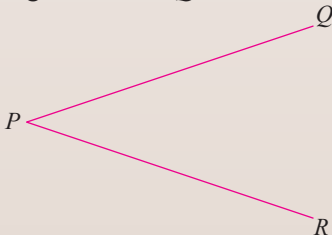


T ialah satu titik yang sentiasa berjarak 1.5 cm dari garis lurus CD .

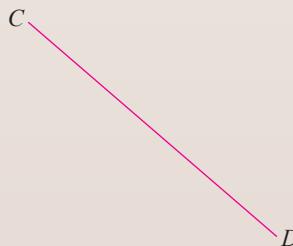
- (a) Lukis lokus bagi titik T .
- (b) Huraikan selengkapnya lokus bagi titik T .

4. Bina lokus bagi titik Y bagi situasi yang diberikan.

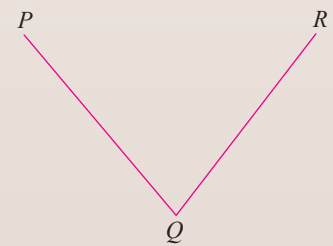
(a) Sentiasa berjarak sama dari garis lurus PQ dan PR .



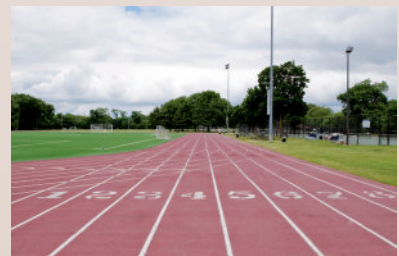
(b) $YC = YD$



(c) $\angle PQY = \angle RQY$



5. Rajah di sebelah menunjukkan trek larian. Seorang olahragawan berlatih dengan keadaan beliau sentiasa lari selang dua lorong dari lorong 4 trek tersebut. Lukiskan lokus larian olahragawan tersebut.



Bagaimanakah anda menentukan lokus yang memenuhi dua atau lebih syarat?

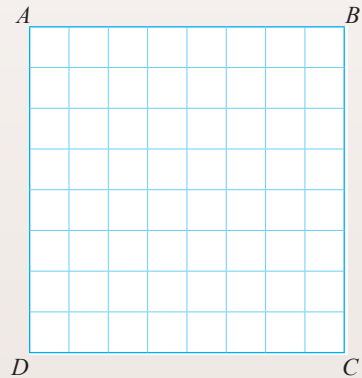
Persilangan bagi dua atau lebih lokus boleh ditentukan dengan membina setiap lokus yang dinyatakan pada satu rajah yang sama.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan lokus yang memenuhi dua atau lebih syarat.

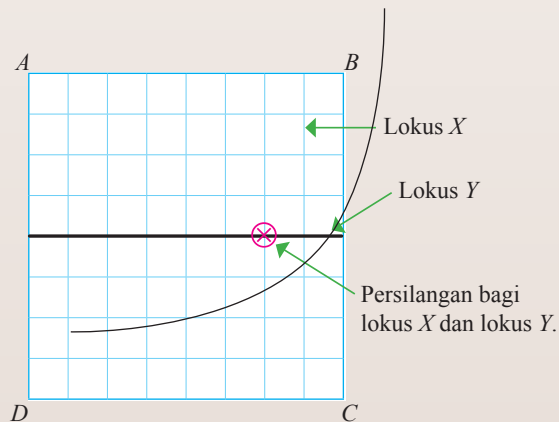
Contoh 11

Rajah di sebelah menunjukkan segi empat sama $ABCD$ yang dilukis pada grid segi empat sama bersisi 1 unit. Titik X dan titik Y ialah dua titik yang bergerak di dalam segi empat sama $ABCD$ tersebut. Pada rajah, lukis



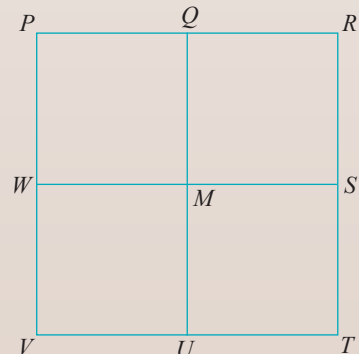
- lokus bagi titik X yang bergerak dengan keadaan jaraknya sentiasa 7 unit dari A .
- lokus bagi titik Y yang bergerak dengan keadaan jaraknya adalah sentiasa sama dari garis AB dan garis CD .
- Tandakan kedudukan bagi semua titik persilangan lokus X dan lokus Y dengan simbol \otimes .

Penyelesaian:



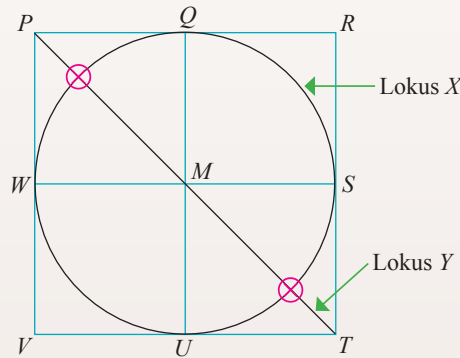
Contoh 12

Rajah di sebelah menunjukkan empat segi empat sama bersisi 2 cm yang digabungkan. Titik X dan titik Y ialah dua titik yang bergerak dalam segi empat sama $PRTV$. Pada rajah, lukis



- lokus bagi titik X yang bergerak dengan keadaan jaraknya sentiasa 2 cm dari M .
- lokus bagi titik Y yang bergerak dengan keadaan jaraknya adalah sentiasa sama dari garis PR dan garis PV .
- Tandakan kedudukan bagi semua titik persilangan lokus X dan lokus Y dengan simbol \otimes .

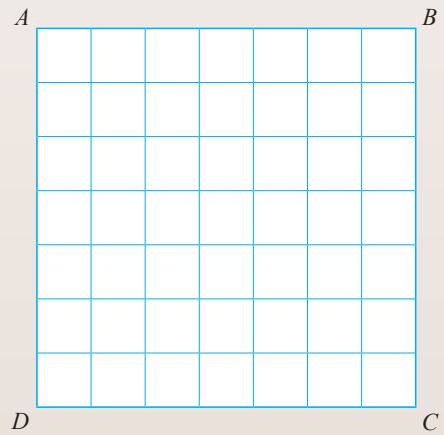
Penyelesaian:



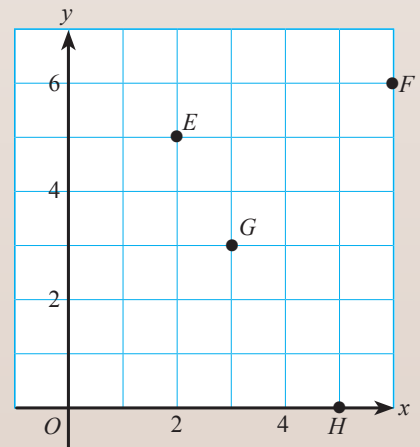
UJI MINDA 8.2b

1. Dalam rajah di sebelah, segi empat $ABCD$ mewakili sebahagian daripada satu kawasan tasik. $ABCD$ dilukis pada grid segi empat sama bersisi 1 unit. Titik V dan titik W mewakili perjalanan bot V dan bot W . Pada rajah, lukiskan

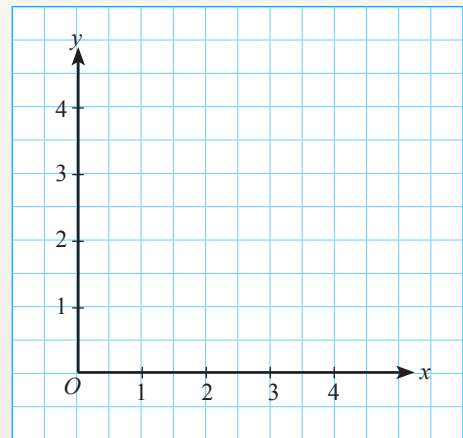
- (a) lokus bagi bot V yang sentiasa bergerak 5 unit dari titik D .
- (b) lokus bagi bot W yang berjarak 3 unit dari garis BC .
- (c) Seterusnya, tandakan persilangan laluan bot V dan bot W dengan simbol \otimes .



2. Rajah di sebelah menunjukkan satah Cartes yang ditandakan dengan empat titik E , F , G dan H . Faruk berada pada jarak yang sama dari paksi- x dan paksi- y . Kedudukan Faruk juga kurang daripada 5 unit dari pusat O . Antara titik E , F , G dan H , yang manakah merupakan kedudukan Faruk?




3. Rajah di sebelah menunjukkan satah Cartes. Titik F bergerak dengan keadaan jarak tegaknya sentiasa 3 unit dari paksi- x manakala titik G bergerak dengan keadaan jaraknya sentiasa 4 unit dari asalan. Tandakan semua titik persilangan antara lokus F dan lokus G dengan simbol \otimes .



 **Bagaimanakah anda menyelesaikan masalah yang melibatkan lokus?**

Contoh 13

Sebuah klinik akan dibina di sebuah kampung. Klinik itu hendaklah berjarak sama di antara rumah P dengan rumah Q , serta berjarak 600 meter dari suatu jalan raya AB . Tentukan kedudukan yang mungkin bagi klinik itu. (skala 1 cm = 600 meter)

 **STANDARD PEMBELAJARAN**
Menyelesaikan masalah yang melibatkan lokus.



Penyelesaian:

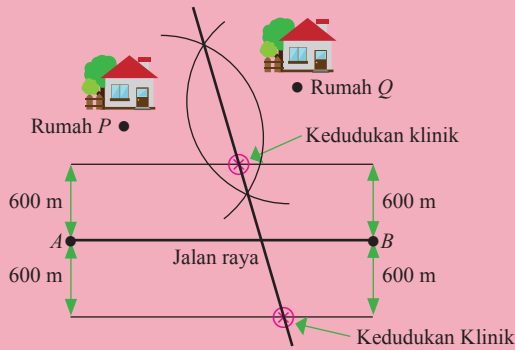
Memahami masalah

Klinik itu berjarak sama dari P dan Q , iaitu garis lurus pembahagi dua sama untuk P dan Q . Klinik berjarak 600 meter dari jalan raya AB . Wujud dua garis lurus selari.

Merancang strategi

Melukis dengan menggunakan jangka lukis dan pembaris.

Melaksanakan strategi



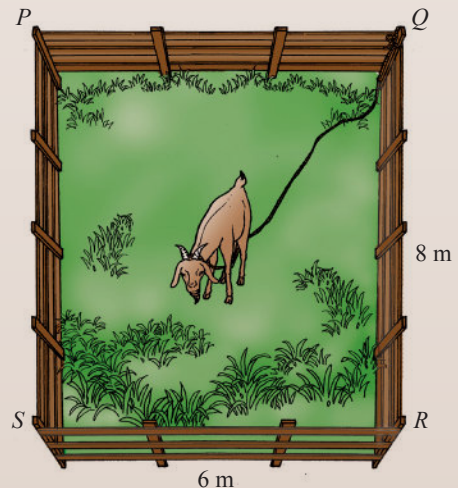
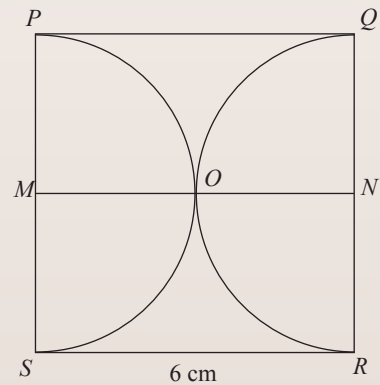
Membuat kesimpulan

Dua kedudukan yang ditandakan dengan simbol \otimes memenuhi syarat-syarat untuk membina klinik.

UJI MINDA 8.2c

- Rajah di sebelah menunjukkan segi empat sama $PQRS$ dengan sisi 6 cm. Dua semi bulatan berpusat di M dan N dilukis di dalam segi empat sama $PQRS$. Diberi M dan N ialah titik tengah PS dan QR . Pada rajah, lorekkan rantau yang memenuhi pergerakan lokus-lokus berikut.
 - Lokus bagi titik X yang sentiasa bergerak dengan keadaan $XM \leq 3$ cm dan lebih daripada 3 cm dari garis SR .
 - Lokus bagi titik Y yang sentiasa bergerak dengan keadaan $YM \geq 3$ cm dan $YN \geq 3$ cm.
 - Huraikan persilangan antara lokus X dengan lokus Y .

- Rajah di sebelah menunjukkan kawasan berpagar bagi suatu padang rumput berbentuk segi empat tepat $PQRS$ dengan ukuran 6 m \times 8 m. Seekor kambing diikat pada titik Q dengan seutas tali yang panjangnya 7 meter. Lorekkan rantau yang boleh dicapai oleh kambing itu.

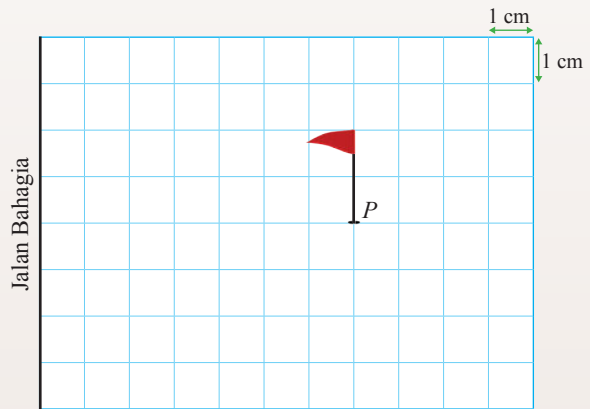


3. Khalid melukis pelan untuk permainan mencari kotak harta karun pada grid segi empat sama dengan skala 1 cm kepada 1 meter.

Pada rajah di sebelah, lukis

- kawasan kotak harta karun jika berjarak 3 m dari tiang bendera P .
- kawasan kotak harta karun jika berjarak 5 m dari Jalan Bahagia.

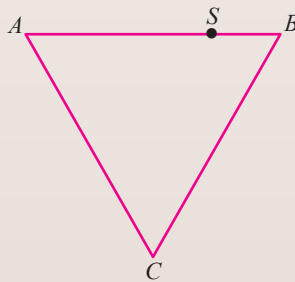
Seterusnya, tandakan kedudukan yang mungkin bagi kotak harta karun dengan simbol \otimes .



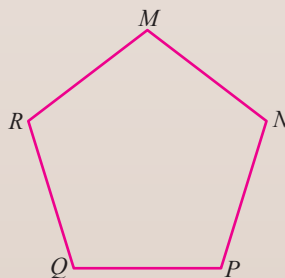
Cabaran Dinamis

Uji Diri

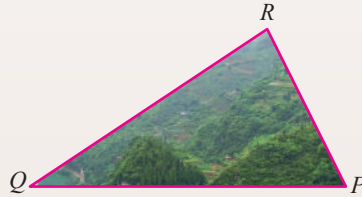
- Rajah di bawah menunjukkan segi tiga sama sisi ABC . S ialah satu titik di atas garis AB . Titik X dan titik Y ialah dua titik yang bergerak dalam rajah tersebut. Pada rajah,
 - lukis lokus bagi titik X dengan keadaan $AX = AS$.
 - lukis lokus bagi titik Y dengan keadaan Y adalah sama jarak dari AC dan BC .
 - Seterusnya, tandakan dengan simbol \otimes semua persilangan bagi lokus X dan lokus Y itu.



- Rajah di bawah menunjukkan pentagon sekata $MNPQR$. Titik X dan titik Y ialah dua titik yang bergerak di dalam pentagon tersebut. Pada rajah,
 - lukis lokus bagi titik X dengan keadaan $RX = XN$.
 - lukis lokus bagi titik Y dengan keadaan $RY = RQ$.
 - tandakan dengan simbol \otimes semua titik persilangan bagi lokus X dan lokus Y .



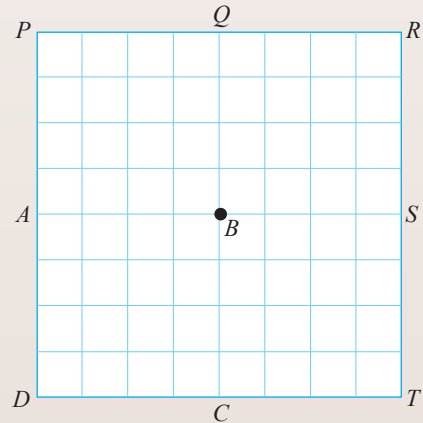
3. Rajah di bawah menunjukkan kawasan hutan yang berbentuk segi tiga PQR . Titik X dan titik Y ialah dua lokus yang menghuraikan kedudukan sebuah helikopter yang terhempas. Pada rajah
- lukis lokus bagi titik X dengan keadaan jaraknya sentiasa sama dari garis QR dan QP .
 - lukis lokus bagi titik Y dengan keadaan $YP = PR$.
 - Seterusnya, tandakan dengan simbol \otimes bagi kedudukan yang mungkin bagi helikopter tersebut.



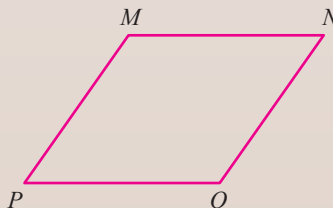
Mahir Diri

1. Rajah di sebelah dilukis pada grid segi empat sama bersisi 1 unit. Titik X , titik Y dan titik Z ialah tiga titik yang bergerak di dalam segi empat sama itu.

- X ialah titik yang bergerak dengan keadaan jaraknya adalah sentiasa sama dari titik Q dan titik C . Dengan menggunakan huruf dalam rajah, nyatakan lokus bagi titik X .
- Pada rajah,
 - lukis lokus bagi titik Y yang bergerak dengan keadaan jaraknya adalah sentiasa sama dari garis lurus PD dan DT .
 - lukis lokus bagi titik Z yang bergerak dengan keadaan titik itu sentiasa berjarak 5 unit dari titik S .
- Tandakan dengan simbol \otimes kedudukan bagi semua persilangan bagi lokus Y dan lokus Z .

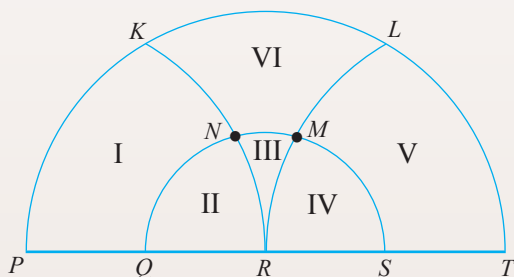


2. Rajah di bawah menunjukkan rombus $MNOP$. Titik X dan titik Y ialah dua titik yang bergerak dalam rombus tersebut. Pada rajah,
- lukis lokus bagi titik X yang bergerak dengan keadaan jaraknya sentiasa sama dari garis PM dan garis PO .
 - lukis lokus bagi titik Y yang bergerak dengan keadaan $YP = PO$.
 - Tandakan dengan simbol \otimes kedudukan bagi semua persilangan bagi lokus X dan lokus Y .



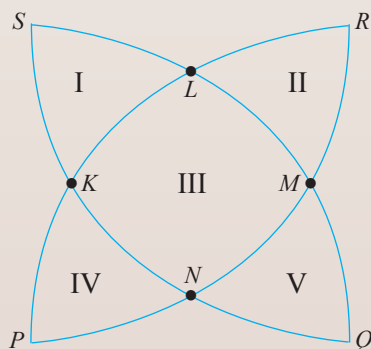
Masteri Kendiri

1. Rajah di bawah menunjukkan dua semi bulatan, $PKLT$ dan $QNMS$ berpusat di R , dengan diameter masing-masing 8 cm dan 4 cm. KNR dan RML ialah lengkok bulatan berpusat di P dan T masing-masing.



Berdasarkan rajah di atas, nyatakan

- titik yang berjarak 2 cm dari R dan 4 cm dari P .
 - titik yang berjarak lebih daripada 2 cm dari R dan 4 cm dari T .
 - kedudukan bagi titik X yang bergerak dalam rajah dengan keadaan kurang daripada 4 cm dari P dan lebih daripada 2 cm dari R .
 - kedudukan bagi titik Y yang bergerak dalam rajah dengan keadaan $YR < 2$ cm dan $YP < 4$ cm.
 - kedudukan bagi titik Z yang bergerak dalam rajah dengan keadaan $ZT > 4$ cm, $ZP > 4$ cm dan $ZR > 2$ cm.
2. Dalam rajah di bawah, $SLMQ$, $PKLR$, $QNKS$ dan $RMNP$ ialah lengkok bulatan berjejari 4 cm dan berpusat di P , Q , R dan S masing-masing.

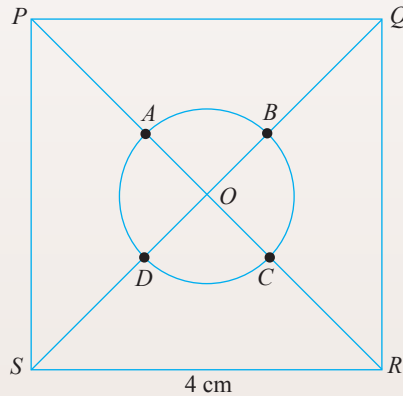


Berdasarkan rajah di atas, nyatakan

- kedudukan bagi titik X yang bergerak dalam rajah dengan keadaan $XS < 4$ cm, $XP < 4$ cm dan $XQ > 4$ cm.
- kedudukan bagi titik Y yang bergerak dalam rajah dengan keadaan $YR > YP$.
- kedudukan bagi titik Z yang bergerak dalam rajah dengan keadaan $ZP < 4$ cm, $ZQ < 4$ cm, $ZR < 4$ cm dan $ZS < 4$ cm.



3. Rajah di bawah menunjukkan segi empat sama $PQRS$ dengan sisi 4 cm dan suatu bulatan berpusat di O dengan jejari 1 cm. Titik X dan titik Y ialah dua titik yang sentiasa bergerak di dalam segi empat sama $PQRS$.



Huraikan pergerakan yang mungkin bagi lokus titik X dan titik Y bagi titik persilangan berikut.

- B dan D .
- A dan C .

PROJEK

Apabila kita melihat permukaan jam untuk mengetahui waktu, kita mendapati hujung jarum jam sentiasa bergerak dengan corak yang sama iaitu dengan keadaan hujung jarum sentiasa berjarak sama dari pusat permukaan jam.



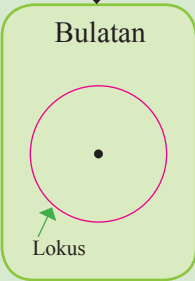
Mengapakah bentuk bulatan yang dipilih untuk mewakili pergerakan masa dalam jam? Dapatkan maklumat tentang kaitan antara pembahagian jam, minit dan saat dengan bentuk bulatan. Buat satu laporan bergambar dengan menggunakan multimedia.

PETA KONSEP

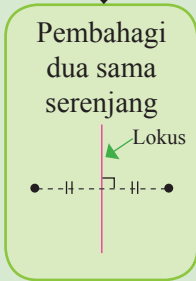
Lokus dalam Dua Dimensi

Satu set titik yang kedudukannya memenuhi syarat tertentu.

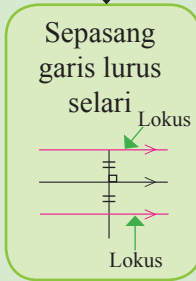
Lokus bagi titik yang berjarak tetap dari satu titik tetap.



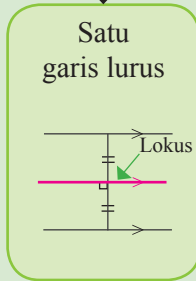
Lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua titik tetap



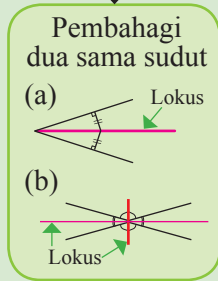
Lokus bagi titik yang berjarak tetap dari satu garis lurus



Lokus bagi titik berjarak sama dari dua garis lurus yang selari



Lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua garis lurus yang bersilang



(IMBAS KENDIRI)

Pada akhir bab ini, saya dapat:

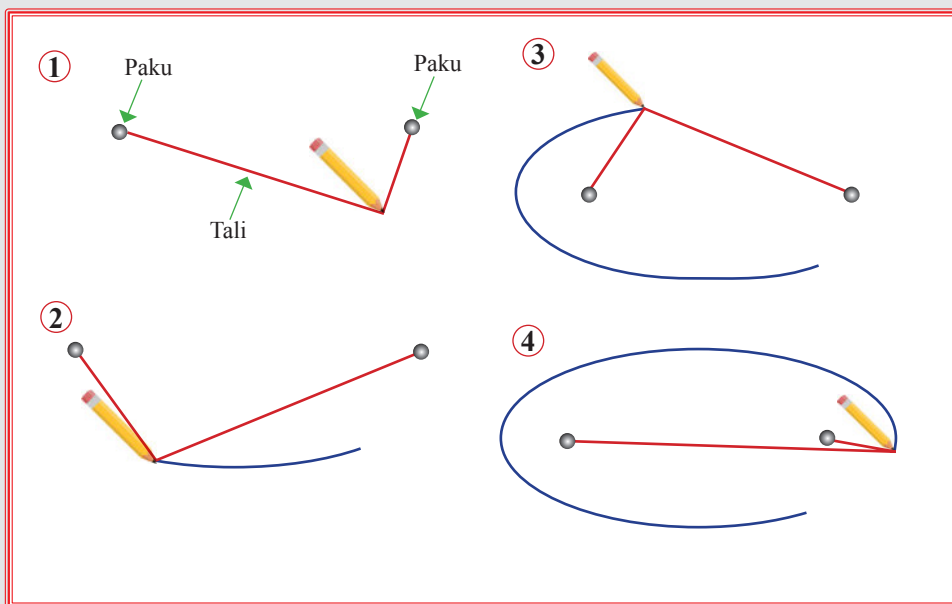


1.	Mengenal lokus dalam situasi kehidupan sebenar, dan seterusnya menerangkan maksud lokus.		
2.	Memerihal lokus bagi titik yang berjarak tetap dari satu titik tetap.		
3.	Memerihal lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua titik tetap.		
4.	Memerihal lokus bagi titik yang berjarak tetap dari satu garis lurus.		
5.	Memerihal lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua garis lurus yang selari.		
6.	Memerihal lokus bagi titik yang berjarak sama dari dua garis lurus yang bersilang.		
7.	Menentukan lokus yang memenuhi dua atau lebih syarat.		
8.	Menyelesaikan masalah yang melibatkan lokus.		

JELAJAH MATEMATIK

Kita boleh melakar satu elips dengan langkah-langkah berikut:

1. Ikatkan dua batang paku dengan seutas tali (satu paku pada setiap hujung tali).
2. Letakkan sehelai kertas di atas sekeping papan rata.
3. Pakukan dua paku tadi di atas kertas itu supaya tali itu tidak berada dalam keadaan tegang. Dua paku yang ditetapkan itu dipanggil fokus.
4. Kita boleh mula melakar bentuk elips dengan menarik secara tegang tali itu dengan menggunakan mata pensel di dalam batasan tali itu.
5. Perhatikan bentuk elips yang terbentuk.



BIJAK MINDA

Mengapakah elips juga boleh dikenali sebagai lokus?

BAB 9

Garis Lurus

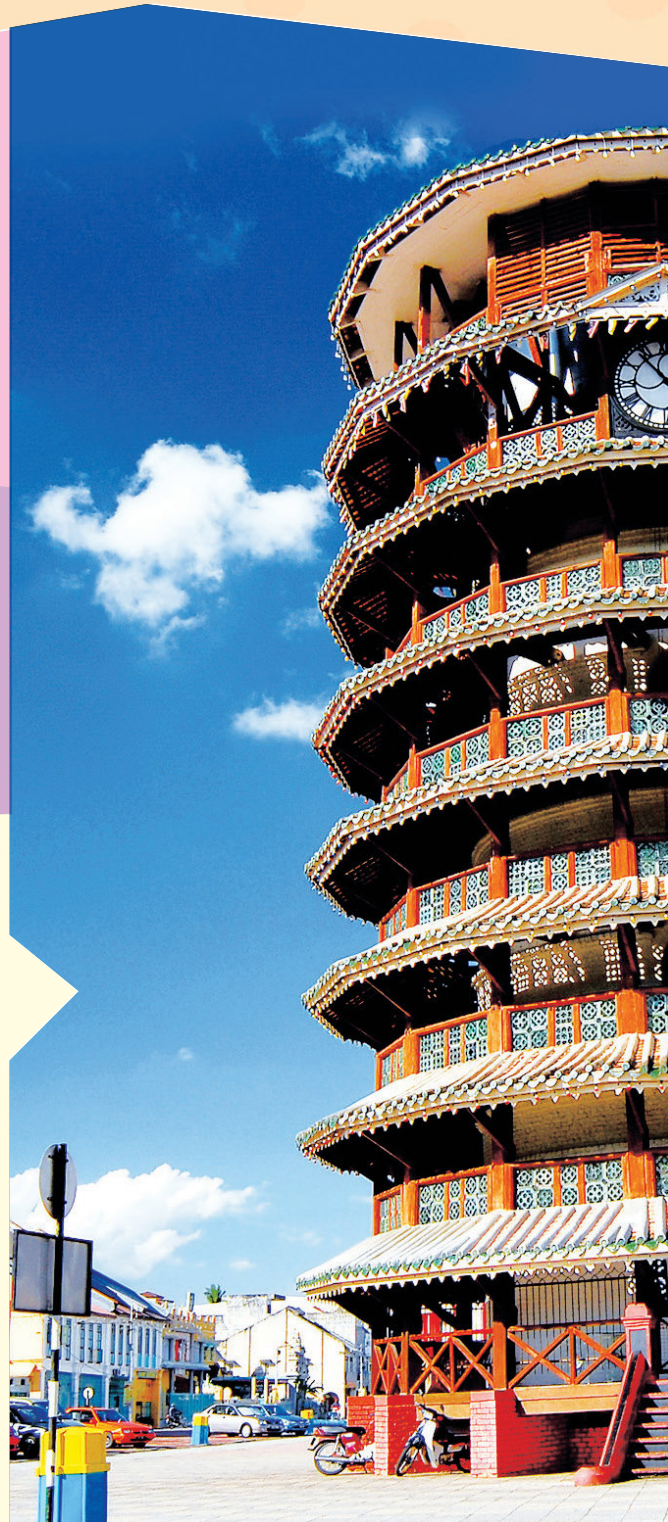
 **Apakah yang akan anda pelajari?**

9.1 Garis Lurus

Kenapa Belajar Bab Ini?

- Konsep garis lurus digunakan dengan meluas dalam pembinaan pelbagai bentuk geometri seperti segi empat sama, segi tiga dan layang.
- Konsep garis lurus digunakan dalam bidang kejuruteraan, arkitek, pembinaan, pemetaan, sains, sukan dan sebagainya.

Kebiasaannya, setiap bangunan dibina secara menegak. Seseengah bangunan seperti Menara Jam Condong Teluk Intan yang telah dibina pada tahun 1885, menjadi condong disebabkan struktur tanah. Walaupun berbentuk condong dan berusia lebih 100 tahun, Menara Jam Condong Teluk Intan masih kukuh dan menjadi mercu tanda bandar Teluk Intan. Menara condong ini telah diisytiharkan sebagai warisan kebangsaan pada tahun 2015.





Eksplorasi Zaman

Euclid ialah seorang pakar matematik dari Yunani. Beliau telah membuat banyak kajian tentang garis lurus dan geometri sehingga beliau dikenali sebagai pengasas geometri.

Bidang geometri yang diberi nama Geometri Euclid adalah untuk memperingati sumbangan beliau dalam bidang berkaitan.



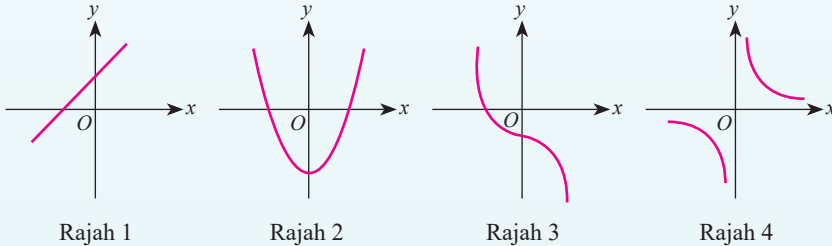
<http://yakin-pelajar.com/Eksplorasi%20Zaman/Bab%209/>

GERBANG KATA

- garis lurus
- garis selari
- jarak mencancang
- jarak mengufuk
- kecerunan
- paksi
- pintasan
- persamaan serentak
- titik persilangan
- *straight line*
- *parallel line*
- *vertical distance*
- *horizontal distance*
- *gradient*
- *axis*
- *intercept*
- *simultaneous equation*
- *intersection point*

Apakah persamaan bagi suatu garis lurus?

Semasa di Tingkatan 2, anda telah mempelajari cara untuk melukis graf bagi suatu fungsi linear dan fungsi bukan linear dengan membina jadual nilai bagi fungsi berkaitan.



Setiap graf fungsi di atas dilukis berdasarkan suatu fungsi tertentu. Fungsi tersebut juga merupakan persamaan bagi bentuk graf berkaitan.

Bolehkah anda bezakan graf fungsi linear dan graf fungsi bukan linear? Bincangkan.

STANDARD PEMBELAJARAN

Membuat perkaitan antara persamaan $y = mx + c$, dengan kecerunan dan pintasan- y , dan seterusnya membuat generalisasi tentang persamaan garis lurus.

Cetusan Minda 1



Berkumpulan

Tujuan: Menentukan perkaitan antara persamaan $y = mx + c$ dengan kecerunan dan pintasan- y .

Bahan: Kertas graf, kad-kad fungsi linear

Langkah:

1. Bahagikan murid kepada empat kumpulan.
2. Setiap kumpulan diberi kad yang ditulis dengan dua fungsi linear.

Kumpulan 1

$$y = 3x + 6$$

$$y = -2x - 4$$

Kumpulan 2

$$y = 2x + 6$$

$$y = -4x + 8$$

Kumpulan 3

$$y = 5x - 10$$

$$y = -3x + 9$$

Kumpulan 4

$$y = 4x - 8$$

$$y = -2x + 2$$

3. Lengkapkan jadual nilai di bawah untuk setiap fungsi yang diberi.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

4. Berdasarkan jadual nilai lukiskan graf fungsi.



IMBAS KEMBALI

Kecerunan, m , bagi garis lurus yang menyambung dua titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

atau

$$m = -\frac{\text{pintasan-}y}{\text{pintasan-}x}$$

5. Daripada graf fungsi, hitung kecerunan dan nyatakan nilai pintasan-y.
6. Bandingkan nilai kecerunan dan pintasan-y daripada graf dengan nilai dalam kad fungsi.

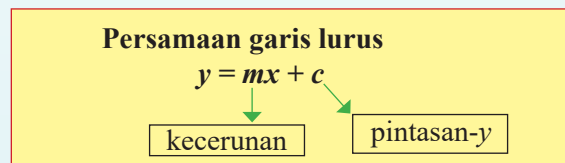
Perbincangan:

1. Bandingkan dapatan anda di langkah 6 dengan fungsi linear $y = mx + c$. Apakah kesimpulan anda?
2. Bentangkan hasil dapatan anda. Adakah hasil dapatan anda sama dengan hasil dapatan kumpulan lain?

Hasil daripada Cetusan Minda 1, didapati bahawa;

- (a) Bagi suatu fungsi linear, $y = mx + c$, m ialah kecerunan dan c ialah pintasan-y garis lurus tersebut.
- (b) Graf untuk fungsi linear, $y = mx + c$ ialah satu garis lurus.

Secara generalisasi,



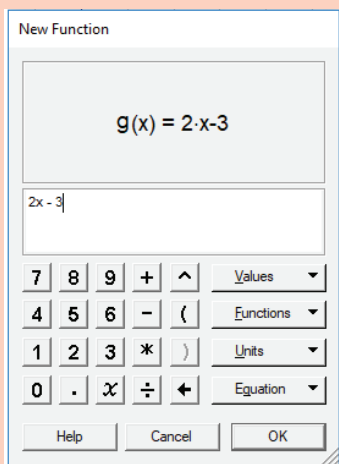
Cetusan Minda 2 Berpasangan

Tujuan: Menghasilkan graf fungsi linear.

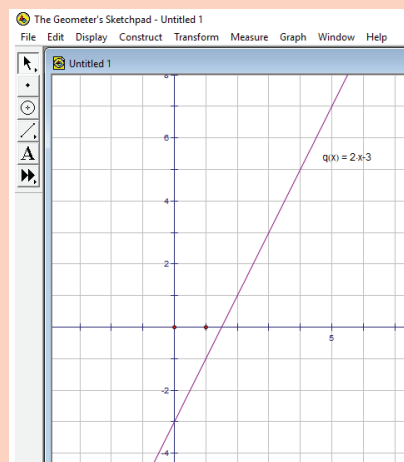
Bahan: Perisian dinamik

Langkah:

1. Mulakan dengan *New sketch*.
2. Pilih ikon *graph*.
3. Pilih *plot new function* dan masukkan persamaan garis lurus yang dikehendaki (Rajah 1).

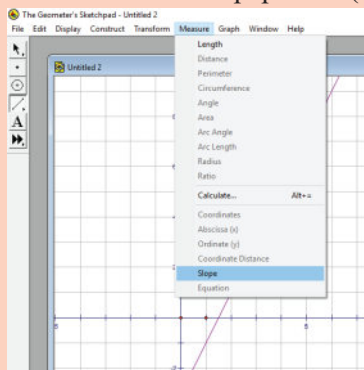


Graf garis lurus pertama: $y = 2x - 3$

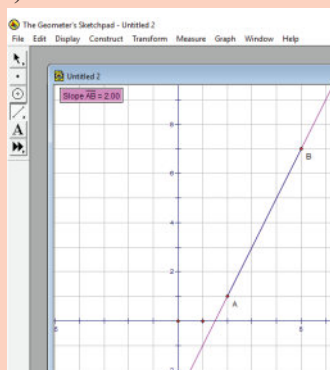


Rajah 1

- Klik *straightedge tool* dan tandakan dua titik di atas graf garis lurus yang terbina.
- Klik *measure* dan seterusnya klik *slope* (Rajah 2).
Nilai kecerunan akan dipaparkan (Rajah 3).

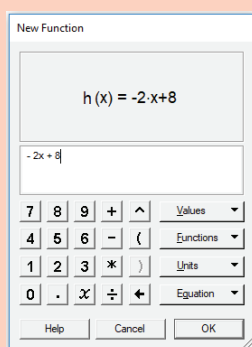


Rajah 2

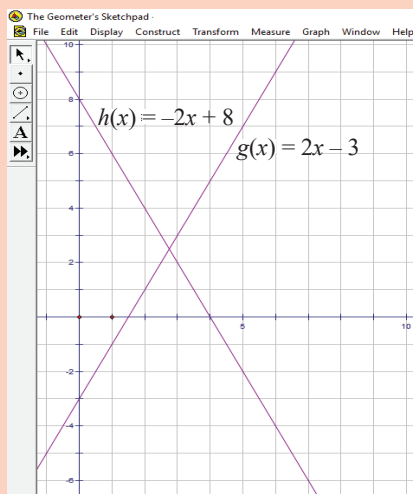


Rajah 3

- Ulangi langkah 2 hingga 5 untuk melukis dan menentukan kecerunan graf garis lurus fungsi $y = -2x + 8$ (Rajah 4).



Graf garis lurus kedua:
 $y = -2x + 8$

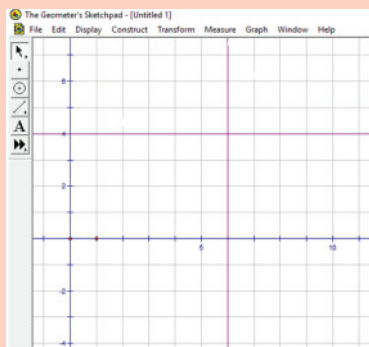


Rajah 4

- Garis lurus yang selari dengan paksi- x dan paksi- y .

Contoh paparan bagi garis lurus seperti

- (a) $y = 4$ (b) $x = 6$

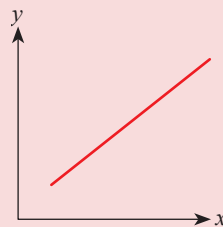


$x = 6$

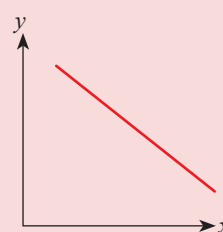
TIP

Hubungan nilai m dengan bentuk graf garis lurus.

Jika $m > 0$



Jika $m < 0$



Perbincangan:

1. Bandingkan bentuk graf yang terhasil daripada perisian dinamik dengan bentuk graf daripada Cetusan Minda 1.
2. Buat kesimpulan bagi nilai-nilai m dan c bagi persamaan garis lurus berbentuk $y = mx + c$. Bincangkan bentuk graf apabila
 - (a) m bernilai positif
 - (b) m bernilai negatif
 - (c) selari dengan paksi- x
 - (d) selari dengan paksi- y

Hasil daripada Cetusan Minda 2, didapati bahawa;

- (a) Graf untuk fungsi linear $y = mx + c$ ialah satu garis lurus.
- (b) Graf untuk fungsi $y = h$ ialah satu garis lurus yang selari dengan paksi- x .
- (c) Graf untuk fungsi $x = h$ ialah satu garis lurus yang selari dengan paksi- y .

Contoh 1

Tentukan kecerunan dan pintasan- y bagi garis lurus

(a) $y = 2x + 9$

(b) $3y = -2x + 12$

Penyelesaian:

- (a) Bandingkan $y = 2x + 9$ dengan $y = mx + c$;
 $m = 2$ dan $c = 9$
 Maka, kecerunan = 2 dan pintasan- $y = 9$

- (b) Diberi $3y = -2x + 12$

$$\frac{3y}{3} = -\frac{2x}{3} + \frac{12}{3}$$

Dibahagi dengan 3 supaya pekali y bernilai +1.

$$y = -\frac{2}{3}x + 4$$

Bandingkan $y = -\frac{2}{3}x + 4$ dengan $y = mx + c$;

$$m = -\frac{2}{3} \text{ dan } c = 4$$

Maka, kecerunan = $-\frac{2}{3}$ dan pintasan- $y = 4$.

BIJAK MINDA

Apakah nilai pintasan- y bagi suatu garis lurus yang melalui asalan?

KUIZ

Apakah nilai kecerunan bagi garis lurus

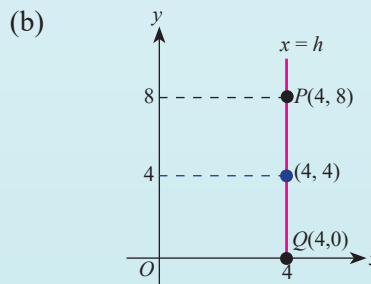
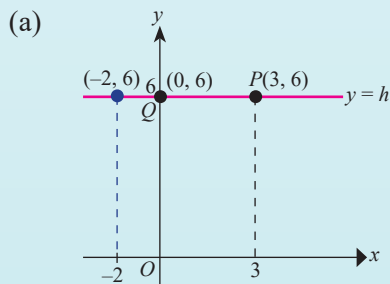
- (a) $y = x$
- (b) $y = -x$

BULETIN

Dalam persamaan $y = mx + c$, pekali bagi y ialah +1.

Contoh 2

Nyatakan nilai h bagi graf garis lurus di bawah. Nyatakan alasan untuk jawapan anda.



Penyelesaian:

(a) $h = 6$ kerana garis lurus $y = 6$ sentiasa berjarak 6 unit dari paksi- x

(b) $h = 4$ kerana garis lurus $x = 4$ sentiasa berjarak 4 unit dari paksi- y .

UJI MINDA 9.1a

1. Tentukan kecerunan dan pintasan- y bagi garis lurus yang berikut.

(a) $y = 3x + 5$

(b) $y = 2x - 7$

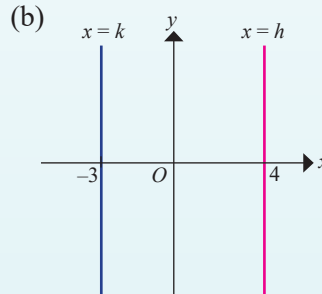
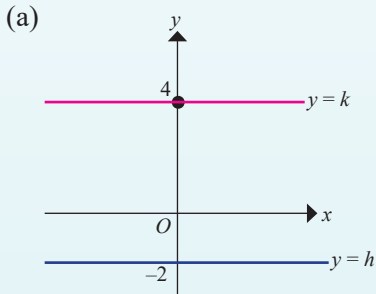
(c) $y = -x + 4$

(d) $2y = 8x + 6$

(e) $3y = -x + 18$

(f) $-4y = -2x + 5$

2. Nyatakan nilai k dan nilai h bagi setiap graf garis lurus yang diberi.



Apakah kaitan antara persamaan garis lurus dalam bentuk $ax + by = c$, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ dengan $y = mx + c$?

STANDARD PEMBELAJARAN

Menyiasat dan mentafsir persamaan garis lurus dalam bentuk lain seperti $ax + by = c$ dan $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, serta menukarkan kepada bentuk $y = mx + c$ dan sebaliknya.

Cetusan Minda 3 Berkumpulan

Tujuan: Menentukan kaitan antara persamaan garis lurus dalam

bentuk $ax + by = c$, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ dengan $y = mx + c$.

Bahan: Kertas graf, kad-kad persamaan garis lurus

Langkah:

1. Bahagikan murid kepada empat kumpulan.
2. Setiap kumpulan diberi kad yang ditulis dengan tiga persamaan garis lurus.

Kumpulan 1

$$2x + 3y = 6$$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 2$$

Kumpulan 2

$$4x - 2y = -8$$

$$\frac{x}{(-2)} + \frac{y}{4} = 1$$

$$y = 2x + 4$$

Kumpulan 3

$$-3x + 4y = -12$$

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{(-3)} = 1$$

$$y = \frac{3}{4}x - 3$$

Kumpulan 4

$$-x - 4y = 4$$

$$\frac{x}{(-4)} + \frac{y}{(-1)} = 1$$

$$y = -\frac{1}{4}x - 1$$

3. Tentukan nilai sepadan y apabila $x = 0$ dan nilai sepadan x apabila $y = 0$ bagi setiap persamaan.

Contoh:

x	0	3
y	2	0

$2x + 3y = 6$
 Apabila $x = 0$: Apabila $y = 0$:
 $2(0) + 3y = 6$ $2x + 3(0) = 6$
 $3y = 6$ $2x = 6$
 $y = 2$ $x = 3$

4. Lukiskan graf garis lurus bagi setiap persamaan.
 5. Daripada graf, nyatakan pintasan- x dan pintasan- y serta tentukan kecerunan graf.

Perbincangan:

1. Apakah kesimpulan anda tentang kaitan antara nilai pintasan- x dengan pintasan- y serta kecerunan ketiga-tiga graf garis lurus?
2. Apakah kesimpulan anda tentang kaitan antara persamaan garis lurus berlainan bentuk yang diberikan kepada kumpulan anda?

TIP
 Graf garis lurus boleh dilukis dengan memplotkan sekurang-kurangnya dua titik.

TIP
 Kecerunan = $-\frac{\text{pintasan-}y}{\text{pintasan-}x}$

Hasil daripada Cetusan Minda 3, didapati bahawa;

- (a) Pintasan- x dan pintasan- y serta nilai kecerunan bagi ketiga-tiga garis lurus adalah sama.
- (b) Persamaan garis lurus dalam bentuk $ax + by = c$, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ dan $y = mx + c$ menghasilkan graf garis lurus yang sama jika nilai pintasan- x dan pintasan- y adalah sama.

Secara generalisasi,

Persamaan garis lurus $y = mx + c$ juga boleh ditulis dalam bentuk $ax + by = c$ dan $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$; $a \neq 0$ dan $b \neq 0$

Bagaimanakah anda menukarkan persamaan garis lurus dalam bentuk $ax + by = c$, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ kepada bentuk $y = mx + c$ dan sebaliknya?

Contoh 3

Tukarkan persamaan garis lurus di bawah kepada bentuk $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ dan $y = mx + c$.

- (a) $2x + 3y = 12$ (b) $3x - 5y = 15$

Penyelesaian:

- (a) $2x + 3y = 12$

(i) $2x + 3y = 12$
 $\xrightarrow{\div 12} \frac{2x}{12} + \frac{3y}{12} = \frac{12}{12}$ } Dibahagi dengan 12 supaya mendapat nilai 1.
 $\frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 1$

(ii) $2x + 3y = 12$
 $3y = -2x + 12$
 $\xrightarrow{\div 3} \frac{3y}{3} = \frac{-2x}{3} + \frac{12}{3}$ } Dibahagi dengan 3 supaya pekali y bernilai +1.
 $y = -\frac{2}{3}x + 4$

TIP
 Bagi persamaan garis lurus
 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$,
 $a =$ pintasan- x
 $b =$ pintasan- y

(b) $3x - 5y = 15$

(i) $3x - 5y = 15$
 $\div 15 \rightarrow \frac{3x}{15} - \frac{5y}{15} = \frac{15}{15}$
 $\frac{x}{5} - \frac{y}{3} = 1$

(ii) $3x - 5y = 15$
 $-5y = -3x + 15$
 $\div (-5) \rightarrow \frac{-5y}{(-5)} = \frac{-3x}{(-5)} + \frac{15}{(-5)}$
 $y = \frac{3}{5}x - 3$

SUDUT DISKUSI

Antara tiga bentuk persamaan garis lurus yang anda belajar, bentuk manakah yang paling mudah diketahui nilai kecerunan, nilai pintasan- y dan nilai pintasan- x suatu garis lurus? Bincangkan.

Contoh 4

Tukarkan persamaan garis lurus di bawah kepada bentuk $ax + by = c$ dan $y = mx + c$.

(a) $\frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 1$

(b) $-\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1$

Penyelesaian:

(a) $\frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 1$

(b) $-\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1$

(i) $\frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 1$

(i) $-\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1$

$\frac{3x + 6y}{6(3)} = 1 \rightarrow$
 $3x + 6y = 1(18)$
 $3x + 6y = 18$
 $x + 2y = 6$

Kaedah menyamakan penyebut.

$\frac{-4x + 2y}{2(4)} = 1$
 $-4x + 2y = 1(8)$
 $-4x + 2y = 8$
 $-2x + y = 4$

(ii) $\frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 1$

(ii) $-\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1$

$\frac{y}{3} = -\frac{x}{6} + 1$
 $\times 3 \rightarrow \frac{3y}{3} = \frac{-x(3)}{6} + 1(3)$
 $y = -\frac{1}{2}x + 3$

$\frac{y}{4} = \frac{x}{2} + 1$
 $\times 4 \rightarrow \frac{4y}{4} = \frac{x(4)}{2} + 1(4)$
 $y = 2x + 4$

TIP

$-4x + 2y = 8$
 juga boleh ditulis sebagai
 $4x - 2y = -8$

KUIZ

Apakah nilai kecerunan bagi garis lurus

$-\frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 1$?

Didarab dengan 4 supaya pekali y bernilai +1.

Contoh 5

Tukarkan persamaan garis lurus berikut kepada bentuk $ax + by = c$ dan $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

(a) $y = -2x + 8$

(b) $y = 3x + 6$

Penyelesaian:

(a) $y = -2x + 8$

(b) $y = 3x + 6$

(i) $y = -2x + 8$
 $2x + y = 8$

(i) $y = 3x + 6$
 $-3x + y = 6$

(ii) $y = -2x + 8$
 $2x + y = 8$

(ii) $y = 3x + 6$
 $-3x + y = 6$

$\div 8 \rightarrow \frac{2x}{8} + \frac{y}{8} = \frac{8}{8}$
 $\frac{x}{4} + \frac{y}{8} = 1$

$\div 6 \rightarrow \frac{-3x}{6} + \frac{y}{6} = \frac{6}{6}$
 $-\frac{x}{2} + \frac{y}{6} = 1$

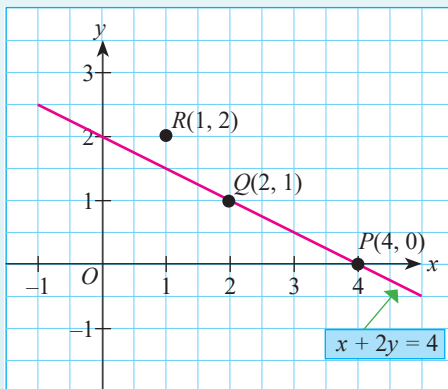
UJI MINDA 9.1b

- Tuliskan persamaan garis lurus berikut dalam bentuk $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ dan $y = mx + c$.
 (a) $3x - 4y = 24$ (b) $7x + 2y = 28$ (c) $5x - 3y = 15$ (d) $-2x + 3y = 9$
- Tuliskan persamaan garis lurus berikut dalam bentuk $ax + by = c$ dan $y = mx + c$.
 (a) $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$ (b) $-\frac{x}{3} + \frac{y}{6} = 1$ (c) $\frac{3x}{2} + \frac{y}{6} = 1$ (d) $\frac{2x}{3} - \frac{y}{4} = 1$
- Tuliskan persamaan garis lurus berikut dalam bentuk $ax + by = c$ dan $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.
 (a) $y = 2x + 6$ (b) $y = 3x - 12$ (c) $y = -x + 5$ (d) $y = -2x - 4$

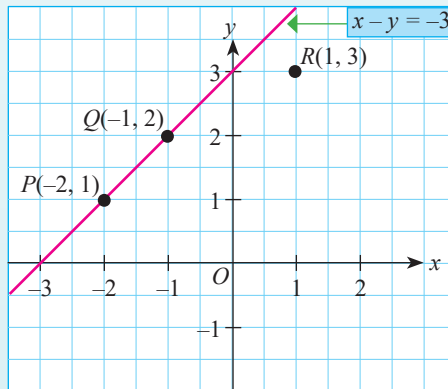
Apakah hubungan antara titik pada garis lurus dengan persamaan garis lurus tersebut?

STANDARD PEMBELAJARAN
 Menyiasat dan membuat inferens tentang hubungan antara titik pada garis lurus dengan persamaan garis lurus tersebut.

Rajah 1 dan Rajah 2 menunjukkan dua garis lurus yang dilukis pada satah Cartes berdasarkan persamaan garis lurus $x + 2y = 4$ dan $x - y = -3$.



Rajah 1



Rajah 2

Teliti kedudukan titik-titik P , Q dan R pada Rajah 1 dan Rajah 2. Apakah yang boleh anda nyatakan tentang titik-titik P , Q dan R serta garis lurus yang dilukis?

(a) Rajah 1

$$\overbrace{x + 2y = 4}^{\text{Kiri}} \quad \overbrace{x + 2y = 4}^{\text{Kanan}}$$

(i) Gantikan titik $P(4, 0)$

Kiri:	Kanan:
$x + 2y$	$= 4$
$= 4 + 2(0)$	\uparrow
$= 4$	Sama

(ii) Gantikan titik $Q(2, 1)$

Kiri:	Kanan:
$x + 2y$	$= 4$
$= 2 + 2(1)$	\uparrow
$= 4$	Sama

(iii) Gantikan titik $R(1, 2)$

Kiri:	Kanan:
$x + 2y$	$= 4$
$= 1 + 2(2)$	\uparrow
$= 5$	Tidak Sama

(b) Rajah 2

$$\begin{array}{cc} \text{Kiri} & \text{Kanan} \\ \hline x - y & = -3 \end{array}$$

(i) Gantikan titik $P(-2, 1)$

$$\begin{array}{cc} \text{Kiri:} & \text{Kanan:} \\ x - y & = -3 \\ = -2 - 1 & \\ = -3 & \leftarrow \text{Sama} \end{array}$$

(ii) Gantikan titik $Q(-1, 2)$

$$\begin{array}{cc} \text{Kiri:} & \text{Kanan:} \\ x - y & = -3 \\ = -1 - 2 & \\ = -3 & \leftarrow \text{Sama} \end{array}$$

(iii) Gantikan titik $R(1, 3)$

$$\begin{array}{cc} \text{Kiri:} & \text{Kanan:} \\ x - y & = -3 \\ = 1 - 3 & \\ = -2 & \leftarrow \text{Tidak Sama} \end{array}$$

Daripada aktiviti di atas didapati;

- (a) titik-titik pada garis lurus atau titik-titik yang dilalui oleh garis lurus akan memenuhi persamaan garis lurus.
 (b) titik-titik yang tidak terletak pada garis lurus tidak akan memenuhi persamaan garis lurus.

Contoh / 6

1. Tentukan sama ada titik P terletak pada garis lurus yang diberikan atau tidak.

(a) $y = 3x + 2$, $P(2, 8)$

(b) $3x - 2y = 12$, $P(-4, 2)$

(c) $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$, $P(6, -2)$

(d) $2y = -5x - 7$, $P(4, 3)$

Penyelesaian:

(a) $y = 3x + 2$, $P(2, 8)$

$$\begin{array}{cc} \text{Kiri} & \text{Kanan} \\ \hline y & = 3x + 2 \\ = 8 & \\ & = 3(2) + 2 \\ & = 8 \end{array}$$

← Sama →

Maka, $P(2, 8)$ terletak pada garis lurus $y = 3x + 2$.

(b) $3x - 2y = 12$, $P(-4, 2)$

$$\begin{array}{cc} \text{Kiri} & \text{Kanan} \\ \hline 3x - 2y & = 12 \\ = 3(-4) - 2(2) & \\ = -16 & \end{array}$$

← Tidak Sama →

Maka, $P(-4, 2)$ tidak terletak pada garis lurus $3x - 2y = 12$

(c) $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$, $P(6, -2)$

$$\begin{array}{cc} \text{Kiri} & \text{Kanan} \\ \hline \frac{x}{3} + \frac{y}{2} & = 1 \\ = \frac{(6)}{3} + \frac{(-2)}{2} & \\ = 1 & \end{array}$$

← Sama →

Maka, $P(6, -2)$ terletak pada garis lurus $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$.

(d) $2y = -5x - 7$, $P(4, 3)$

$$\begin{array}{cc} \text{Kiri} & \text{Kanan} \\ \hline 2y & = -5x - 7 \\ = 2(3) & = -5(4) - 7 \\ = 6 & = -27 \end{array}$$

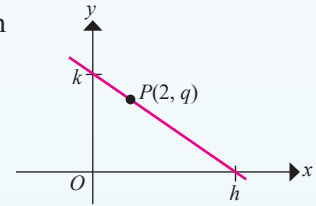
← Tidak Sama →

Maka, $P(4, 3)$ tidak terletak pada garis lurus $2y = -5x - 7$.

Contoh 7

Rajah menunjukkan garis lurus $3x + 5y = 15$. Diberi bahawa O adalah asalan. Tentukan nilai

- (a) h (b) k (c) q (d) kecerunan garis lurus $3x + 5y = 15$



Penyelesaian:

- (a) h merupakan pintasan- x .

$$\begin{aligned} \text{Maka, } y &= 0 \\ 3x + 5y &= 15 \\ 3(h) + 5(0) &= 15 \\ 3h &= 15 \\ h &= \frac{15}{3} \\ h &= 5 \end{aligned}$$

- (b) k merupakan pintasan- y .

$$\begin{aligned} \text{Maka, } x &= 0 \\ 3x + 5y &= 15 \\ 3(0) + 5(k) &= 15 \\ 5k &= 15 \\ k &= \frac{15}{5} \\ k &= 3 \end{aligned}$$

- (c) $P(2, q)$ merupakan suatu titik pada garis lurus $3x + 5y = 15$.

$$\begin{aligned} \text{Maka,} \\ 3x + 5y &= 15 \\ 3(2) + 5(q) &= 15 \\ 6 + 5q &= 15 \\ 5q &= 15 - 6 \\ 5q &= 9 \\ q &= \frac{9}{5} \end{aligned}$$

- (d) Kecerunan garis lurus $3x + 5y = 15$

$$\begin{aligned} m &= -\frac{\text{pintasan-}y}{\text{pintasan-}x} \\ \text{kecerunan} &= -\frac{3}{5} \end{aligned}$$

TIP

- ♦ Bagi titik-titik pada paksi- x nilai koordinat- y ialah sifar.
- ♦ Bagi titik-titik pada paksi- y nilai koordinat- x ialah sifar.



IMBAS KEMBALI

Kecerunan, m

$$m = -\frac{\text{pintasan-}y}{\text{pintasan-}x}$$

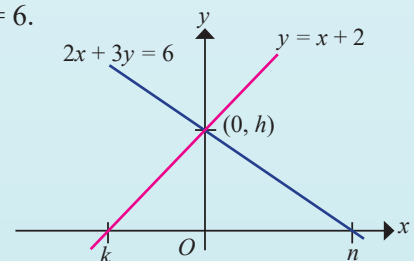


BIJAK MINDA

Adakah koordinat $(-3, -3)$ terletak pada garis lurus $y = x$?

UJI MINDA 9.1c

- Tentukan sama ada titik berikut terletak pada garis lurus $y = 2x + 16$.
 (a) $M(-4, 3)$ (b) $N(1, 18)$ (c) $P(-8, 0)$ (d) $Q(-5, 8)$
- Tentukan sama ada titik berikut terletak pada garis lurus $2x + 3y = 12$.
 (a) $M(0, 4)$ (b) $N(3, -2)$ (c) $P(15, -6)$ (d) $Q(-4, 8)$
- Tentukan sama ada titik berikut terletak pada garis lurus $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$.
 (a) $M(2, 0)$ (b) $N(-2, 12)$ (c) $P(4, -3)$ (d) $Q(0, 6)$
- Rajah menunjukkan dua garis lurus, $y = x + 2$ dan $2x + 3y = 6$. Diberi bahawa O adalah asalan. Tentukan nilai
 (a) h (b) k (c) n



Apakah yang anda faham tentang kecerunan garis selari?

STANDARD PEMBELAJARAN

Menyiasat dan membuat inferens tentang kecerunan garis selari.

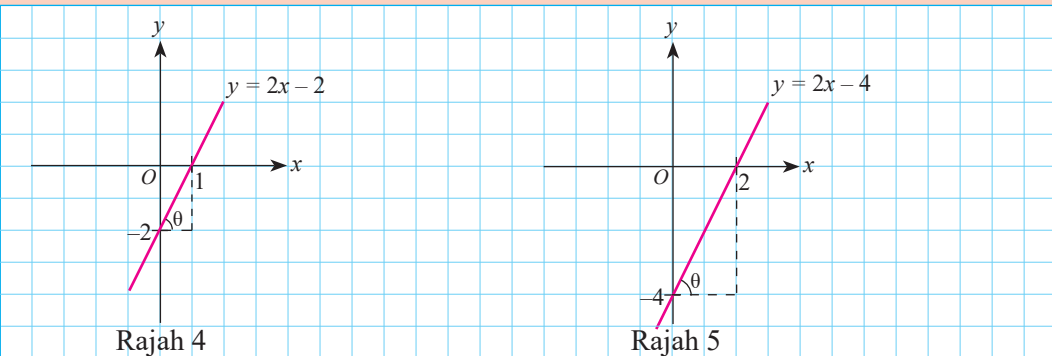
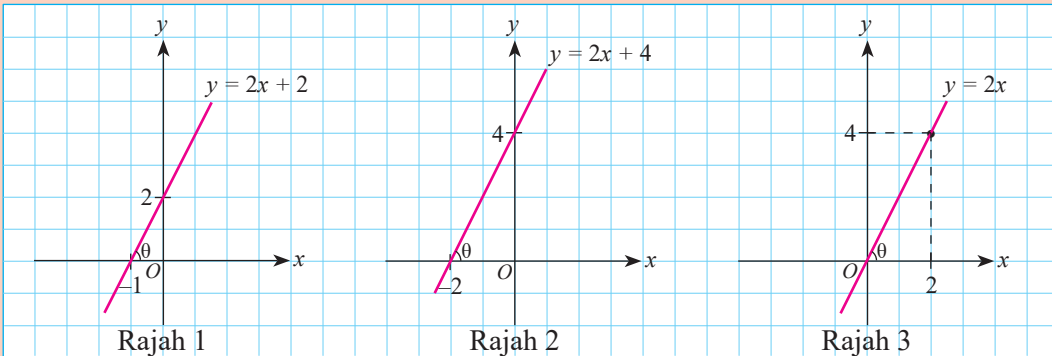
Anda telah pelajari bahawa kecerunan suatu garis lurus ialah nisbah jarak mencancang kepada jarak mengufuk dan sudut sepadan garis-garis selari adalah sama.

Cetusan Minda 4 Berpasangan

Tujuan: Menentukan kaitan antara kecerunan garis lurus dengan garis selari.

Langkah:

1. Teliti graf-graf garis lurus di bawah yang dilukis berdasarkan persamaan garis lurus dengan kecerunan yang sama iaitu $m = 2$.



2. Berdasarkan Rajah 1 hingga Rajah 5, hitung nilai θ .

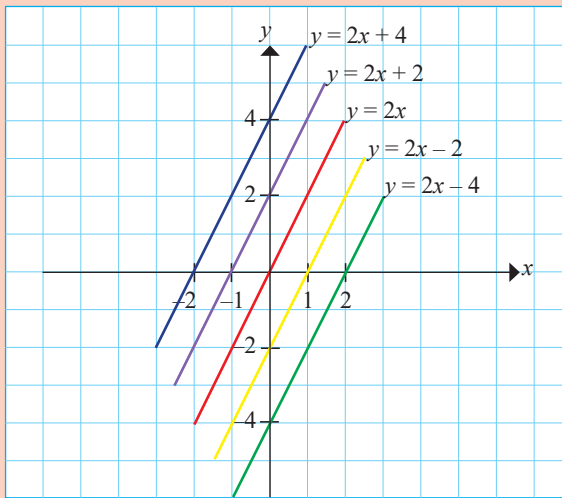
Rajah 1	Rajah 2	Rajah 3	Rajah 4	Rajah 5
$\tan \theta = \frac{2}{1}$				
$\theta = 63.43^\circ$				

IMBAS KEMBALI

$\tan \theta = \frac{y}{x}$

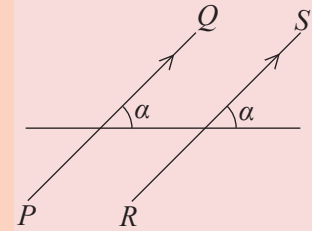
3. Adakah nilai θ bagi kelima-lima rajah sama?

4. Graf-graf pada Rajah 1 hingga Rajah 5 digabungkan seperti di bawah.



TIP

PQ dan RS adalah selari kerana mempunyai sudut yang sepadan.



Perbincangan:

1. Apakah kaitan antara nilai θ dengan kelima-lima garis lurus di atas?
2. Adakah garis lurus $y = 2x + 4$, $y = 2x + 2$, $y = 2x$, $y = 2x - 2$ dan $y = 2x - 4$ selari? Mengapa?
3. Apakah kaitan antara kecerunan dengan garis selari?
4. Adakah dapatan anda sama dengan kumpulan lain?

Hasil daripada Cetusan Minda 4, didapati bahawa;

Garis lurus $y = 2x + 4$, $y = 2x + 2$, $y = 2x$, $y = 2x - 2$ dan $y = 2x - 4$ adalah selari kerana mempunyai kecerunan yang sama, iaitu $m = 2$ dan sudut sepadan yang sama, iaitu 63.43° .

Secara generalisasi,

Garis lurus yang mempunyai kecerunan yang sama adalah selari.

Contoh 8

Tentukan sama ada garis lurus $y = 3x + 5$ adalah selari dengan garis lurus $6x - 2y = 9$.

Penyelesaian:

$y = 3x + 5$
 Bandingkan dengan $y = mx + c$
 Kecerunan = 3

$$\begin{aligned}
 6x - 2y &= 9 \\
 -2y &= -6x + 9 \\
 \frac{-2y}{-2} &= \frac{-6x}{(-2)} + \frac{9}{(-2)} \\
 y &= 3x - \frac{9}{2}
 \end{aligned}$$

Kecerunan = 3

Sama

TIP

Bagi menentukan nilai kecerunan garis lurus, tukarkan persamaan garis lurus yang diberi kepada bentuk $y = mx + c$.

Kecerunan kedua-dua garis lurus adalah sama maka, $y = 3x + 5$ adalah selari dengan $6x - 2y = 9$.

Contoh 9

Tentukan sama ada garis lurus $y = 3x + 8$ adalah selari dengan garis lurus $6y = 3x - 9$.

Penyelesaian:

$$y = 3x + 8$$

Bandingkan dengan $y = mx + c$

$$\text{Kecerunan} = 3$$

$$6y = 3x - 9$$

$$y = \frac{3x}{6} - \frac{9}{6}$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$\text{Kecerunan} = \frac{1}{2}$$

Tidak Sama

SUDUT DISKUSI

Adakah dua garis selari akan bersilang? Bincangkan.

Kecerunan kedua-dua garis lurus adalah tidak sama. Maka, $y = 3x + 8$ tidak selari dengan $6y = 3x - 9$.

Contoh 10

Diberi bahawa garis lurus $4x + 3y = 18$ adalah selari dengan garis lurus $2x + hy = 20$. Hitung nilai h .

Penyelesaian:

Jika kedua-dua garis lurus adalah selari maka, kecerunan adalah sama.

$$\text{Bagi } 4x + 3y = 18$$

$$3y = -4x + 18$$

$$y = -\frac{4}{3}x + 6$$

$$\text{Kecerunan} = -\frac{4}{3}$$

$$\text{Bagi } 2x + hy = 20$$

$$hy = -2x + 20$$

$$y = -\frac{2}{h}x + \frac{20}{h}$$

$$\text{Kecerunan} = -\frac{2}{h}$$

Maka,

$$-\frac{4}{3} = -\frac{2}{h}$$

$$h = 2 \times \frac{3}{4}$$

$$h = \frac{3}{2}$$

UJI MINDA 9.1d

1. Tentukan sama ada pasangan garis lurus berikut adalah selari.

(a) $3y = -6x + 3$ dan $y + 2x = 14$

(b) $2x + 3y = 3$ dan $2x + 6y = 12$

(c) $y = 2x + 1$ dan $8x - 4y = 5$

(d) $y = -3x + 4$ dan $9x + 2y = 12$

2. Tentukan nilai k bagi setiap pasangan garis selari berikut.

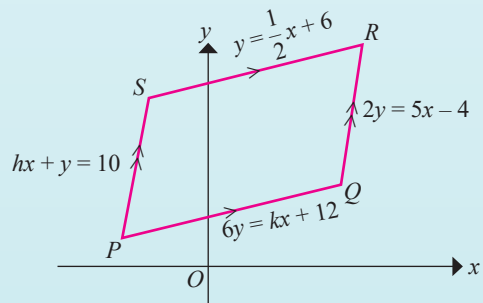
(a) $y = -3x + 4$ dan $y + kx = 14$

(b) $kx + 2y = 7$ dan $6x + 2y = 15$

(c) $8y = 5x + 1$ dan $kx - 3y = 8$

(d) $3x + ky = 4$ dan $2x + y = 3$

3. Rajah di sebelah menunjukkan suatu segi empat selari $PQRS$. Diberi bahawa garis lurus PQ adalah selari dengan SR dan garis lurus PS adalah selari dengan QR . Diberi O ialah asalan. Hitung nilai h dan nilai k .



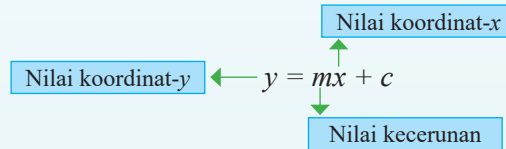
📌 Bagaimanakah anda menentukan persamaan suatu garis lurus?



Persamaan suatu garis lurus $y = mx + c$ boleh ditentukan dengan langkah-langkah berikut:

Menentukan persamaan suatu garis lurus.

- 1 Tentukan nilai kecerunan, m .
- 2 Tentukan satu titik yang dilalui oleh garis lurus atau pada garis lurus tersebut.
- 3 Gantikan nilai kecerunan, m , nilai koordinat- x dan nilai koordinat- y dari titik ke dalam persamaan garis lurus $y = mx + c$ untuk menentukan nilai c iaitu nilai pintasan- y .



- 4 Gantikan nilai kecerunan dan nilai pintasan- y yang ditentukan ke dalam persamaan garis lurus $y = \underline{m}x + \underline{c}$.

📌 Menentukan persamaan suatu garis lurus apabila kecerunan dan suatu titik pada garis lurus diberi.

Contoh 11

Tentukan persamaan garis lurus dengan kecerunan $\frac{1}{2}$ dan melalui titik $P(6, 8)$.

Penyelesaian:

$$m = \frac{1}{2}, x = 6, y = 8$$

Gantikan nilai m , x dan y ke dalam $y = mx + c$ untuk menentukan nilai c .

$$8 = \frac{1}{2}(6) + c$$

$$8 = 3 + c$$

$$c = 8 - 3$$

$$c = 5$$

Maka, persamaan garis lurus ialah $y = \frac{1}{2}x + 5$.

KUIZ

Tentukan persamaan garis lurus dengan kecerunan 0 dan melalui titik $P(1, 5)$.

UJI MINDA 9.1e

1. Tentukan persamaan garis lurus yang mempunyai kecerunan dan melalui titik P yang diberi.

(a) Kecerunan = 2, $P(3, 7)$	(b) Kecerunan = -3, $P(-6, 4)$
(c) Kecerunan = $\frac{2}{3}$, $P(12, 5)$	(d) Kecerunan = $-\frac{1}{2}$, $P(4, -6)$

📌 Menentukan persamaan suatu garis lurus yang melalui dua titik.

Apabila dua titik pada suatu garis lurus diberi maka, kecerunan garis lurus tersebut dapat dihitung. Seterusnya persamaan garis lurus boleh ditentukan.

Contoh 12

Tentukan persamaan garis lurus yang melalui titik $P(-1, 5)$ dan $Q(2, -7)$.

Penyelesaian:

$$m = \frac{-7 - 5}{2 - (-1)} = \frac{-12}{2 + 1} = \frac{-12}{3} = -4$$

Bagi titik $P(-1, 5)$, $x = -1$, $y = 5$.

Gantikan nilai m , x dan y ke dalam $y = mx + c$ untuk menentukan nilai c .

$$5 = (-4)(-1) + c$$

$$5 = 4 + c$$

$$c = 5 - 4$$

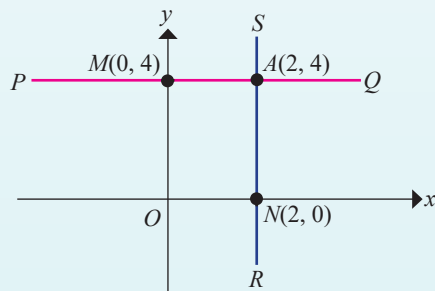
$$c = 1$$

Maka, persamaan garis lurus ialah $y = -4x + 1$.

Contoh 13

Rajah di sebelah menunjukkan garis lurus PQ dan garis lurus RS . Diberi bahawa garis lurus PQ adalah selari dengan paksi- x dan garis lurus RS adalah selari dengan paksi- y . Tentukan

- persamaan garis lurus PQ
- persamaan garis lurus RS



Penyelesaian:

- (a) Kecerunan garis lurus PQ dengan

$A(2, 4)$ dan $M(0, 4)$

$$m = \frac{4 - 4}{2 - 0} = \frac{0}{2} = 0$$

Pintasan- $y = 4$

Maka, persamaan garis lurus PQ ialah

$$y = 0(x) + 4$$

$$y = 4$$

- (b) Kecerunan garis lurus RS dengan $A(2, 4)$

dan $N(2, 0)$.

$$m = \frac{4 - 0}{2 - 2} = \frac{4}{0} = \text{Tak tertakrif}$$

Kecerunan garis lurus RS adalah tak tertakrif dan sentiasa berjarak 2 unit dari paksi- y .

Maka, persamaan garis lurus RS ialah

$$x = 2$$

TIP

Anda juga boleh gantikan nilai titik Q , iaitu $x = 2$ dan $y = -7$ serta $m = -4$ dalam $y = mx + c$ untuk menghitung nilai c dan seterusnya menentukan persamaan garis lurus.

KUIZ

Tentukan persamaan garis lurus yang melalui titik $P(-4, 4)$ dan $Q(5, -5)$.

UJI MINDA 9.1f

1. Tentukan persamaan garis lurus yang melalui pasangan titik yang diberi.

(a) $K(0, 2)$, $L(6, 0)$

(b) $R(-2, 0)$, $S(0, 8)$

(c) $T(3, -1)$, $U(5, 7)$

(d) $G(-4, -2)$, $H(8, 6)$

(e) $M(-1, 3)$, $N(1, 5)$

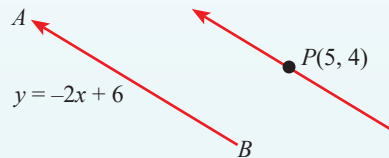
(f) $P(-5, 3)$, $Q(4, -6)$

Menentukan persamaan suatu garis lurus yang melalui suatu titik dan selari dengan satu garis lurus yang diberi.

Anda telah ketahui bahawa jika dua garis lurus adalah selari maka kecerunan kedua-dua garis lurus tersebut adalah sama.

Contoh 14

Rajah di bawah menunjukkan garis lurus AB dengan persamaan $y = -2x + 6$. Tentukan persamaan garis lurus yang selari dengan AB dan melalui titik $P(5, 4)$.



Penyelesaian:

Persamaan garis lurus AB ialah $y = -2x + 6$, maka kecerunan AB ialah -2 .

Garis lurus yang dikehendaki adalah selari dengan AB , maka kecerunan, m bagi garis lurus tersebut ialah -2 .

Gantikan nilai m , x dan y ke dalam $y = mx + c$ untuk menentukan nilai c .

$$\begin{aligned} 4 &= (-2)(5) + c \\ 4 &= -10 + c \\ c &= 4 + 10 \\ c &= 14 \end{aligned}$$

Diberi $P(5, 4)$, maka,
 $x = 5$ dan $y = 4$.

Maka, persamaan garis lurus yang selari dengan AB dan melalui titik P ialah $y = -2x + 14$.

Contoh 15

Tentukan persamaan garis lurus yang selari dengan garis lurus $2x + 3y = 12$ dan melalui titik $G(6, 8)$.

Penyelesaian:

Diberi persamaan garis lurus $2x + 3y = 12$.

Maka, $3y = -2x + 12$

$$y = -\frac{2}{3}x + 4$$

Kecerunan garis lurus $= -\frac{2}{3}$.

Garis lurus yang dikehendaki adalah selari dengan garis lurus $2x + 3y = 12$.

Maka, kecerunan garis lurus itu ialah $-\frac{2}{3}$.

Gantikan nilai m , x dan y dalam $y = mx + c$, untuk menentukan nilai c .

$$\begin{aligned} \text{Maka, } 8 &= \left(-\frac{2}{3}\right)(6) + c \\ 8 &= -4 + c \\ c &= 8 + 4 \\ c &= 12 \end{aligned}$$

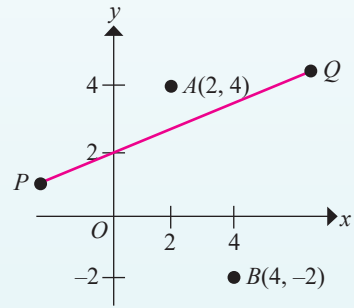
Diberi $Q(6, 8)$, maka,
 $x = 6$ dan $y = 8$.

Maka, persamaan garis lurus yang selari dengan $2x + 3y = 12$ dan melalui titik G ialah $y = -\frac{2}{3}x + 12$.

1. Tentukan persamaan garis lurus yang selari dengan garis lurus yang diberi dan melalui titik P .

- (a) $y = 3x + 9$, $P(2, 7)$
- (b) $y = -2x + 7$, $P(-3, 4)$
- (c) $3x + 2y = 4$, $P(2, 6)$
- (d) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$, $P(-12, 9)$

2. Rajah di sebelah menunjukkan garis lurus PQ . Diberi bahawa persamaan garis lurus PQ ialah $y = \frac{1}{3}x + 2$ dan O ialah asalan. Tentukan persamaan garis lurus yang selari dengan PQ dan melalui titik



- (a) $A(2, 4)$
- (b) $B(4, -2)$
- (c) asalan

Bagaimanakah anda menentukan titik persilangan bagi dua garis lurus?

STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan titik persilangan bagi dua garis lurus.

Titik persilangan bagi dua garis lurus boleh ditentukan dengan kaedah-kaedah berikut:

- 1. Melukis kedua-dua graf garis lurus pada satah Cartes yang sama dan tentukan titik persilangan daripada graf.
- 2. Penyelesaian persamaan serentak dengan menggunakan
 - (a) kaedah penggantian
 - (b) kaedah penghapusan

PERINGATAN

Kalkulator hanya dibenarkan untuk menyemak jawapan.

Contoh 16

Tentukan titik persilangan bagi garis lurus $2x + y = 5$ dan garis lurus $x + 2y = 1$.

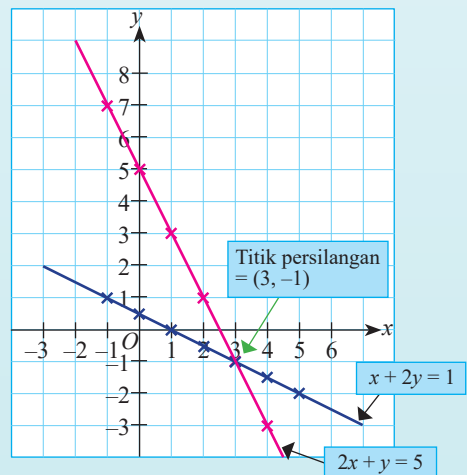
Kaedah Graf

(a) $2x + y = 5$
 $y = -2x + 5$

x	-1	0	1	2	3	4
y	7	5	3	1	-1	-3

(b) $x + 2y = 1$
 $2y = -x + 1$
 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{3}{2}$	-2



Daripada graf, didapati titik persilangan antara garis lurus $2x + y = 5$ dengan garis lurus $x + 2y = 1$ ialah $(3, -1)$.

Kaedah Penggantian

$$2x + y = 5 \text{ ----- } \textcircled{1}$$

$$x + 2y = 1 \text{ ----- } \textcircled{2}$$

$$\text{Dari } \textcircled{1}, y = 5 - 2x \text{ --- } \textcircled{3}$$

Gantikan $y = 5 - 2x$ dalam $\textcircled{2}$,

$$\begin{aligned} x + 2(5 - 2x) &= 1 \\ x + 10 - 4x &= 1 \\ x - 4x &= 1 - 10 \\ -3x &= -9 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Gantikan $x = 3$ dalam $\textcircled{3}$,

$$\begin{aligned} y &= 5 - 2(3) \\ y &= 5 - 6 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

Maka, titik persilangan ialah $(3, -1)$.

Kaedah Penghapusan

$$2x + y = 5 \text{ ----- } \textcircled{1}$$

$$x + 2y = 1 \text{ ----- } \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \times 2 \quad 4x + 2y = 10 \text{ ----- } \textcircled{3}$$

$$x + 2y = 1 \text{ ----- } \textcircled{2} \quad (\text{tolak})$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

Gantikan $x = 3$ dalam $\textcircled{1}$,

$$2(3) + y = 5$$

$$6 + y = 5$$

$$y = 5 - 6$$

$$y = -1$$

Maka, titik persilangan ialah $(3, -1)$.

Cetusan Minda 5 Berpasangan

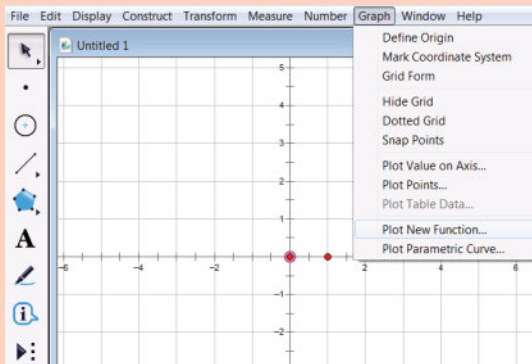
Tujuan: Menentukan koordinat bagi persilangan dua garis lurus.

Bahan: Perisian dinamik

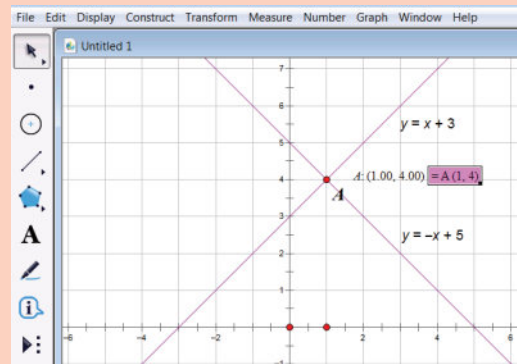
Arahan: Lakukan aktiviti secara berpasangan.

Langkah:

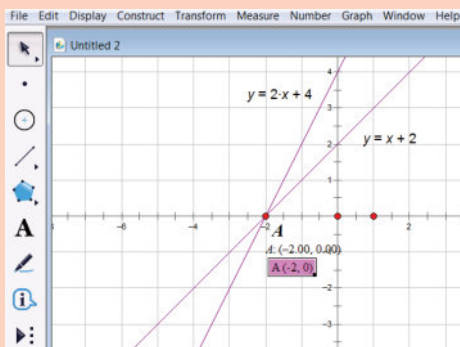
- Mulakan dengan *New sketch* dan klik *Graph* seterusnya klik *Show Grid*.
- Klik semula *graph* dan pilih *Plot New Function* (Rajah 1).
- Gunakan *Plot New Function* untuk memplot persilangan antara dua garis lurus.
- Contoh: $y = x + 3$ dan $y = -x + 5$.
- Gunakan *Arrow Tool* untuk memilih kedua-dua graf garis lurus. Klik *Construct* dan pilih *Intersection*.
- Klik *Measure* dan pilih *Coordinates*. Titik persilangan $A(1.00, 4.00)$ akan dipaparkan (Rajah 2).
- Ulangi langkah 1 hingga 6 untuk persilangan antara dua garis lurus lain.
 - $y = x + 2$ dan $y = 2x + 4$ (Rajah 3)
 - $y = 4$ dan $y = 3x - 2$ (Rajah 4)



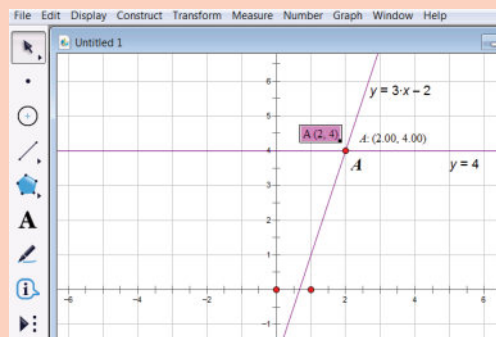
Rajah 1



Rajah 2



Rajah 3



Rajah 4

Perbincangan:

Apakah yang boleh dirumuskan daripada pemerhatian anda di dalam aktiviti di atas?

Hasil daripada Cetusan Minda 5, didapati bahawa;

- (a) Dua garis lurus yang tidak selari hanya bersilang pada satu titik sahaja.
- (b) Titik persilangan bagi dua garis lurus boleh ditentukan dengan memplotkan kedua-dua garis lurus itu pada satah Cartes.

UJI MINDA 9.1h

1. Tentukan titik persilangan bagi pasangan garis lurus berikut dengan kaedah penggantian.

(a) $x = 3, 2x + y = 10$	(b) $y = 4, 3x - 2y = 7$
(c) $x + y = 5, 2x - y = 4$	(d) $2x + y = 3, 3x - 2y = 8$

2. Tentukan titik persilangan bagi pasangan garis lurus berikut dengan kaedah penghapusan.

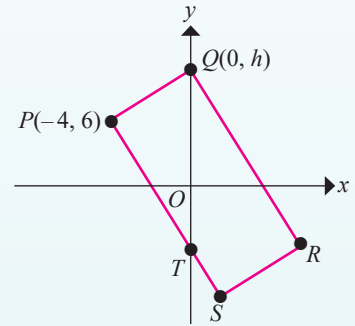
(a) $x + y = 1, 2x + y = -1$	(b) $x - y = -4, 3x + y = 4$
(c) $x - y = -5, 2x + 3y = -10$	(d) $2x - 3y = 5, 3x + 2y = 14$

Bagaimanakah anda menyelesaikan masalah melibatkan garis lurus?

STANDARD PEMBELAJARAN
Menyelesaikan masalah yang melibatkan garis lurus.

Contoh 17

Rajah di sebelah menunjukkan segi empat selari $PQRS$. Diberi bahawa kecerunan SR ialah $\frac{1}{2}$ dan pintasan- y garis lurus PS ialah -4 . Tentukan



- (a) nilai h
- (b) persamaan garis lurus PS
- (c) pintasan- x bagi garis lurus PS

Penyelesaian:

Memahami masalah

- $PQRS$ ialah segi empat selari.
- Kecerunan $PQ =$ kecerunan $SR = \frac{1}{2}$.
- Pintasan- y PS ialah -4 .

Merancang strategi

- Nilai h boleh ditentukan dengan menggunakan nilai kecerunan iaitu kecerunan $PQ =$ kecerunan $SR = \frac{1}{2}$.
- Pintasan- y garis lurus PS ialah -4 maka, koordinat $T(0, -4)$.
- Pintasan- x bagi garis lurus PS boleh ditentukan dengan menggantikan $y = 0$ ke dalam persamaan PS .

Melaksanakan strategi

(a) Kecerunan $PQ =$ Kecerunan $SR = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \frac{h - 6}{0 - (-4)} &= \frac{1}{2} \\ \frac{h - 6}{4} &= \frac{1}{2} \\ h - 6 &= 2 \\ h &= 2 + 6 \\ h &= 8. \end{aligned}$$

(b) Garis lurus PS melalui titik $T(0, -4)$

$$\begin{aligned} \text{Kecerunan } PS &= \frac{-4 - 6}{0 - (-4)} = \frac{-10}{4} = -\frac{5}{2} \\ \text{Pintasan-}y, \text{ garis lurus } PS &\text{ ialah } -4 \\ \text{Maka, persamaan garis lurus } PS &\text{ ialah} \\ y &= -\frac{5}{2}x - 4. \end{aligned}$$

(c) Persamaan garis lurus PS ialah $y = -\frac{5}{2}x - 4$

Apabila $y = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{5}{2}x - 4 \\ \frac{5}{2}x &= -4 \\ x &= -\frac{8}{5} \end{aligned}$$

Pintasan- x bagi garis lurus PS ialah $-\frac{8}{5}$.

Membuat kesimpulan

- (a) Nilai h ialah 8.
- (b) Persamaan garis lurus PS ialah $y = -\frac{5}{2}x - 4$.
- (c) Pintasan- x bagi garis lurus PS ialah $-\frac{8}{5}$.

Contoh 18

Diberi garis lurus $y = -\frac{1}{3}x + 3$ dan $2x - y = 4$ bersilang pada titik A .
Tentukan koordinat bagi titik A dengan menggunakan kaedah graf.

TIP

Suatu garis lurus boleh dilukis jika pintasan- x dan pintasan- y garis lurus tersebut diketahui.

Penyelesaian:

Bagi garis lurus $y = -\frac{1}{3}x + 3$,

(a) Apabila $x = 0$,

$$y = -\frac{1}{3}(0) + 3$$

$$y = 3$$

$$\text{pintasan-}y = 3$$

(b) Apabila $y = 0$,

$$0 = -\frac{1}{3}(x) + 3$$

$$\frac{1}{3}x = 3$$

$$x = 9$$

$$\text{pintasan-}x = 9$$

Bagi garis lurus $2x - y = 4$,

(a) Apabila $x = 0$,

$$2(0) - y = 4$$

$$-y = 4$$

$$y = -4$$

$$\text{Pintasan-}y = -4$$

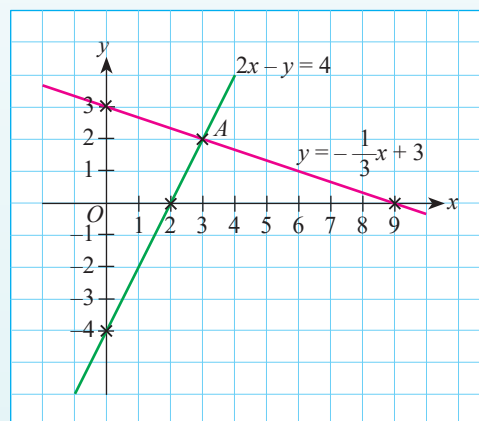
(b) Apabila $y = 0$,

$$2x - (0) = 4$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

$$\text{Pintasan-}x = 2$$

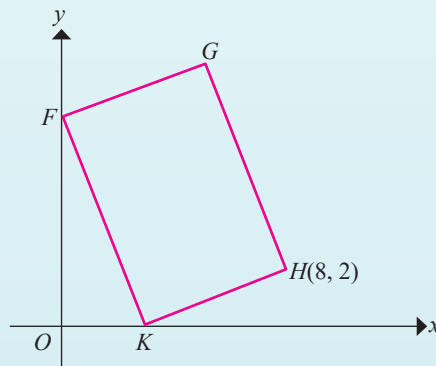


Dari graf, didapati koordinat A ialah $(3, 2)$.

UJI MINDA 9.1i

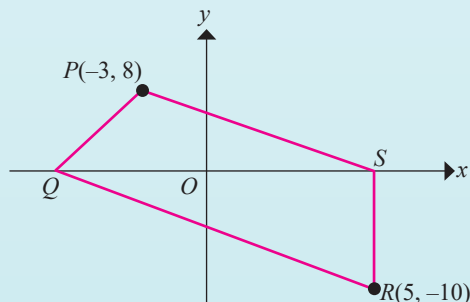
1. Rajah di sebelah menunjukkan suatu segi empat selari $FGHK$. Diberi bahawa O ialah asalan dan titik K berada pada paksi- x . Diberi persamaan garis lurus FG ialah $2y = x + 20$. Tentukan

- (a) kecerunan garis lurus FG .
- (b) pintasan- y garis lurus HK .
- (c) persamaan garis lurus HK .



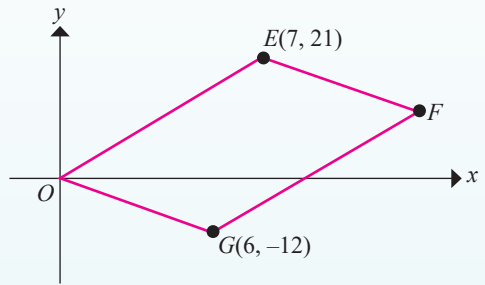
2. Dalam rajah di sebelah, O ialah asalan dan $PQRS$ ialah satu trapezium dengan PS dan QR adalah selari. Garis lurus RS selari dengan paksi- y , dan titik Q dan S berada pada paksi- x . Tentukan

- (a) koordinat S .
- (b) persamaan garis lurus QR .
- (c) pintasan- x garis lurus QR .



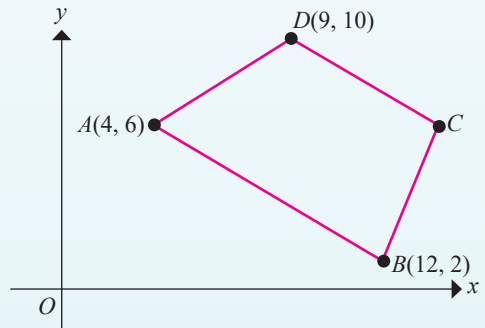
3. Rajah di sebelah menunjukkan segi empat selari $O E F G$. Diberi O ialah asalan. Tentukan

- persamaan garis lurus OG .
- persamaan garis lurus EF .
- pintasan- x bagi garis lurus EF .



4. Rajah di sebelah menunjukkan trapezium $A B C D$ dilukis pada satah Cartes. Diberi AB selari dengan DC . Tentukan

- persamaan garis lurus AB .
- persamaan garis lurus CD .
- Adakah garis lurus AB dan garis lurus CD akan bersilang? Nyatakan alasan untuk jawapan anda.

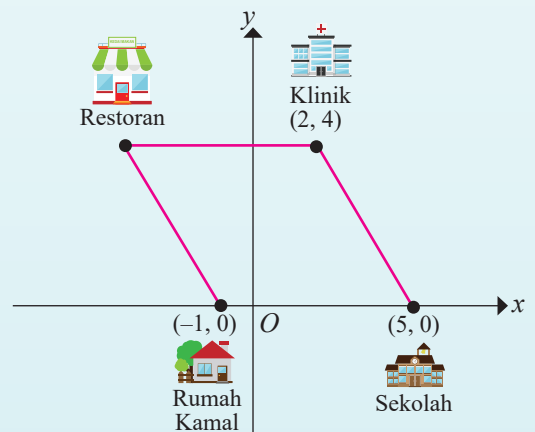


Masteri Kendiri

1. Rajah di sebelah menunjukkan segi empat selari yang dilukis pada suatu satah Cartes yang mewakili kedudukan rumah Kamal, sekolah, klinik dan restoran. Diberi skala ialah 1 unit = 1 km.



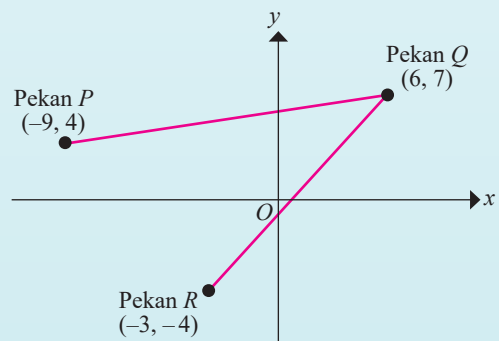
- Hitung jarak, dalam km, di antara rumah Kamal dengan sekolah.
- Tentukan koordinat bagi restoran.
- Hitung jarak, dalam km, di antara rumah Kamal dengan restoran.
- Tentukan persamaan garis lurus yang menghubungkan sekolah dan klinik.



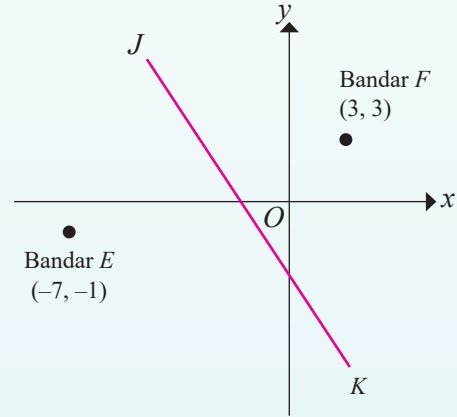
2. Rajah di sebelah menunjukkan kedudukan pekan P , pekan Q dan pekan R yang dilukis pada suatu satah Cartes. Diberi skala ialah 1 unit = 2 km.



- Hitung jarak dalam km, di antara pekan R dengan asalan O .
- Tentukan persamaan garis lurus yang menghubungkan pekan P dengan pekan Q .
- Hitung jarak terdekat, dalam km, di antara pekan P dengan pekan R .
- Encik Mazlan memandu kereta dari pekan R ke pekan Q melalui jarak terdekat dengan purata laju 50 km j^{-1} . Hitung masa yang diambil, dalam minit oleh Encik Mazlan untuk tiba di pekan Q .



3. Tinggi asal pokok F ialah 9 cm. Tingginya ialah y cm selepas x hari dan dihubungkan oleh persamaan $y = \frac{3}{16}x + 9$. Pokok G mempunyai kadar pertumbuhan yang sama dengan pokok F . Pokok G mencapai tinggi 15 cm selepas 8 hari. Tentukan satu persamaan untuk mewakili tinggi pokok G . Seterusnya, nyatakan tinggi asal, dalam cm, pokok G .



4. JK ialah sebatang jalan lurus yang melalui titik tengah di antara bandar E dengan bandar F .
- (a) Persamaan bagi jalan lurus JK ialah $y = -2x + k$, dengan keadaan k ialah pemalar. Tentukan nilai k .
- (b) Satu jalan lurus yang lain, GH dengan persamaan $y = 2x + 17$ akan dibina. Satu lampu isyarat akan dipasang di persimpangan kedua-dua jalan JK dan GH . Tentukan koordinat bagi lampu isyarat tersebut.

TIP

Penyelesaian secara lukisan berskala tidak diterima.

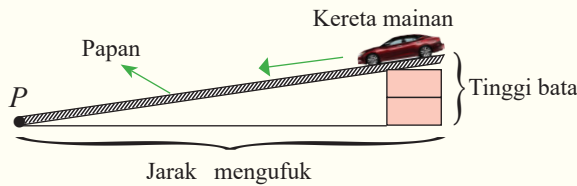
PROJEK

Tajuk: Kecerunan dan kelajuan.

Bahan: Kereta mainan, papan, batu-bata, pembaris panjang dan jam randik.

Langkah:

1. Letak papan di atas dua ketul bata yang disusun seperti dalam rajah di bawah.



2. Ukur jarak mengufuk (tetap) dan tinggi kereta dari permukaan tanah. Hitung kecerunan papan dan catatkan.
3. Lepaskan kereta mainan. Catatkan masa dalam saat kereta mainan itu sampai ke titik P .
4. Tambahkan bata satu persatu. Ulangi langkah 2 dan 3.
5. Apakah kesimpulan yang boleh anda buat berkaitan kecerunan papan dan kelajuan kereta?

PETA KONSEP

Garis Lurus

Persamaan garis lurus
 $y = mx + c$
 $m = \text{kecerunan}$
 $c = \text{pintasan-}y$

Menulis semula persamaan garis lurus $y = mx + c$ dalam bentuk $ax + by = c$ dan $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 1$ dan sebaliknya.

Titik persilangan bagi dua garis lurus.

Garis lurus yang selari dengan paksi- x
 $y = k; k = \text{pemalar}$
 Garis lurus yang selari dengan paksi- y
 $x = h; h = \text{pemalar}$

Kecerunan garis-garis selari adalah sama.

(IMBAS KENDIRI)

Pada akhir bab ini, saya dapat:



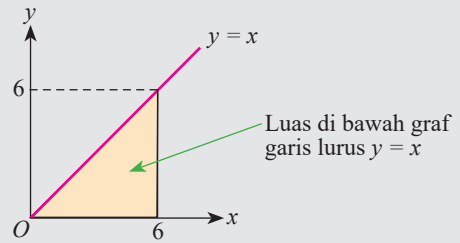
1.	Menentukan kecerunan dan pintasan- y apabila persamaan garis lurus dalam bentuk $y = mx + c$ diberi.		
2.	Menentukan kecerunan dan pintasan- y apabila persamaan garis lurus dalam bentuk $ax + by = c$ diberi.		
3.	Menentukan kecerunan dan pintasan- y apabila persamaan garis lurus dalam bentuk $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ diberi.		
4.	Menentukan sama ada suatu titik terletak pada suatu garis lurus yang diberi atau tidak.		
5.	Menentukan sama ada dua garis lurus adalah selari atau tidak.		
6.	Menentukan persamaan suatu garis lurus.		
7.	Menentukan titik persilangan bagi dua garis lurus.		
8.	Menyelesaikan masalah yang melibatkan garis lurus.		

 JELAJAH MATEMATIK

Luas di bawah suatu garis lurus boleh ditentukan jika maklumat yang cukup diberi.

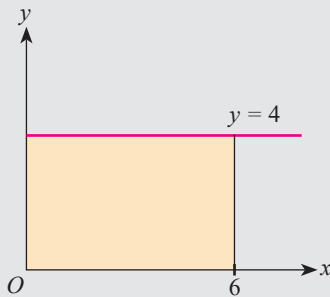
Misalnya, luas di bawah graf garis lurus $y = x$ bagi julat $0 \leq x \leq 6$ dalam rajah di sebelah boleh ditentukan dengan kaedah seperti berikut:

$$\begin{aligned} \text{Luas di bawah graf} &= \frac{1}{2} \times \text{tapak} \times \text{tinggi} \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \text{ unit} \times 6 \text{ unit} \\ &= 18 \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

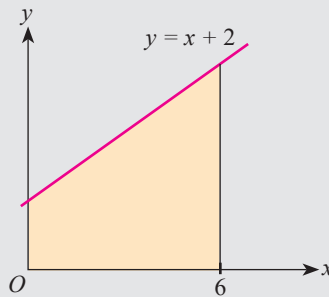


Lembaran kerja

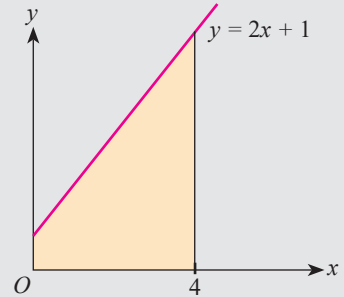
1.



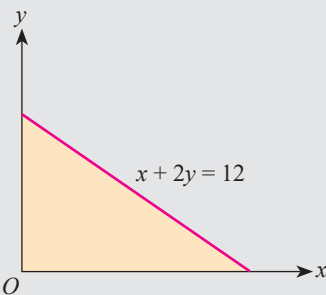
2.



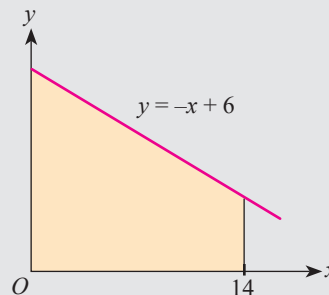
3.



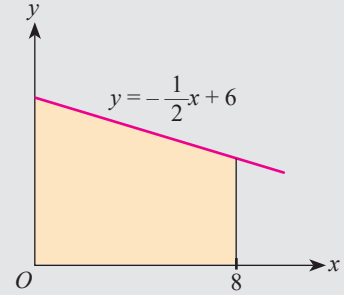
4.



5.



6.



Langkah:

1. Bahagikan murid kepada beberapa kumpulan.
2. Hitung luas di bawah setiap graf garis lurus yang disediakan.
3. Bentangkan hasil dapatan kumpulan anda.
4. Cadangkan sekurang-kurangnya dua cara untuk menentukan luas di bawah graf garis lurus.

Jawapan

BAB 1 Indeks

UJI MINDA 1.1a

Asas	Indeks
5	3
-4	7
$\frac{1}{2}$	10
m	6
n	0
0.2	9
$-\frac{3}{7}$	4
x	20
$2\frac{1}{3}$	2
8	1

1. (a) 5^3 (b) $(-4)^7$ (c) $(\frac{1}{2})^{10}$ (d) m^6 (e) n^0 (f) $(-\frac{3}{7})^4$ (g) x^{20} (h) $(2\frac{1}{3})^2$ (i) 8^1
2. (a) 6^6 (b) $(0.5)^7$ (c) $(\frac{1}{2})^4$ (d) $(-m)^5$ (e) $(1\frac{2}{3})^3$ (f) $(-\frac{1}{n})^6$
3. (a) $(-3) \times (-3) \times (-3)$ (b) $2.5 \times 2.5 \times 2.5 \times 2.5$ (c) $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$ (d) $(-2\frac{1}{4}) \times (-2\frac{1}{4}) \times (-2\frac{1}{4})$ (e) $k \times k \times k \times k \times k \times k$ (f) $(-p) \times (-p) \times (-p) \times (-p) \times (-p) \times (-p) \times (-p)$ (g) $\frac{1}{m} \times \frac{1}{m} \times \frac{1}{m} \times \frac{1}{m} \times \frac{1}{m} \times \frac{1}{m} \times \frac{1}{m} \times \frac{1}{m}$ (h) $(3n) \times (3n) \times (3n) \times (3n) \times (3n)$

UJI MINDA 1.1b

1. (a) 3^4 (b) 5^6 (c) $(\frac{4}{5})^3$ (d) $(0.2)^5$ (e) $(-4)^7$ (f) $(-\frac{1}{4})^2$

UJI MINDA 1.1c

1. (a) 6 561 (b) -1 024 (c) 15.625 (d) -32.768 (e) $\frac{243}{32\ 768}$ (f) $\frac{1}{1\ 296}$ (g) $2\frac{7}{9}$ (h) $-12\frac{19}{27}$

UJI MINDA 1.2a

1. (a) 3^7 (b) $(-0.4)^8$ (c) $(\frac{4}{7})^9$ (d) $(-1\frac{2}{5})^{10}$ (e) $-6m^9$ (f) $\frac{n^{12}}{5}$ (g) $-15x^7$ (h) y^{12}

UJI MINDA 1.2b

1. (a) $5^5 \times 9^5$ (b) $(0.4)^3 \times (1.2)^9$ (c) $4x^6y^7$ (d) $-\frac{3}{2}k^6p^{11}$

UJI MINDA 1.2c

1. (a) 4 (b) 7^2 (c) m^4n^5 (d) $3xy^3$ (e) m (f) $-5h$
2. (a) $8^{\boxed{4}} \div 8^4 \div 8^3 = 8$ (b) $m^4n^{\boxed{6}} \div m^{\boxed{2}}n^5 = m^2n$ (c) $\frac{m^{10}n^4 \times m^{\boxed{2}}n^2}{m^7n} = m^5n^{\boxed{5}}$ (d) $\frac{27x^3y^6 \times xy^{\boxed{2}}}{\boxed{9}x^2y^3} = 3x^{\boxed{2}}y^5$
3. 8

UJI MINDA 1.2d

1. (a) 12^{10} (b) 3^{20} (c) 7^6 (d) $(-4)^{21}$ (e) k^{24} (f) g^{26} (g) $(-m)^{12}$ (h) $(-c)^{21}$
2. (a) Benar (b) Palsu (c) Palsu (d) Palsu

UJI MINDA 1.2e

1. (a) $2^2 \times 3^8$ (b) $11^9 \times 9^{15}$ (c) $13^6 \div 7^{12}$ (d) $5^{15} \times 3^{20}$ (e) $m^{15}n^{20}p^{10}$ (f) $16w^8x^{12}$ (g) $\frac{729a^{30}}{b^{24}}$ (h) $\frac{8a^{15}}{27b^{12}}$
2. (a) $11^2 \times 4^4$ (b) $3^3 \times 6^2$ (c) $\frac{4^4}{6^6}$ (d) $(-4)^6 \times (-5)^4$ (e) x^4y^4 (f) $h^{10}k^6$ (g) $m^{11}n^{15}$ (h) b^2d^6
3. (a) $6mn^8$ (b) $10x^8y^3$ (c) de

UJI MINDA 1.2f

1. (a) $\frac{1}{5^3}$ (b) $\frac{1}{8^4}$ (c) $\frac{1}{x^8}$ (d) $\frac{1}{y^{16}}$ (e) a^4 (f) 20^2 (g) $\frac{3}{n^4}$ (h) $-\frac{5}{n^6}$ (i) $\frac{2}{7m^5}$ (j) $-\frac{3}{8m^4}$ (k) $(\frac{5}{2})^{12}$ (l) $(-\frac{7}{3})^{14}$ (m) $(\frac{y}{x})^{10}$ (n) $(\frac{3y}{2x})^4$ (o) $(2x)^5$
2. (a) 5^{-4} (b) 8^{-3} (c) m^{-7} (d) n^{-9} (e) $\frac{1}{10^{-2}}$ (f) $\frac{1}{(-4)^{-3}}$ (g) $\frac{1}{m^{-12}}$ (h) $\frac{1}{n^{-16}}$ (i) $(\frac{7}{4})^{-9}$ (j) $(\frac{y}{x})^{-10}$
3. (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{2^4}{3^{14}}$ (c) $2^6 \times 5^2$ (d) $\frac{1}{3m^3n^7}$ (e) $\frac{1}{8m^8}$ (f) $\frac{m^6n}{18}$

UJI MINDA 1.2g

1. (a) $125^{\frac{1}{3}}$ (b) $2\ 187^{\frac{1}{7}}$ (c) $(-1\ 024)^{\frac{1}{5}}$ (d) $n^{\frac{1}{10}}$
2. (a) $\sqrt{4}$ (b) $^5\sqrt{32}$ (c) $^3\sqrt{-729}$ (d) $^{15}\sqrt{n}$
3. (a) 7 (b) -6 (c) 8 (d) -8

UJI MINDA 1.2h

a^m	$729^{\frac{5}{6}}$	$121^{\frac{3}{2}}$	$w^{\frac{3}{7}}$	$x^{\frac{2}{5}}$	$\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{3}{4}}$	$\left(\frac{h}{k}\right)^{\frac{2}{3}}$
$(a^m)^{\frac{1}{n}}$	$(729^{\frac{5}{6}})^{\frac{1}{6}}$	$(121^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{2}}$	$(w^{\frac{3}{7}})^{\frac{1}{7}}$	$(x^{\frac{2}{5}})^{\frac{1}{5}}$	$\left[\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{3}{4}}\right]^{\frac{1}{4}}$	$\left[\left(\frac{h}{k}\right)^{\frac{2}{3}}\right]^{\frac{1}{3}}$
$(a^{\frac{1}{n}})^m$	$(729^{\frac{1}{6}})^5$	$(121^{\frac{1}{2}})^3$	$(w^{\frac{1}{7}})^3$	$(x^{\frac{1}{5}})^2$	$\left[\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{1}{4}}\right]^3$	$\left[\left(\frac{h}{k}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^2$
$n\sqrt{a^m}$	$6\sqrt{729^5}$	$\sqrt{121^3}$	$7\sqrt{w^3}$	$5\sqrt{x^2}$	$4\sqrt{\left(\frac{16}{81}\right)^3}$	$3\sqrt{\left(\frac{h}{k}\right)^2}$
$(n\sqrt{a})^m$	$(6\sqrt{729})^5$	$(\sqrt{121})^3$	$(7\sqrt{w})^3$	$(5\sqrt{x})^2$	$\left(4\sqrt{\frac{16}{81}}\right)^3$	$\left(3\sqrt{\frac{h}{k}}\right)^2$

UJI MINDA 1.2i

- (a) 9 (b) 4 (c) 4 (d) 8
(e) 256 (f) 16 (g) 216 (h) 343
(i) 7 (j) 1 331 (k) 169 (l) 1 000
- (a) $\sqrt[2]{6\ 561}$, $3\sqrt[4]{9}$, $9\sqrt[2]{81}$, $243\sqrt[4]{27}$
(b) $25\sqrt[3]{125}$, $125\sqrt[4]{625}$, $\sqrt[2]{15\ 625}$, $3\ 125\sqrt[3]{5}$

UJI MINDA 1.2j

- (a) $\frac{c^7}{de}$ (b) mn^6 (c) $\frac{10x}{3z^2}$
- (a) $\frac{1}{2\ 401}$ (b) 648 (c) 86 400
(d) $\frac{7}{54}$ (e) 81 (f) $\frac{125}{8}$
- 3 456 4. 48

Cabaran Dinamis

Uji Diri

- (a) Benar (b) Palsu (25) (c) Palsu (1)
(d) Palsu ($32x^{15}$) (e) Benar (f) Palsu ($\frac{2}{a^4}$)
(g) Palsu [$(5\sqrt{32})^2$] (h) Benar (i) Palsu ($\frac{1}{625m}$)

- | | |
|--|---|
| $5\sqrt[4]{5^5}$ | $5^3(\sqrt[3]{5})$ |
| $5^{12} \div 5\sqrt[3]{5}$ | $(\sqrt{25})\sqrt[9]{5}$ |
| $\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt[9]{5}}$ | $(\sqrt[3]{\sqrt{125}})\sqrt[9]{5}$ |
| $(5\sqrt[4]{5})^{\frac{3}{2}}$ | $\frac{5^6 \times 5\sqrt[5]{5}}{5^2}$ |
| $\frac{1}{5\sqrt[9]{5}}$ | $\left(\frac{1}{5\sqrt[3]{5}}\right)^3$ |

- $$1 \xrightarrow{2^0} a^5 \xrightarrow{\frac{1}{3^{-4}}} a^5 \xrightarrow{\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}} a^5 \xrightarrow{7^2 \times 5^{-3}} a^5 \xrightarrow{(5^{-1} \times \sqrt{25})^3} a^5$$

1
3⁴
($\frac{3}{5}$)²
($\frac{7^2}{5^3}$)
1

Mahir Diri

- (a) $\frac{n^7}{m}$ (b) $\frac{x^4 y^7}{2}$ (c) xy^2
- (a) $\frac{4}{125}$ (b) $\frac{25}{7}$ (c) 1 (d) 2 (e) 7 (f) 1

- (a) 3 (b) 0 (c) -8
(d) -5 (e) 5 (f) 2
(g) 2 (h) -1 (i) 1

Masteri Kendiri

- (a) 1 000 (b) 500 000 (c) 50
- (a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) 15
- (a) -1, 6 (b) 1, -7 (c) -1, 4
- (a) $x = \frac{1}{6}, y = 2$ (b) $x = 1, y = -\frac{2}{3}$
- 12°C 6. RM27 130 7. RM61 462.77

BAB 2 Bentuk Piawai

UJI MINDA 2.1a

- (a) 2 a.b. (b) 5 a.b. (c) 5 a.b. (d) 4 a.b.
(e) 2 a.b. (f) 5 a.b. (g) 4 a.b. (h) 6 a.b.

UJI MINDA 2.1b

- (a) 47 200 47 000 50 000
(b) 5 260 5 300 5 000
(c) 306 310 300
(d) 20.7 21 20
(e) 8.60 8.6 9
(f) 5.90 5.9 6
(g) 0.694 0.69 0.7
(h) 0.0918 0.092 0.09
(i) 0.00571 0.0057 0.006
- (a) 12.02 (b) 2.83 (c) 11.1
(d) 24 (e) 6.61 (f) 13
(g) 20 (h) 36.0

UJI MINDA 2.2a

- (a) 3.5×10^1 (b) 4.81×10^2
(c) 5.075×10^3 (d) 9.725×10^1
(e) 3.1243×10^3 (f) 9.0×10^{-1}
(g) 2.3×10^{-1} (h) 3.75×10^{-2}
- (a) 2.5 (b) 37.5 (c) 423
(d) 5 070 (e) 91 000 (f) 0.62
(g) 0.0729 (h) 0.001034 (i) 0.0008504
- (a) 1.05×10^6 meter (b) 2.16×10^{11} bait
(c) 7.5×10^{11} liter (d) 9.5×10^{-5} meter
(e) 1.23×10^{-7} meter (f) 8.9×10^{-17} meter

UJI MINDA 2.2b

- (a) 5.97×10^4 (b) 3.93×10^6
(c) 1.021×10^8 (d) 1.574×10^5
(e) 5.46×10^8 (f) 8.59×10^4
(g) 5.77×10^4 (h) 1.08×10^{-3}
(i) 6.09×10^{-5} (j) 9.91×10^{-3}
(k) 7.68×10^{-4} (l) 8.685×10^{-6}

UJI MINDA 2.2c

- (a) 1.48×10^8 (b) 3.75×10^{-8}
(c) 2.52×10^8 (d) 2.12×10^3
(e) 4.5×10^{-3} (f) 6.4×10^3
(g) 2.95×10^3 (h) 8.6×10^8
- 3.126×10^3 3. 63 4. 10^3 mikrometer

UJI MINDA 2.2d

1. $2.02 \times 10^5 \text{ m}^3$
 2. (a) $9.17 \times 10^7 \text{ km}$ (b) $4.44 \times 10^9 \text{ km}$ (c) $4.35 \times 10^9 \text{ km}$

Cabaran Dinamis**Uji Diri**

1. (a) 24 000 (b) 54 300 (c) 9 000 (d) 300 000
 (e) 5 000 (f) 5.00 (g) 0.28 (h) 40
 (i) 420 (j) 10 (k) 1.04 (l) 502
2. (a) 3.48×10^8 (b) 5.75×10^4 (c) 5.11×10^4
 (d) 2.96×10^9 (e) 8.84×10^{-2} (f) 3.31×10^{-4}
 (g) 9.77×10^{-8} (h) 5.43×10^4
3. (a) -2, 0.025, 0.025, 1.35, 1.375
 (b) -3, 0.0034, 5.74, 0.0034, 5.7434
 (c) -3, 0.0042, 1.75, 0.0042, 1.7458
 (d) -3, 0.0043, 3.7, 0.0043, 3.657
4. (a) 1.2×10^4 (b) RM214 5. 97 orang

Mahir Diri

1. (a) $5.57 \times 10^2 \text{ m}^2$ (b) RM10 824
 2. (a) (i) 70.9 km j^{-1} (ii) 47.1 km j^{-1} (iii) 68.4 km j^{-1}

Masteri Kendiri

1. (a) Utarid = $7.48 \times 10^7 \text{ km}^2$
 Neptun = $7.62 \times 10^9 \text{ km}^2$
 Musytari = $6.14 \times 10^{10} \text{ km}^2$
 (b) $6.133 \times 10^{10} \text{ km}^2$
2. (a) 4.37 g (b) 4.99 g

BAB 3 Matematik Pengguna: Simpanan dan Pelaburan, Kredit dan Hutang**UJI MINDA 3.1a**

1.
 - Untuk masa depan
 - Sebagai pendapatan tambahan
 - Untuk kegunaan masa kecemasan
2.
 - Membuka Akaun Simpanan Tetap
 - Hal ini kerana wang tersebut tidak akan digunakan untuk suatu janga masa
 - Kadar faedah yang tinggi juga ditawarkan
3. Cek lazimnya digunakan oleh para peniaga untuk urusan perniagaan dalam amaun besar manakala orang biasa hanya melakukan bayaran harian dalam amaun yang kecil.

UJI MINDA 3.1b

1. RM610.10 2. RM1 159.70 3. RM106.17

UJI MINDA 3.1c

1. Pulangan atas pelaburan ialah nilai pulangan pelaburan.
 2. (a) RM2 000
 (b) $\text{RM}24\ 000 + \text{RM}230\ 000 = \text{RM}254\ 000$
 3. RM320

UJI MINDA 3.1d

1. Semakin tinggi risiko, semakin tinggi pulangan.
 2. Bank negara memberi jaminan atas simpanan di bank.
 3. Boleh ditunaikan dengan serta merta.
 4. Biasanya apabila harga hartanah meningkat, jarang harga jatuh.

5. (a) Hartanah
 (b) Potensi risiko = Rendah
 Pulangan = Tinggi
 Kecairan = Rendah
 (c) Tindakan Encik Osman adalah bijak kerana negara kita memberi tumpuan kepada sektor pelancongan. Oleh itu sesuai untuk mendirikan inap desa serta pelaburan dalam inap desa mempunyai risiko rendah.

UJI MINDA 3.1e

1. Pembelian saham setiap bulan ataupun berkala dan bukan sekali gus.
 2. (a) Pelabur 2. Hal ini kerana pembelian 2 saham secara berkala membolehkan beliau membeli banyak unit saham serta kos purata seunit boleh dikurangkan.
 (b) RM1.80. 13 268 unit saham
 (c)
 - Kos purata seunit syer boleh dikurangkan
 - Mengurangkan risiko kerugian

UJI MINDA 3.1f

1. (a) Encik Rasamanie – Hartanah (Risiko rendah)
 Encik Nik Izwan – Simpanan (Risiko rendah)
 Hartanah (Risiko rendah)
 Saham (Risiko tinggi)
 (b) Encik Nik Izwan. Hal ini kerana jika ada sesuatu pulangan pelaburan merugikan mungkin ada pelaburan lain yang boleh membantu.
 (c) Faktor ekonomi, politik kedudukan hartanah tersebut.
2. 23.16%

UJI MINDA 3.2a

1. Pinjaman peribadi merupakan pinjaman jangka pendek untuk kegunaan pengguna.
 2.
 - Sediakan belanjawan diri
 - Rancang perbelanjaan anda
3. Kad kredit – Beliau tidak perlu membayar faedah jika hutangnya dilunaskan dalam tempoh masa tanpa faedah berbanding dengan pinjaman.

Cabaran Dinamis**Uji Diri**

1. Simpanan merupakan wang baki setelah melakukan perbelanjaan-perbelanjaan wajib daripada pendapatan.
 2.
 - Kadar faedah tinggi.
 - Tempoh simpanan tertakluk kepada masa yang ditentukan.
3. RM8 640

Mahir Diri

1. Menambahkan jumlah saham yang dibeli dan kos purata seunit adalah lebih rendah daripada pembelian sekali gus.
 2. Pembelian lot tanah, rumah, kilang dan sebagainya.
 3. (a) Dividen (b) Keuntungan modal (c) Syer bonus
 4. (a) Lee Chong perlu mempunyai ilmu untuk menaksir dan memilih saham manakala perlaburan Mokhtar dibantu oleh syarikat profesional.
 (b) Risiko Lee Chong adalah tinggi berbanding dengan Mokhtar risikonya rendah.
 5. RM300 6. (a) RM360 (b) 3 000 unit (c) 9 000 unit
 7. RM1 000, 3%, 3 tahun 8. RM634.12

Masteri Kendiri

- RM3 750
- 8.85%
- RM7 000
- RM400
- RM233.33
- RM52.87
- (a) Cadangan Masnah Rasam tidak digalakkan kerana perlu bayar faedah.
(b) RM320, 8%
(c) Tunai, tiada faedah.
- RM15 000
- 4%
- RM900

BAB 4 Lukisan Berskala**UJI MINDA 4.1a**

- Rajah 1, Rajah 2, Rajah 4

UJI MINDA 4.1b

- (a) $1 : \frac{1}{2}$ (b) $1 : 3$ (c) $1 : \frac{1}{2}$ (d) $1 : \frac{2}{3}$
- Panjang = 6 cm Lebar = 2 cm
- 10 km
- 6 cm

UJI MINDA 4.1c

- (b) (i) $1 : \frac{1}{2}$ (ii) $1 : 2$

UJI MINDA 4.1d

- 1 944 cm²
- 34.8 cm
- 560 m²
- 20 cm
- (a) 7 200 m² (b) 2 jam 24 minit

Cabaran Dinamis**Uji Diri**

- $1 : \frac{1}{5}$
- (a) I dan III (b) $I = 1 : 2$
 $III = 1 : \frac{1}{2}$
(c) (i) $I = 1.5 \text{ cm}^2$ (ii) $I = 1 : 4$
 $III = 24 \text{ cm}^2$ (iii) $III = 1 : \frac{1}{4}$
Nisbah luas tidak berkadar dengan skala lukisan berskala.
- (a) 17.0 cm (b) 203.5 m²

Mahir Diri

- 540 km j⁻¹
- Jubin 50 cm × 50 cm. Boleh jimat RM633.20
- (a) 2 829 m² (b) 4 : 13
(c) 1 971 m² (d) RM3 960

Masteri Kendiri

- (a) 48 m² (b) 8 : 1 (c) 1 440 m³
- (a) 8 400 m²
(b) 1 : 500. Nilai yang paling relevan untuk skala.
(c) (i) 60 buah (ii) RM31 500

BAB 5 Nisbah Trigonometri**UJI MINDA 5.1a**

Sudut	Hipotenus	Sisi Bertentangan	Sisi Bersebelahan
$\angle QPR$	PR	QR	PQ
$\angle PRQ$	PR	PQ	QR
$\angle MNK$	KN	KM	MN
$\angle MKN$	KN	MN	KM
$\angle FEG$	EG	FG	EF
$\angle EGF$	EG	EF	FG
$\angle BAE$	AE	BE	AB
$\angle AEB$	AE	AB	BE
$\angle BCD$	CD	BD	BC
$\angle BDC$	CD	BC	BD

UJI MINDA 5.1b

- $\triangle DEF$
- $\sin x = \frac{EF}{DF}$ $\cos x = \frac{DE}{DF}$ $\tan x = \frac{EF}{DE}$
 $\sin y = \frac{DE}{DF}$ $\cos y = \frac{EF}{DF}$ $\tan y = \frac{DE}{EF}$
- $\triangle KLM$
- $\sin x = \frac{KL}{KM}$ $\cos x = \frac{LM}{KM}$ $\tan x = \frac{KL}{LM}$
 $\sin y = \frac{LM}{KM}$ $\cos y = \frac{KL}{KM}$ $\tan y = \frac{LM}{KL}$
- $\triangle PQR$
- $\sin x = \frac{QS}{PQ}$ $\cos x = \frac{PS}{PQ}$ $\tan x = \frac{QS}{PS}$
 $\sin y = \frac{QS}{QR}$ $\cos y = \frac{RS}{QR}$ $\tan y = \frac{QS}{RS}$

UJI MINDA 5.1c

- Nisbah trigonometri bagi sudut x dan sudut y adalah sama. Ini adalah kerana semua panjang sisi dikurangkan dengan kadar yang sama.
- (a) (i) $\frac{38}{145}$ (ii) $\frac{28}{29}$ (iii) $\frac{19}{70}$
(iv) $\frac{1}{2}$ (v) $\frac{7}{8}$ (vi) $\frac{4}{7}$
(b) Tidak

UJI MINDA 5.1d

- (a) $\sin \theta = \frac{15}{39}$ $\cos \theta = \frac{12}{13}$ $\tan \theta = \frac{15}{36}$
(b) $\sin \theta = \frac{24}{25}$ $\cos \theta = \frac{7}{25}$ $\tan \theta = \frac{24}{7}$
(c) $\sin \theta = \frac{15}{17}$ $\cos \theta = \frac{8}{17}$ $\tan \theta = \frac{15}{8}$
(d) $\sin \theta = \frac{5}{13}$ $\cos \theta = \frac{12}{13}$ $\tan \theta = \frac{5}{12}$
(e) $\sin \theta = \frac{15}{17}$ $\cos \theta = \frac{8}{17}$ $\tan \theta = \frac{15}{8}$
(f) $\sin \theta = 0.6$ $\cos \theta = 0.8$ $\tan \theta = 0.75$

2. (a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (c) $\frac{\sqrt{39}}{8}$ (d) $\frac{4\sqrt{2}}{9}$
 3. (a) 3 m (b) 21 m (c) 25 mm
 4. (a) 10 cm (b) 15 cm (c) 30 mm
 5. (a) 18 cm (b) 20 cm (c) 9 mm
 6. (a) 15 cm (b) 20 cm
 7. 51.61 cm

UJI MINDA 5.1e

1. (a) 2 (b) 3.5 (c) 2.5 (d) 0.5
 (e) -0.5 (f) 3 (g) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ (h) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$
 (i) 10 (j) 9

UJI MINDA 5.1f

1. (a) 37°48' (b) 74°36' (c) 58°6'
 (d) 60°12' (e) 41°30' (f) 16°54'
 (g) 5°24' (h) 72°18'
 2. (a) 65.9° (b) 47.7° (c) 18.2°
 (d) 69.4° (e) 70.1° (f) 36.6°
 (g) 35.5° (h) 20.3°

UJI MINDA 5.1g

1. (a) 0.6947 (b) 0.2840 (c) 2.6746
 (d) 0.7815 (e) 0.8630 (f) 1.5051

UJI MINDA 5.1h

1. (a) 12.2° (b) 54° (c) 24°
 (d) 65.8° (e) 14.4° (f) 75.3°
 (g) 55.9° (h) 8.7° (i) 35.8°
 (j) 78.3° (k) 45.3° (l) 84.3°

UJI MINDA 5.1i

1. 2.15 m 2. 83.2 m 3. 173.9 m
 4. (a) 13 cm (b) 67.4°

Cabaran Dinamis

Uji Diri

1. (a) 28° 4' (b) $\frac{15}{17}$ (c) $\frac{8}{17}$
 2. (a) 39 cm (b) $\frac{12}{5}$ (c) 22.6°
 3. (a) 27 cm (b) 39°
 4. (a) 6 (b) 39° 48'

Mahir Diri

1. (a) $\sqrt{3}$ (b) 4 (c) $4\sqrt{6}$
 2. (a) 12 cm (b) 35 cm (c) 45°
 3. 8.66 m

Masteri Kendiri

1. (a) $\frac{7}{12}$ (b) 15.56 cm (c) 26° 45'
 2. (a) 90° (b) 30° (c) 10.4 m (d) 1 : 2
 3. (a) $4\sqrt{3}$ cm (b) 63° 26'
 (c) Tidak benar. Nisbah sebenar 3 : 5

BAB 6 Sudut dan Tangen bagi Bulatan

UJI MINDA 6.1a

1. (a) 35° (b) 25° (c) 30° (d) 35°
 2. (a) 40° (b) 35° (c) 70° (d) 105°
 3. (a) 40° (b) 30° (c) 10° (d) 80°
 4. (a) 24° (b) 25°

UJI MINDA 6.1b

1. (a) 40° (b) 30° (c) 3.6 cm (d) 10.4 cm
 2. (a) 70° (b) 30°
 3. (a) 22° (b) 114° (c) 40°

UJI MINDA 6.1c

1. (a) 40° (b) 80° (c) 50°
 2. (a) 50° (b) 65° (c) 50°
 3. (a) 110° (b) 55° (c) 125°
 4. (a) 124° (b) 34° (c) 54°

UJI MINDA 6.1d

1. (a) 45° (b) 5 cm (c) 10 cm (d) 55°
 2. (a) 40° (b) $\angle ORQ$ dan $\angle OQR$
 3. (a) 40° (b) 10 cm

UJI MINDA 6.1e

1. (a) 55° (b) 25° (c) 27.5° (d) 30°
 2. 216° 3. 90°

UJI MINDA 6.1f

1. (a) 110° (b) 10.3 cm 2. 176° 3. 132°

UJI MINDA 6.2a

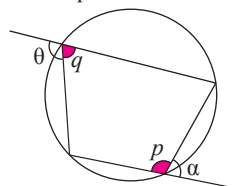
1. (a) (i) Bukan – bucu P bukan pada lilitan bulatan
 (ii) Ya – $DEFG$
 (iii) Ya – $KNPQ$ dan $KLMN$
 (iv) Ya – $ABDE$
 (b) (i) Tiada
 (ii) $\angle D$ dan $\angle F$, $\angle DEF$ dan $\angle DGF$
 (iii) $\angle KQP$ dan $\angle KNP$, $\angle NPQ$ dan $\angle NKQ$,
 $\angle KLM$ dan $\angle KNM$, $\angle LMN$ dan $\angle LKN$
 (iv) $\angle BAE$ dan $\angle BDE$, $\angle ABD$ dan $\angle AED$

UJI MINDA 6.2b

1. (a) 30° (b) 20° (c) 120°
 2. 50° 3. 40°
 4. (a) 125° (b) 117.5°

UJI MINDA 6.2c

1. Sudut perluaran = a
 Sudut pedalaman bertentangan yang sepadan = d
 Sudut perluaran = e
 Sudut pedalaman bertentangan yang sepadan = b
 2.



UJI MINDA 6.2d

1. 97° 2. 38° 3. 79° 4. 99° 5. 108°

UJI MINDA 6.3a

1. (a) (i) RS dan ST – menyentuh bulatan hanya pada satu titik.
 (ii) X dan Y .
 (iii) PQ – melalui 2 titik pada bulatan.
 (iv) A dan B .
 (b) (i) BC dan BD – menyentuh bulatan hanya pada satu titik.
 (ii) H dan E .
 (iii) BF – melalui 2 titik pada bulatan.
 (iv) F dan G .

UJI MINDA 6.3b

1. 34°
 2. (a) 120° (b) 60° (c) 30° 3. 114°

UJI MINDA 6.3c

1. (a) 60° (b) 30° (c) 8.66 cm (d) 10 cm
 2. (a) 40° (b) 3.575 cm (c) 7.667 cm

UJI MINDA 6.3d

1. (a) $\angle y = \angle z$ (b) $\angle x = \angle b$ (c) $\angle x = \angle y$
 $\angle x = \angle a$ $\angle y = \angle a$ $\angle f = \angle e$
 $\angle z = \angle a$
 2. 27° 3. 52° 4. 44°

UJI MINDA 6.3e

1. 50° 2. $x = 26^\circ 34'$, $y = 31^\circ 43'$
 3. (a) 130°
 (b) (i) 12.87 cm (ii) 8.578 cm (iii) 23.66 cm
 4. (a) 4 cm (b) 3.87 cm (c) 11.61 cm

UJI MINDA 6.4a

1. (a) 8.49 cm (b) 38.21 cm^2
 2. (a) 35° (b) 55° (c) 11.31 cm

Cabaran Dinamis

Uji Diri

1. $x = 40^\circ$, $y = 150^\circ$ 2. 100°
 3. $x = 30^\circ$, $y = 60^\circ$ 4. 230°
 5. $x + y = 180^\circ$ 6. 86°

Mahir Diri

1. 30° 2. 130° 3. 114° 4. 60°

Masteri Kendiri

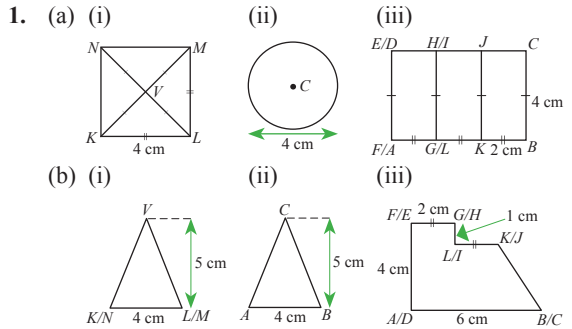
1. (a) 61° (b) 80° 2. 64.8 cm^2
 3. (a) $36^\circ 52'$ (b) 3.6 cm
 4. (a) 5 cm (b) 13 cm (c) 30 cm^2

BAB 7 Pelan dan Dongakan

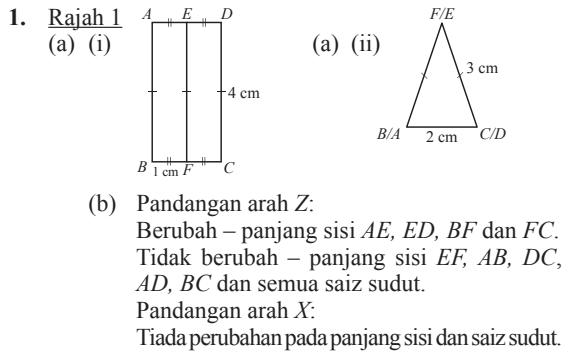
UJI MINDA 7.1a

1. (a) Ya (b) Ya (c) Bukan (d) Ya
 2. (a) Betul (b) Salah

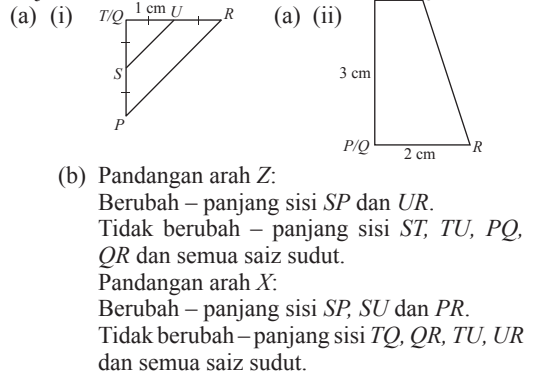
UJI MINDA 7.1b



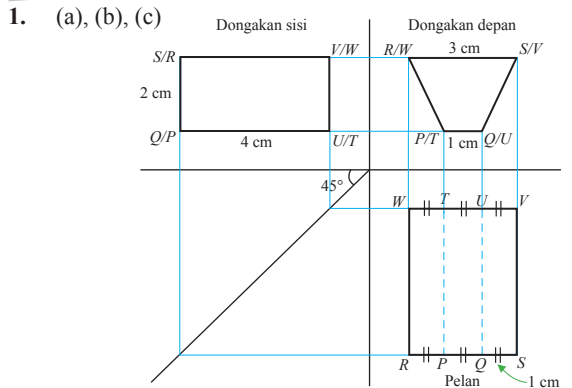
UJI MINDA 7.1c

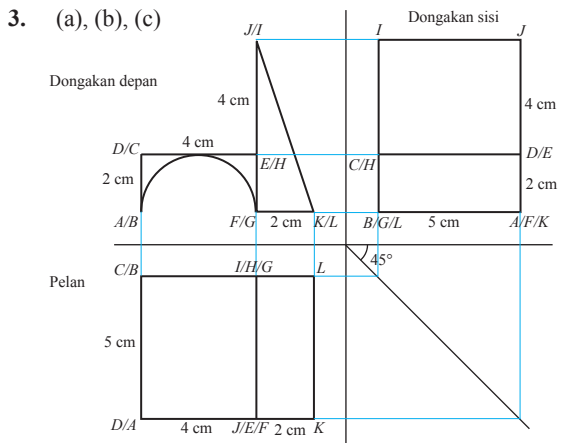
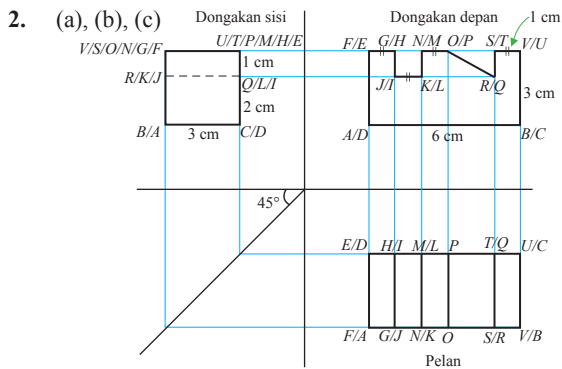


Rajah 2

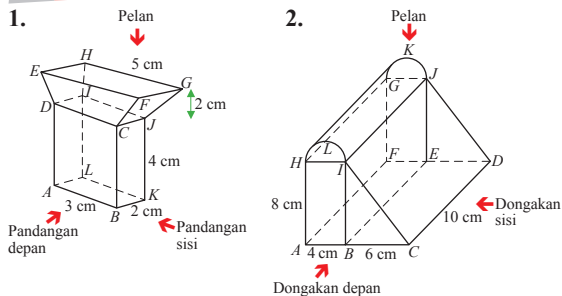


UJI MINDA 7.2a

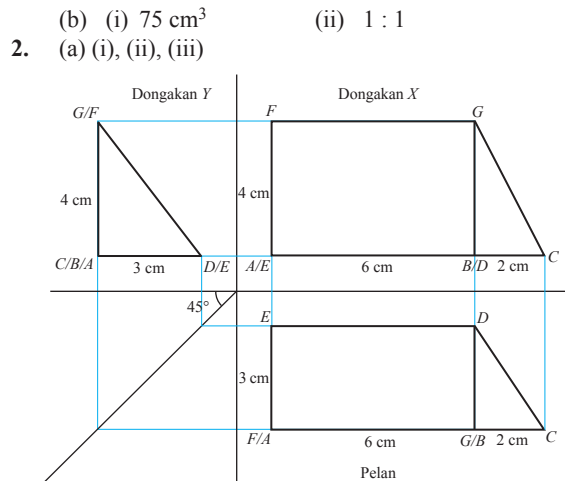
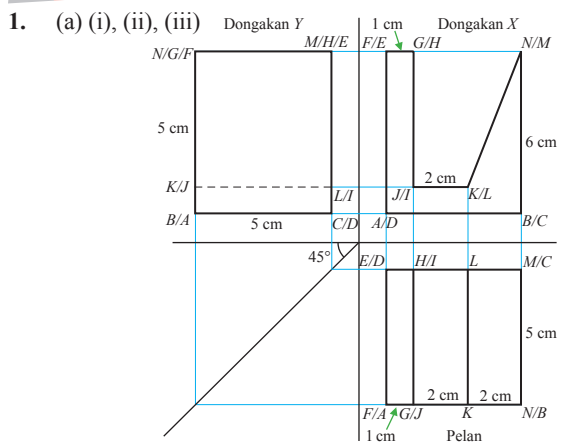




UJI MINDA 7.2b



UJI MINDA 7.2c



(b)

	CD	CG	DG
Pelan	3.6 cm	2 cm	3 cm
Dongakan X	2 cm	4.5 cm	4 cm
Dongakan Y	3 cm	4 cm	5 cm

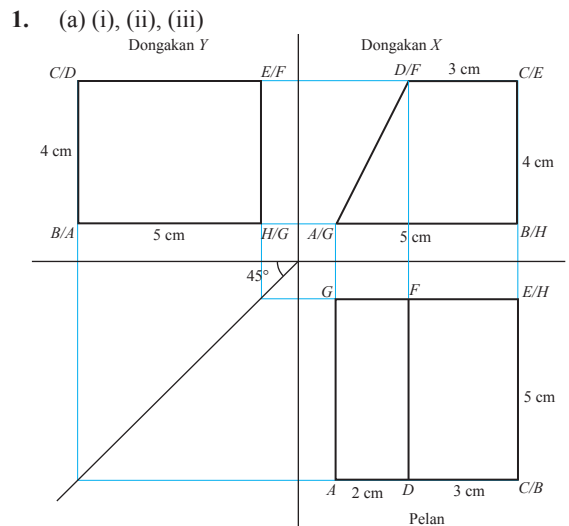
- (c) **Objek asal**
 $CD = 3.61 \text{ cm}$, $CG = 4.47 \text{ cm}$, $DG = 5 \text{ cm}$.
- (d) Dongakan X = $\angle BCG$, $\angle BGC$
 Dongakan Y = $\angle AEF$, $\angle AFE$
 Pelan = $\angle BCD$, $\angle BDC$.

Cabaran Dinamis

Uji Diri

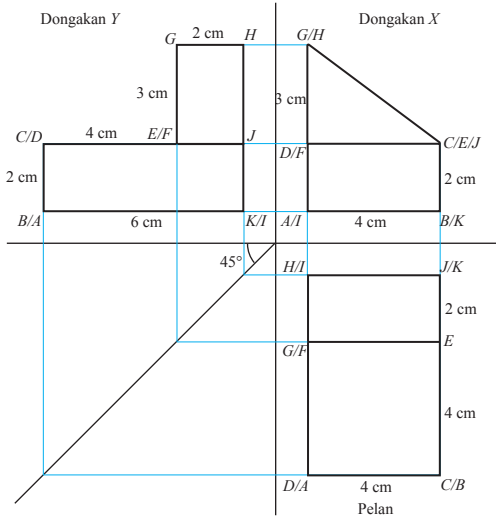
- (a) Benar (b) Benar (c) Palsu (d) Benar
- Tiga silinder tegak dengan diameter 1 cm, 2 cm dan 3 cm. Ketinggian kesemua silinder ialah 4 cm. Ketiga-tiga silinder itu disusun secara simetri dari semua arah.

Mahir Diri



(b) $AD = 4.5 \text{ cm}$, $\angle ADC = 116^\circ$

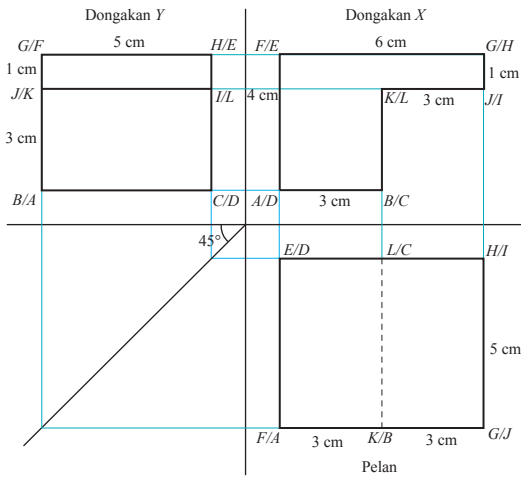
2. (a) (i), (ii), (iii)

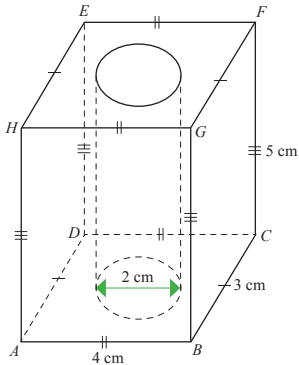


- (b) 60 cm^3
 3. 462.5 cm^3 4. 477.75 cm^3 5. 96 cm^3

Masteri Kendiri

1. (a) (i), (ii), (iii)



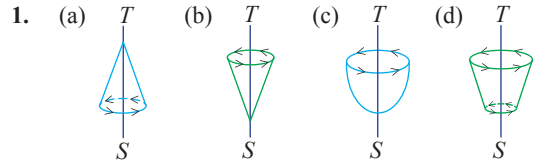
- (b) 45 cm^3 (c) RM264
 2. (a)  (b) $44 \frac{2}{7} \text{ cm}^3$

BAB 8 Lokus dalam dua Dimensi

UJI MINDA 8.1a

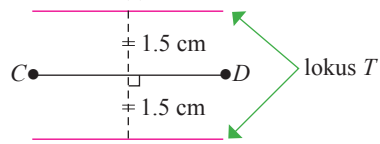
- (a) Garis lurus yang selari dengan satah condong.
 (b) Lengkung
 (c) Garis lurus mencancang.
 (d) Garis lurus yang selari dengan papan gelongsor.
- (a) Garis lurus mencancang (c) lengkung
 (b) Garis lurus mengufuk

UJI MINDA 8.1b

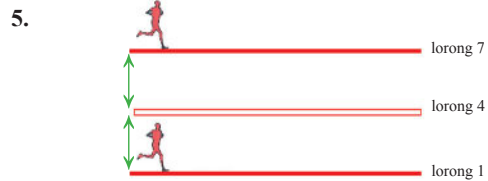
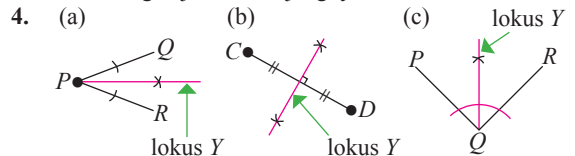


UJI MINDA 8.2a

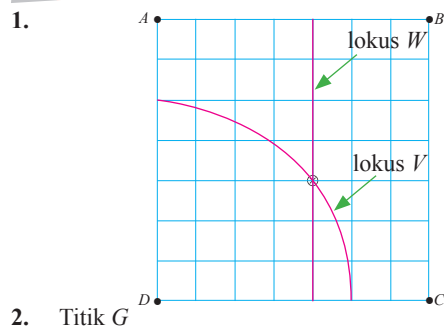
- (a) Lokus X ialah satu bulatan berpusat di P dan berjari 3 cm.
 (b) Lokus Y ialah satu bulatan berpusat di Q dan berjari 4 cm.
- (a) HF (b) AC (c) EG
 (d) BD (e) AD dan BC

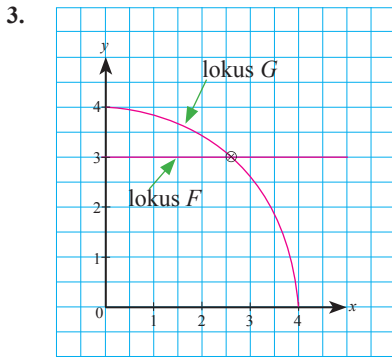


- (b) Lokus bagi titik T ialah sepasang garis lurus berjarak 6 cm yang selari dengan garis lurus CD dengan jarak serenjangnya 1.5 cm.

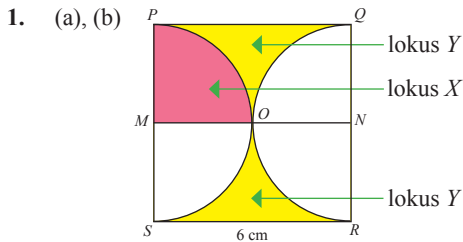


UJI MINDA 8.2b

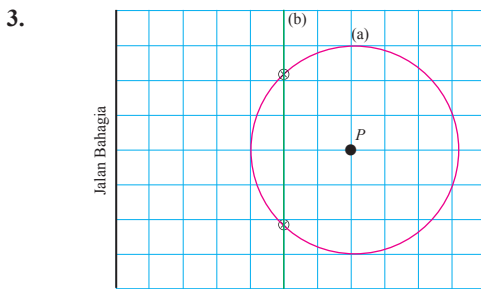
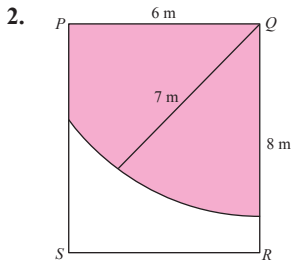




UJI MINDA 8.2c

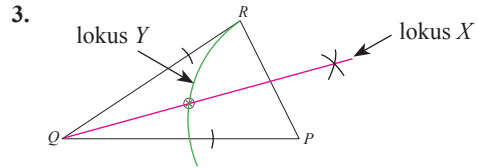
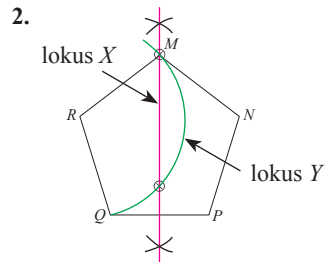
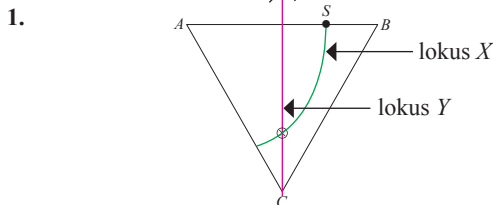


(c) Persilangan antara lokus X dan lokus Y ialah lengkok OP .



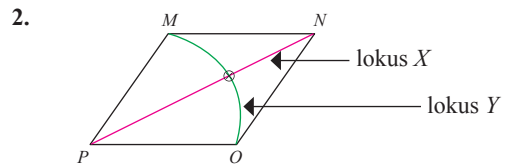
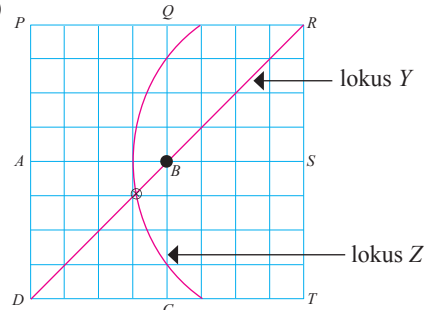
Cabaran Dinamis

Uji Diri



Mahir Diri

1. (a) ABS
(b)



Masteri Kendiri

1. (a) N (b) L (c) I (d) II (e) VI
2. (a) I (b) IV (c) III
3. (a) lokus X – sentiasa bergerak 1 cm dari O .
lokus Y – sama jarak dari P dan R .
(b) lokus X – sentiasa bergerak 1 cm dari O .
lokus Y – sama jarak dari Q dan S .

BAB 9 Garis Lurus

UJI MINDA 9.1a

1. (a) kecerunan = 3 (b) kecerunan = 2
pintasan- y = 5 pintasan- y = -7
(c) kecerunan = -1 (d) kecerunan = 4
pintasan- y = 4 pintasan- y = 3
(e) kecerunan = $-\frac{1}{3}$ (f) kecerunan = $\frac{1}{2}$
pintasan- y = 6 pintasan- y = $-\frac{5}{4}$
2. (a) $h = -2, k = 4$ (b) $h = 4, k = -3$

UJI MINDA 9.1b

- $\frac{x}{8} - \frac{y}{6} = 1$
 $y = \frac{3}{4}x - 6$
 - $\frac{x}{3} - \frac{y}{5} = 1$
 $y = \frac{5}{3}x - 5$
 - $3x + 4y = 12$
 $y = -\frac{3}{4}x + 3$
 - $9x + y = 6$
 $y = -9x + 6$
 - $-2x + y = 6$
 $-\frac{x}{3} + \frac{y}{6} = 1$
 - $x + y = 5$
 $\frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 1$
- $\frac{x}{4} + \frac{y}{14} = 1$
 $y = -\frac{7}{2}x + 14$
 - $-\frac{2x}{9} + \frac{y}{3} = 1$
 $y = \frac{2}{3}x + 3$
 - $-6x + 3y = 18$
 $y = 2x + 6$
 - $8x - 3y = 12$
 $y = \frac{8}{3}x - 4$
 - $3x - y = 12$
 - $\frac{x}{4} - \frac{y}{12} = 1$
 - $2x + y = -4$
 $-\frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 1$

UJI MINDA 9.1c

- Tidak
 - Ya
 - Ya
 - Tidak
- Ya
 - Tidak
 - Ya
 - Tidak
- Ya
 - Tidak
 - Ya
 - Tidak
- $h = 2$
 - $k = -2$
 - $n = 3$

UJI MINDA 9.1d

- Selari
 - Tidak selari
 - Selari
 - Tidak selari
- $k = 3$
 - $k = 6$
 - $k = \frac{15}{8}$
 - $\frac{3}{2}$
- $h = -\frac{5}{2}, k = 3$

UJI MINDA 9.1e

- $y = 2x + 1$
 - $y = -3x - 14$
 - $y = \frac{2}{3}x - 3$
 - $y = -\frac{1}{2}x - 4$

UJI MINDA 9.1f

- $y = -\frac{1}{3}x + 2$
 - $y = 4x + 8$
 - $y = 4x - 13$
 - $y = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$
 - $y = x + 4$
 - $y = -x - 2$

UJI MINDA 9.1g

- $y = 3x + 1$
 - $y = -2x - 2$
 - $y = -\frac{3}{2}x + 9$
 - $y = -\frac{3}{2}x - 9$
- $y = \frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$
 - $y = \frac{1}{3}x - \frac{10}{3}$
 - $y = \frac{1}{3}x$

UJI MINDA 9.1h

- (3, 4)
 - (5, 4)
 - (3, 2)
 - (2, -1)
- (-2, 3)
 - (0, 4)
 - (-5, 0)
 - (4, 1)

UJI MINDA 9.1i

- $\frac{1}{2}$
 - 2
 - $y = \frac{1}{2}x - 2$
- (5, 0)
 - $y = -x - 5$
 - pintasan- $x = -5$

Cabaran Dinamis**Uji Diri**

- pintasan- $x = 15$
 - pintasan- $y = 6$
 - kecerunan = $-\frac{2}{5}$
- $x = -6$
 - $y = -8$
- $y = 3x + 18$
- $y = -3x - 4$
- $y = 4x + 2$
 - (5, -8)

Mahir Diri

- (4, 3)
- $x = 3$
 - $y = -2x + 16$, pintasan- $x = 8$
- $y = -2x$
 - $y = -2x + 35$
 - pintasan- $x = \frac{35}{2}$
- $y = -\frac{1}{2}x + 8$
 - $y = -\frac{1}{2}x + \frac{29}{2}$ atau $x + 2y = 29$
 - Tidak kerana kedua-dua garis lurus tersebut selari.

Masteri Kendiri

- 6 km
 - (-4, 4)
 - 5 km
 - $4x + 3y = 20$
- 10 km
 - $y = \frac{x}{5} + \frac{29}{5}$
 - 20 km
 - 34.11 minit
- $y = \frac{3}{16}x + \frac{27}{2}, 13.5 \text{ cm}$
- $k = -3$
 - (-5, 7)



Glosari

Angka bererti

Digit-digit dalam suatu nombor yang dinyatakan tepat kepada suatu darjah ketepatan yang dikehendaki.

Asalan

Titik persilangan paksi mengufuk dan paksi mencancang. Koordinat asalan ialah $(0, 0)$.

Bentuk piawai

Kaedah piawai untuk menulis nombor nyata. Melalui tatatanda saintifik, semua nombor nyata ditulis dalam bentuk $A \times 10^n$, dengan $1 \leq A < 10$ dan n merupakan integer.

Darjah

Unit ukuran bagi sudut. Simbol darjah ditunjukkan sebagai $^\circ$.

Diameter

Garis lurus yang menghubungkan dua titik pada lilitan bulatan dan melalui pusat bulatan.

Dongakan

Lakaran menegak objek yang dipandang dari sisi tertentu.

Dongakan depan

Unjuran ortogon suatu objek kepada suatu satah mencancang sebagaimana dilihat dari hadapan dan merupakan keratan rentas seragam objek tersebut.

Dongakan sisi

Unjuran ortogon suatu objek kepada suatu satah mencancang sebagaimana dilihat dari sisi.

Dua dimensi

Perihal bentuk yang mempunyai dua ukuran, iaitu panjang dan lebar.

Faktor

Nombor, sebutan atau ungkapan algebra yang membahagi dengan tepat suatu nombor, sebutan atau ungkapan algebra yang diberi.

Fungsi linear

Fungsi yang berbentuk $y = ax + b$, dengan a dan b ialah pemalar serta $a \neq 0$. Graf fungsi linear berbentuk garis lurus.

Garis selari

Garis lurus yang berada pada satah yang sama dan tidak bersilang antara satu sama lain. Jarak serenjang antara garis-garis selari sentiasa sama.

Grid

Satu set garis lurus yang merentasi antara satu sama lain dan kebiasaannya berbentuk segi empat sama atau segi tiga sama sisi.

Hipotenus

Sisi yang bertentangan dengan sudut tegak dalam suatu segi tiga bersudut tegak.

Indeks

Nombor yang menyatakan kuasa. Secara umumnya, a^n dengan n merupakan indeks bagi a .

Kadaran

Pernyataan matematik yang menunjukkan hubungan antara dua kuantiti atau nilai dalam nisbah yang sama.

Kaedah penggantian

Kaedah untuk menyelesaikan persamaan serentak dengan menggantikan salah satu pemboleh ubah.

Kaedah penghapusan

Kaedah untuk menyelesaikan persamaan serentak dengan menghapuskan salah satu pemboleh ubah.

Kecerunan

Nisbah jarak mencancang kepada jarak mengufuk

Kejitian

Darjah penghampiran nilai pengukuran kepada nilai yang sebenar

Keratan rentas seragam

Keratan rentas yang terhasil daripada pemotongan pada bentuk pepejal, yang sama saiz dan bentuk seperti tapaknya.

Kosinus

Nisbah panjang sisi bersebelahan sesuatu sudut terhadap panjang sisi hipotenus segi tiga bersudut tegak. Singkatannya ialah kos.

Lengkok

Satu garis lengkung yang menyambung mana-mana dua titik pada lilitan suatu bulatan.

Lilitan

Lengkung tertutup yang merupakan sempadan suatu bentuk bulat

Lokus

Lintasan yang dibentuk oleh satu set titik dalam satu satah atau ruang tiga dimensi yang memenuhi satu atau lebih syarat.

Lukisan berskala

Lukisan yang mewakili objek sebenar mengikut skala tertentu. Lukisan berskala akan lebih besar atau lebih kecil atau sama saiz dengan sebenar.

Mencangkum

Merangkum suatu sudut pada lilitan atau pusat bulatan, yang bertentangan dengan lengkok tertentu.

Nisbah trigonometri

Nisbah yang menghuraikan hubungan antara sisi-sisi dalam satu segi tiga bersudut tegak.

Normal kepada satah

Perihal garis yang serenjang atau bersudut tegak dengan satah yang berkenaan.

Pelan

Lakaran sesuatu objek yang terletak pada satah mengufuk dan dipandang dari atas.

Pembahagi dua sama serenjang

Garis yang serenjang dengan sesuatu tembereng dan membahagikan tembereng itu kepada dua bahagian yang sama.

Pembahagi dua sama sudut

Garis yang membahagikan suatu sudut kepada dua sudut yang sama saiznya.

Perentas

Tembereng garis yang menghubungkan mana-mana dua titik pada sesuatu lengkung.

Persamaan serentak

Dua persamaan yang mempunyai dua pemboleh ubah yang sama yang diselesaikan secara serentak

Pintasan -x

Titik tempat garis lurus atau lengkung memotong paksi-x.

Pintasan -y

Titik tempat garis lurus atau lengkung memotong paksi-y.

Pusat bulatan

Dua persamaan linear yang mempunyai pemboleh ubah yang sama.

Satah

Satu permukaan rata dalam semua arah dan bersifat dua dimensi.

Sinus

Nisbah panjang sisi bertentangan suatu sudut terhadap hipotenus pada suatu segi tiga bersudut tegak. Singkatannya, sin.

Sisi empat kitaran

Sisi empat yang terterap di dalam bulatan dengan semua bucuanya terletak pada lilitan bulatan itu.

Skala

Nisbah ukuran lukisan kepada ukuran objek sebenar.

Sudut sepadan

Pasangan sudut yang terbentuk apabila dua garis selari dipotong oleh satu garis. Kedua-dua sudut ini sama besarnya.

Tangen

Nisbah panjang sisi bertentangan suatu sudut terhadap panjang sisi bersebelahan pada suatu segi tiga bersudut tegak. Singkatannya, tan.

Tangen kepada bulatan

Garis lurus yang menyentuh bulatan hanya pada suatu titik tanpa memotongnya.

Tangen sepunya

Suatu garis lurus yang menyentuh dua bulatan, masing-masing pada satu titik sahaja.

Tiga dimensi

Bentuk yang mempunyai ukuran panjang, lebar, tinggi dan isi padu.

Trigonometri

Cabang matematik yang berkaitan dengan hubungan antara sisi segi tiga dengan sudutnya serta juga penggunaannya.

Unjuran ortogon

Imej yang terbentuk pada satu satah hasil daripada unjuran garis dari objek yang serenjang dengan satah tersebut.



Senarai Rujukan

- Channon, J. B., McLeish, A. Smith and others, 1972. *Malaysian General Mathematics Book Four*. Longman Malaysia Sdn. Bhd.
- Chapin, Suzanne H. and others, 2001. *Middle Grades Maths Tools for Success Course 2*. Prentice-Hall, Inc.
- Chapin, S.H., Illingworth, M., & Landau, M., 2001. *Middle Grades Maths Tools for Success Course 2*. New Jersey: Prentice Hall.
- Curriculum Development Centre Ministry of Education Kuala Lumpur, 1973. *Modern Mathematics for Malaysia Form Four*. Eastern Universities Press Sdn. Bhd.
- Eliezer, E.J. and Idaikkadar, N.M., 1096. *Mathematics for School Certificate Students in Malaysia*. Dewan Bahasa dan Pustaka.
- Istilah Matematik untuk Sekolah-sekolah Malaysia*, 2003. Kuala Lumpur: Dewan Bahasa dan Pustaka.
- Kamus Dewan Edisi Keempat*, 2005. Kuala Lumpur: Dewan Bahasa dan Pustaka.
- Lim Swee Hock, Samadi bin Hashim, Koo Seng Her, Chong Geok Chuan, 2002. *Matematik Tingkatan 5*. Darul Fikir.
- Mark Ryan, 2008. *Geometry for Dummies*. Wiley Publishing Inc.
- Spesifikasi Kurikulum Matematik Tingkatan 4 (Kurikulum Bersepadu Sekolah Menengah)*, 2012. Putrajaya: Bahagian Pembangunan Kurikulum. Kementerian Pelajar Malaysia.
- Tay Choon Hung, Mark Riddington, Martin Grier, 2007. *New Mathematics Counts Secondary 1 Normal (Academic) 2nd Edition*. Singapore: Marshall Cavendish Education.
- Teh, K.S., & Cooi, C.K., 1982. *New Syllabus Mathematics*. Singapore: Shinglee Publisher Pte Ltd.

Indeks

- Anggaran 32
Angka bererti 33
Arah pandangan 180
Asalan 235, 242, 246
Asas 2
Bentuk piawai 37
Berkadaran 136, 142
Cangkum 130
Darjah 120
Darjah penghampiran 32
Diameter 130
Dongakan 182
Dua dimensi 201
Eksponen 2
Faktor 6
Fungsi linear 226
Garis lurus 226
Garis padu 182
Garis sempang 183
Grid 88
Hipotenus 108
Imej 171
Indeks 2
Jarak mencancang 236
Jarak mengufuk 236
Kaedah penggantian 243
Kaedah penghapusan 243
Kecerunan 226
Kejituan 32
Keratan rentas seragam 172
Kosinus 111
Lengkok major 130
Lengkok minor 130
Lilitan 130
Lokus 200
Lukisan berskala 88
Minit 120
Nilai tempat 34, 37
Nisbah trigonometri 111
Nombor tunggal 37
Normal kepada satah 170
Objek 88, 171
Paksi 228
Pekali 229
Pelan 182
Pemalar 111
Pembahagi dua sama seranjang 206
Pembahagi dua sama sudut 211
Pembundaran 35
Pendaraban berulang 2, 6
Penghampiran 32
Perentas 130
Permukaan 170
Persamaan serentak 242
Pintasan- x 226, 231
Pintasan- y 226, 231
Pusat bulatan 130
Saat 120
Satah condong 170
Satah mencancang 170
Satah mengufuk 170
Selari 228, 236, 237
Sepadan 147
Sinus 111
Sisi bersebelahan 108
Sisi bertentangan 108
Sisi empat kitaran 144
Sistem metrik 39
Skala 89
Sudut pedalaman 147
Sudut peluaran 147
Sudut tirus 108
Tangen 111
Tangen kepada bulatan 150
Tangen sepunya 157
Tatatanda indeks 2
Tembereng selang-seli 155
Tiga dimensi 203
Titik ketangenan 150
Titik persilangan 242
Titik tetap 204
Trigonometri 108
Ukuran 88
Unjuran ortogon 171
Unjuran ortografik 183

Dengan ini **SAYA BERJANJI** akan menjaga buku ini dengan baiknya dan bertanggungjawab atas kehilangannya serta mengembalikannya kepada pihak sekolah pada tarikh yang ditetapkan

SKIM PINJAMAN BUKU TEKS			
Sekolah _____			
Tahun	Tingkatan	Nama Penerima	Tarikh Terima
Nombor Perolehan: _____			
Tarikh Penerimaan: _____			
BUKU INI TIDAK BOLEH DIJUAL			



RM11.80

ISBN 978-967-490-042-7

ISBN 978-967-490-042-7



9 789674 900427